

Σκιασμένες λωρίδες

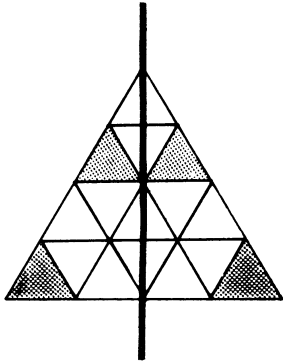


Τα $\frac{3}{5}$ αυτής της λωρίδας είναι σκιασμένα.

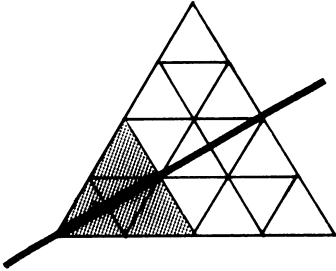
Με πόσους διαφορετικούς τρόπους
μπορείς να σκιάσεις τα $\frac{3}{5}$;

Μπορείς να κάνεις το ίδιο για άλλα κλάσματα;

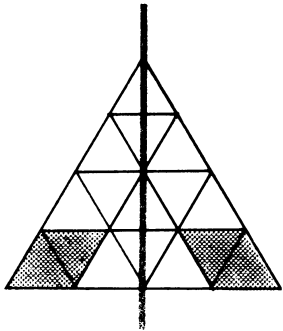
Συμμετρικά τρίγωνα



Τέσσερα μικρά τρίγωνα σκιάζονται. . .

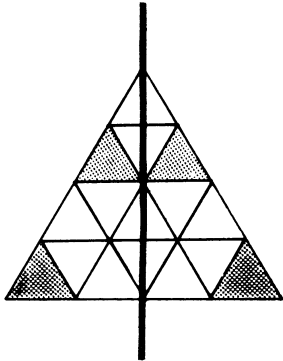


. . .για να σχηματιστεί ένα συμμετρικό σχήμα.

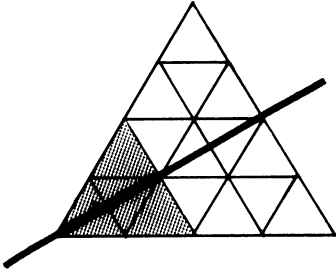


Πόσα συμμετρικά σχήματα μπορείς να βρεις;

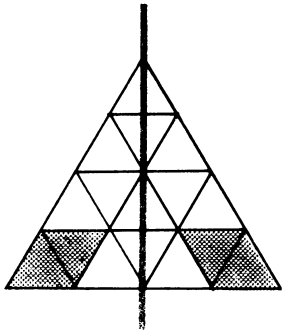
Συμμετρικά τρίγωνα



Τέσσερα μικρά τρίγωνα σκιάζονται. . .



. . .για να σχηματιστεί ένα συμμετρικό σχήμα.

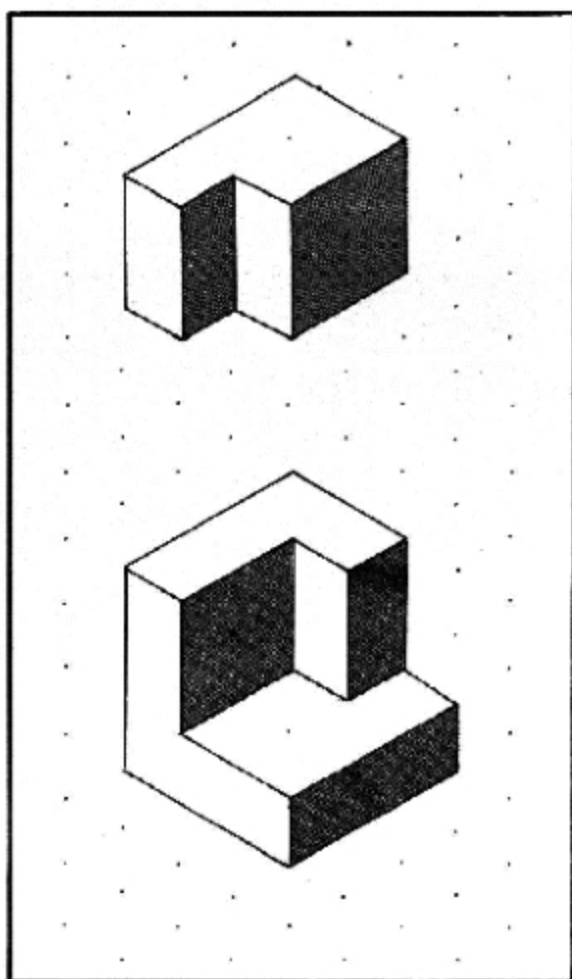


Πόσα συμμετρικά σχήματα μπορείς να βρεις;

Η

ΑΛΛΗ

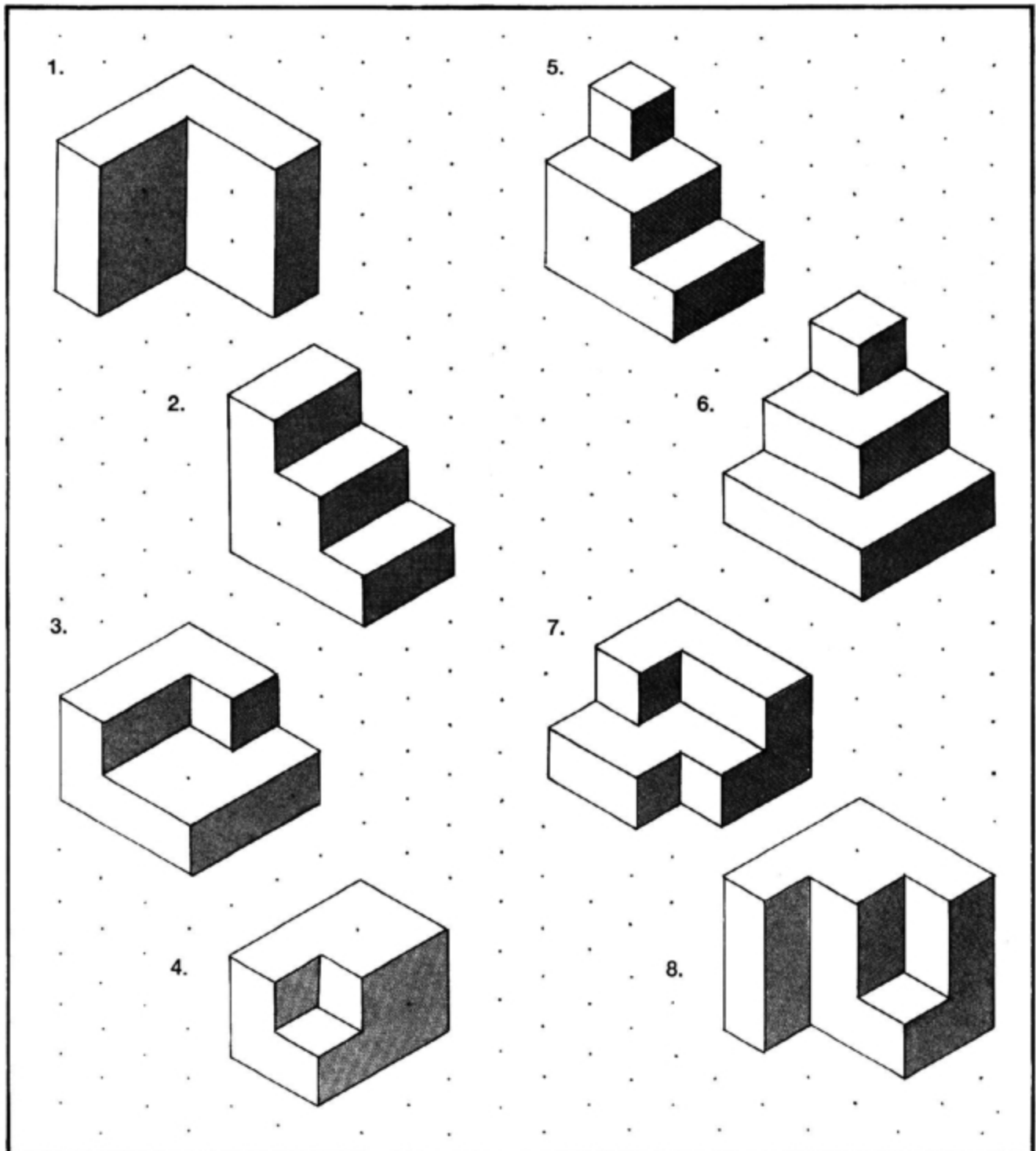
ΠΛΕΥΡΑ



Αυτά τα δύο κομμάτια θα συνδυαστούν μεταξύ τους, για να σχηματίσουν έναν κύβο με διαστάσεις 3 x 3 x 3.

Να σχεδιάσεις κομμάτια, τα οποία να ταιριάζουν με το καθένα από τα παρακάτω σχήματα, ώστε να σχηματίζουν κάθε φορά έναν κύβο με διαστάσεις $3 \times 3 \times 3$.

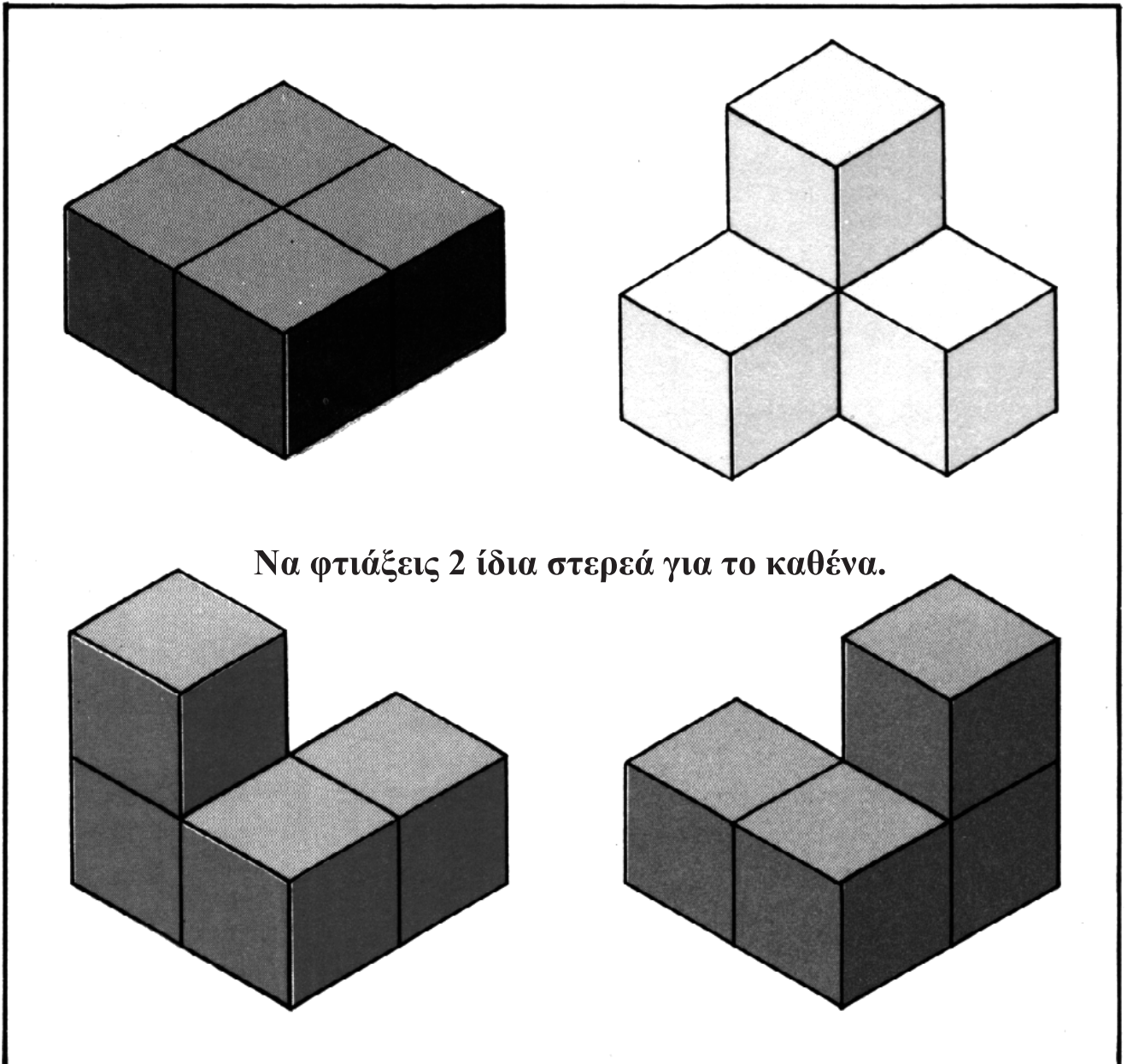
Σε κάθε περίπτωση, να δείξεις την εσωτερική κάτοψη.



Smile 1867

Τέσσερις κύβου

Καθένα από αυτά τα στερεά σώματα είναι φτιαγμένο με 4 κύβους.

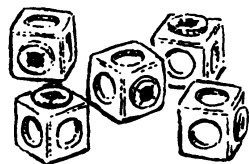


Να χρησιμοποιήσεις τα 8 στερεά που έφτιαξες για να σχηματίσεις 4 μεγάλους κύβους. Τι παρατηρείς;

Πλάτη με πλάτη

Μια δραστηριότητα για δύο άτομα.

Θα χρειαστείς κυβάκια Lego.



Καθίστε πλάτη με πλάτη. Ο ένας από τους δύο σας να φτιάξει ένα στερεό με μερικά από τα κυβάκια.

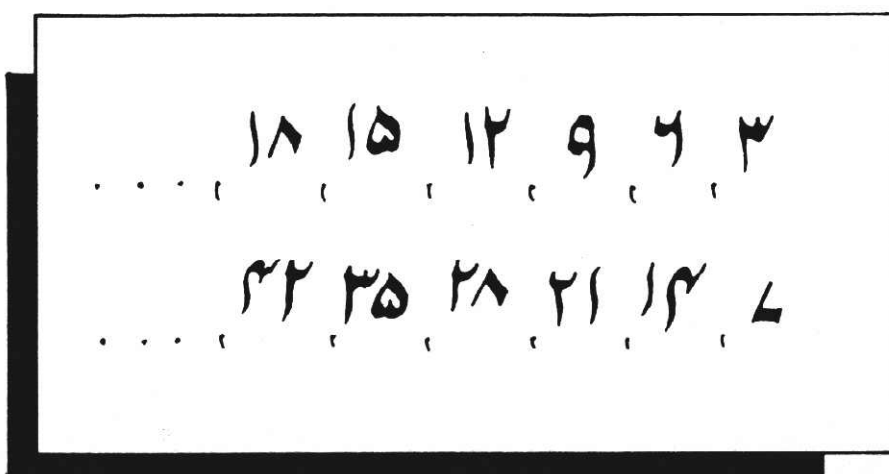
Να το περιγράψεις σε ένα φίλο σου, έτσι ώστε να μπορέσει να κατασκευάσει το ίδιο ακριβώς στερεό.



Πολλαπλάσια στα Urdu

Smile 1875

Αυτές είναι δύο σειρές από πολλαπλάσια που προκύπτουν με βάση κάποιον κανόνα στο αριθμητικό σύστημα Urdu.



Μπορείς να βρείς ποιο είναι το κάθε ψηφίο στο δικό μας αριθμητικό σύστημα;

Ποιες άλλες κανονικότητες αριθμών μπορείς να σχηματίσεις στα Urdu;

Προσθέσεις στα Χίντι

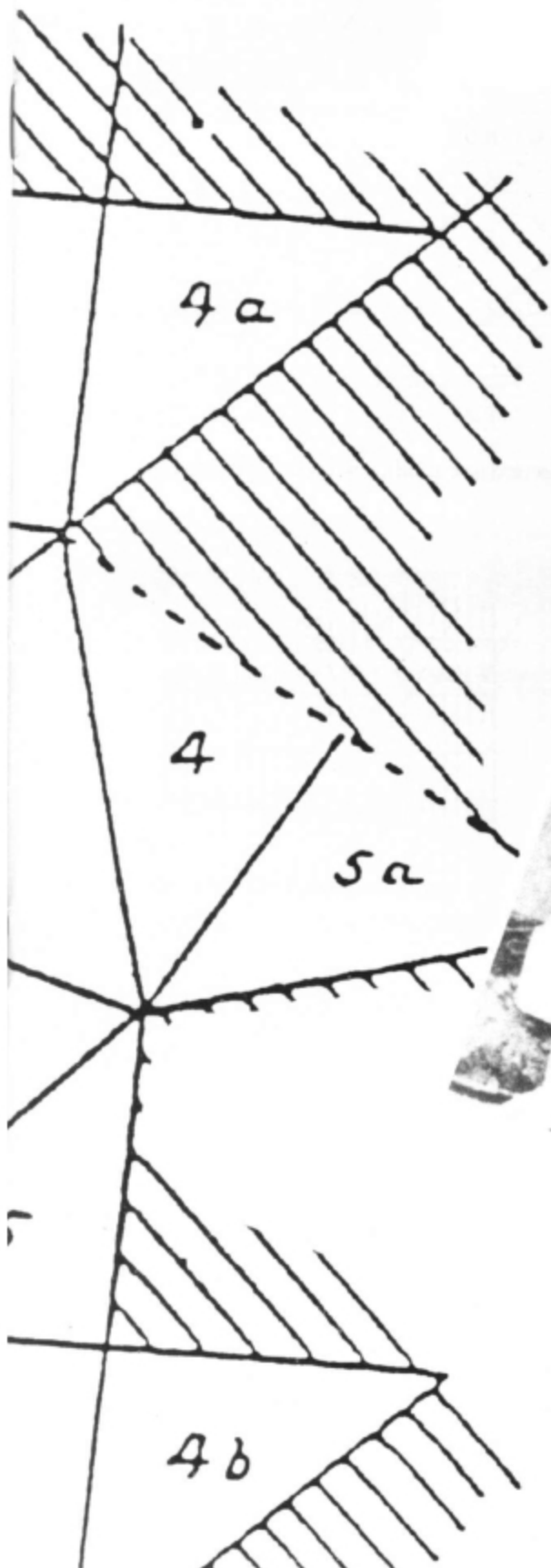
$$\begin{array}{r} 922\text{c} \\ + 922\text{c} \\ \hline 9\text{c}4\text{y}6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9\text{c}2\text{z}3 \\ + 6\text{z}4\text{q}3 \\ \hline 9\text{y}5\text{v}4\text{c} \end{array}$$

Αυτές οι προσθέσεις έγιναν στο αριθμητικό σύστημα Χίντι.

Μπορείς να βρεις ποιο είναι το κάθε ψηφίο στο δικό μας αριθμητικό σύστημα;

Επίπεδα μοτίβα της Grace Chisholm Young

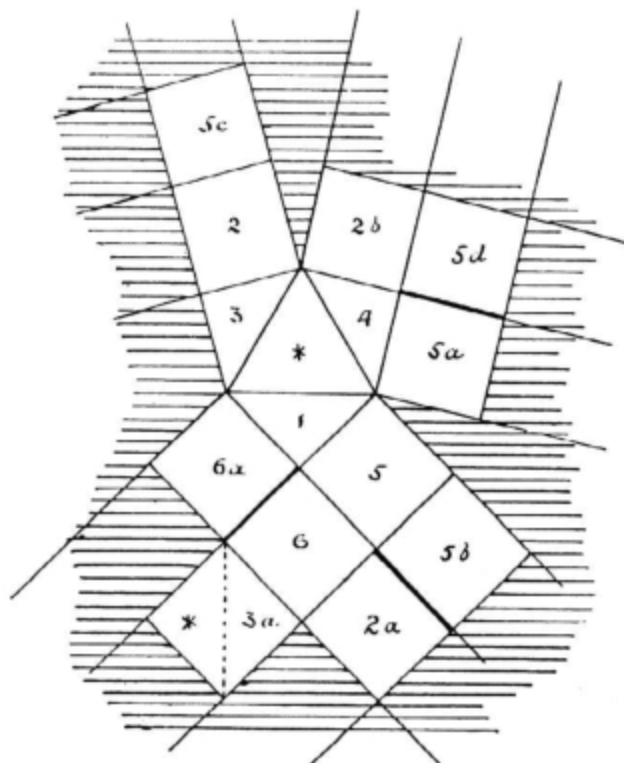


Αυτό το έντυπο αναφέρεται στη ζωή και στο έργο της Grace Chisholm Young. Θα χρειαστείς τα φύλλα εργασίας 1895a, 1895b, 1895c, 1895d, 1895e, 1895f. Όλα τα επίπεδα μοτίβα που μπορείς να κόψεις και υπάρχουν στα φύλλα εργασίας και σε αυτό το έντυπο προέρχονται από το βιβλίο της Grace Chisholm Young "Πρώτο βιβλίο γεωμετρίας".

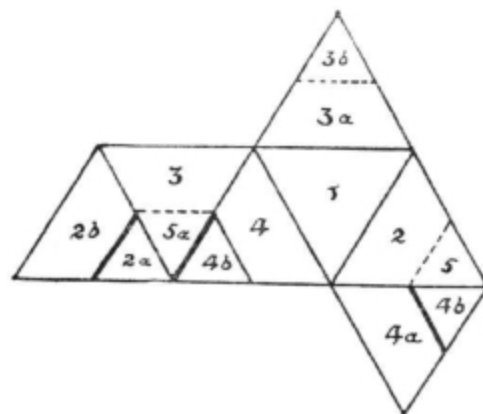
Τα μοτίβα αυτά κατασκευάστηκαν έτσι ώστε να μπορούν να μετατραπούν σε στερεά χωρίς να χρειάζονται κάτι επιπλέον για να τα συγκρατεί. Μπορείς να δεις πώς είναι αυτά τα αναπτύγματα στη διπλανή σελίδα.

Αφού τελειώσεις με τα φύλλα εργασίας, ίσως θελήσεις να φτιάξεις δικά σου μοτίβα έτοιμα για να κοπούν με βάση τα άλλα επίπεδα μοτίβα που υπάρχουν στο έντυπο.

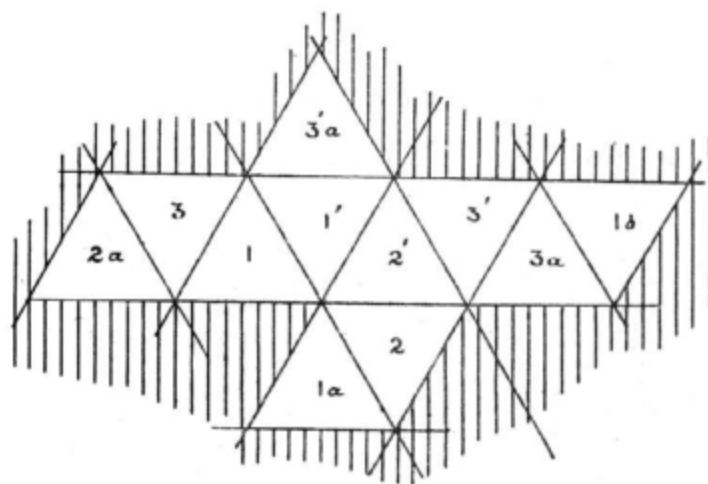
Smile 1895



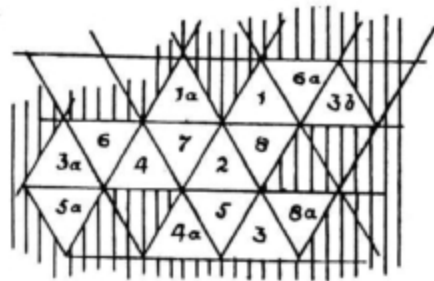
Επίπεδο μοτίβο κύβου χωρίς μια γωνία



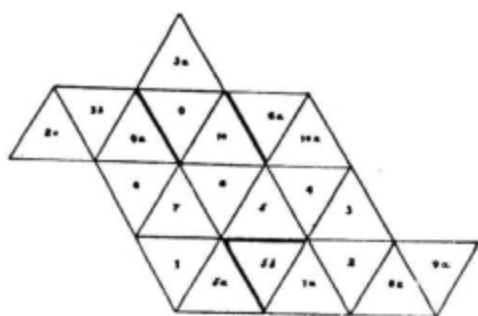
Επίπεδο μοτίβο κανονικού τετράεδρου χωρίς μια γωνία



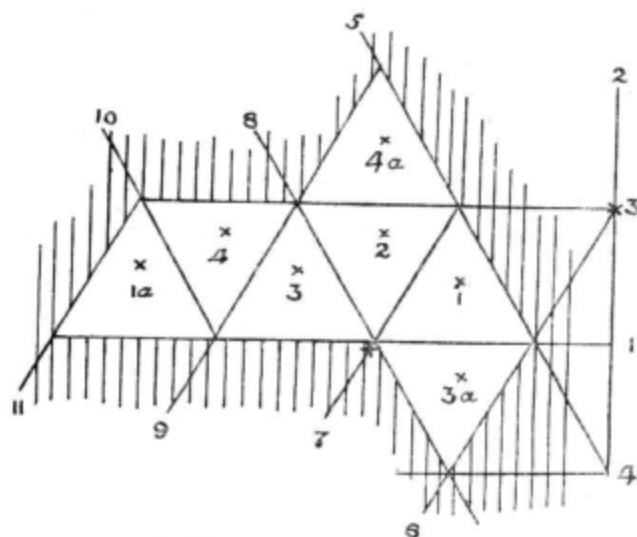
Επίπεδο μοτίβο ενός διπλού κανονικού τετράεδρου



Επίπεδο μοτίβο ενός οκτάεδρου



Επίπεδο μοτίβο ενός στερεού που ονομάζεται Bimbo



Επίπεδο μοτίβο ενός τετράεδρου

Grace Emily Chisholm Young (1868 - 1944)

Η Grace Chisholm γεννήθηκε στο Λονδίνο το 1868. Ανήκε στις ευνοούμενες κοινωνικά τάξεις και ήταν η μικρότερη από τα τέσσερα παιδιά της οικογένειας. Η μητέρα της ασχολήθηκε με την ανατροφή και τη μόρφωση των παιδιών, ενώ παράλληλα ήταν επαγγελματίας μουσικός. Ο πατέρας της κατείχε περίοπτη θέση στην κυβέρνηση. Η Grace αρρώσταινε συχνά ως παιδί. Υπέφερε από εφιάλτες, περπατούσε στον ύπνο της και είχε πολύ δυνατούς πονοκεφάλους. Ο γιατρός που την παρακολουθούσε την συμβούλευσε να ασχοληθεί μόνο με τα αντικείμενα που την ενδιέφεραν περισσότερο. Επέλεξε να ασχοληθεί με τους νοερούς μαθηματικούς υπολογισμούς και τη μουσική. Την εποχή εκείνη πολύ λίγα παιδιά, ειδικότερα κορίτσια, είχαν την ευκαιρία να αποκτήσουν τυπική μόρφωση. Τα κορίτσια εκπαιδευόνταν για να γίνουν "ιδανικές" σύζυγοι και μητέρες. Λίγα κορίτσια της εργατικής τάξης πήγαν στο σχολείο - όσα πήγαν, διδάχτηκαν ότι θα περνούσαν τη ζωή τους ασχολούμενες με τις εργασίες του σπιτιού ή με τη φροντίδα των συζύγων και των οικογενειών τους. Τα μαθήματα που παρακολουθούσαν αναφέρονταν στην αποταμίευση, στην υγιεινή και στη μαγειρική. Τα κορίτσια που προέρχονταν από τις προνομιούχες τάξεις παρακολουθούσαν μαθήματα που αναφέρονταν στην τέχνη της συζήτησης, στη μουσική και στο κέντημα. Μετά το γάμο τους δεν αναμενόταν να ασχοληθούν οι ίδιες με τις δουλειές του σπιτιού αλλά έπρεπε να επιβλέπουν το υπηρετικό προσωπικό και να περνάνε το χρόνο τους σε συγκεντρώσεις για τσάι, σε μουσικά βράδια, ασχολούμενες με το κέντημα και το χορό. Ο αδερφός της Grace πήγε σε οικοτροφείο και, στη συνέχεια, στο Πανεπιστήμιο της Οξφόρδης. Η Grace και οι αδερφές της, από την άλλη πλευρά, είχαν κατ' οίκον μόρφωση. Η μητέρα τους, η οποία είχε κάποια μόρφωση, δίδαξε την Grace μέχρι την ηλικία των δέκα χρόνων και, στη συνέχεια, η Grace είχε γκουβερνάντα. Παράλληλα, η Grace περνούσε πολύ χρόνο κάνοντας ξυλουργική με τον πατέρα της. Το γεγονός ότι ήταν κορίτσι σήμαινε ότι δεν της προσφερόταν η ίδια ευκαιρία με τα αγόρια της κοινωνικής της τάξης για να σπουδάσει. Ωστόσο, το διαφορετικό στην περίπτωση της Grace ήταν το γεγονός ότι της επιτράπηκε να αποκτήσει κάποιες γνώσεις μαθηματικών. Παρόλη την πίεση που ασκούνταν στις κοπέλες και στις γυναίκες για να συμβιβαστούν, η Grace αποφάσισε να συνεχίσει τις σπουδές της. Η Grace ήταν αποφασισμένη να πάει στο πανεπιστήμιο. Ήθελε να σπουδάσει ιατρική για να γίνει γιατρός αλλά οι γονείς της ήθελαν να προσφέρει φιλανθρωπικό έργο. Οι φιλανθρωπικές πράξεις θεωρούνταν ότι ήταν ένας περισσότερο κατάλληλος τρόπος για να περάσει το χρόνο της μια γυναίκα πριν παντρευτεί. Στο τέλος, η Grace πέτυχε το σκοπό της και κέρδισε μια υποτροφία για το πανεπιστήμιο Cambridge για να σπουδάσει μαθηματικά. Στα 21α της γενέθλια η Grace πήγε στο κολέγιο Girton που εκείνη την εποχή αποτελούσε το μοναδικό κολέγιο θηλέων στο Cambridge.

Εκεί η Grace έκανε μια καλή φίλη, την Isabel Maddison. Οι δύο γυναίκες παρακολουθούσαν μαζί διαλέξεις, αντάλλασσαν ιδέες και συζητούσαν για την πρόοδό τους στις σπουδές τους.

Παρόλο που το Cambridge θεωρούνταν εκείνη την εποχή το πιο σημαντικό κέντρο σπουδών για τα μαθηματικά στην Αγγλία,

η Grace δεν θεώρησε ότι την ενέπνευσε, ούτε το βρήκε

ενδιαφέρον. Η Grace θεωρήθηκε εξαιρετική μαθηματικός στο

Cambridge και ήταν το πρώτο άτομο που πήρε αρκετά υψηλούς

βαθμούς ώστε να της απονεμηθεί πτυχίο πρώτης τάξης σε

οποιοδήποτε αντικείμενο τόσο στην Οξφόρδη όσο και στο

Cambridge. Εκείνη την εποχή όμως (και μέχρι το 1948), οι

γυναίκες σπουδάστριες μπορούσαν να παρακολουθούν διαλέξεις,

να κάνουν όλες τις γραπτές εργασίες, να δίνουν εξετάσεις αλλά

δεν έπαιρναν πτυχίο στο τέλος των σπουδών τους. Χωρίς πτυχίο η Grace δεν μπορούσε να

συνεχίσει τις σπουδές της. Αν ήθελε να κάνει καριέρα στα μαθηματικά, έπρεπε να πάει στο εξωτερικό.

Έκανε αίτηση και έγινε δεκτή στο Πανεπιστήμιο Gottingen στη Γερμανία.

Η Grace μπορούσε να μιλήσει Γερμανικά και το Gottingen θεωρείτο το καλύτερο μέρος

στην Ευρώπη για να μελετήσει κάποιος μαθηματικά. Ο Felix Klein, ο οποίος θεωρείτο ο

πιο διακεκριμένος μαθηματικός στη Γερμανία εκείνη την εποχή, εργαζόταν εκεί. Μόνο δύο

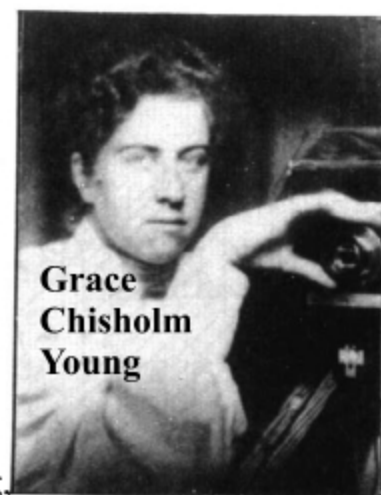
ακόμη γυναίκες σπούδαζαν μαθηματικά εκεί, η Mary Winston και η Isabel Maltby.

Ο Felix Klein απευθυνόταν στους σπουδαστές του αποκαλώντας τους "Ακροατές" αντί

"Κυρίους" επειδή υπήρχαν γυναίκες ανάμεσά τους. Αν έφταναν νωρίς για μια διάλεξη,

οι γυναίκες περίμεναν σε ένα ιδιαίτερο δωμάτιο για να μην τις ενοχλούν οι άντρες που

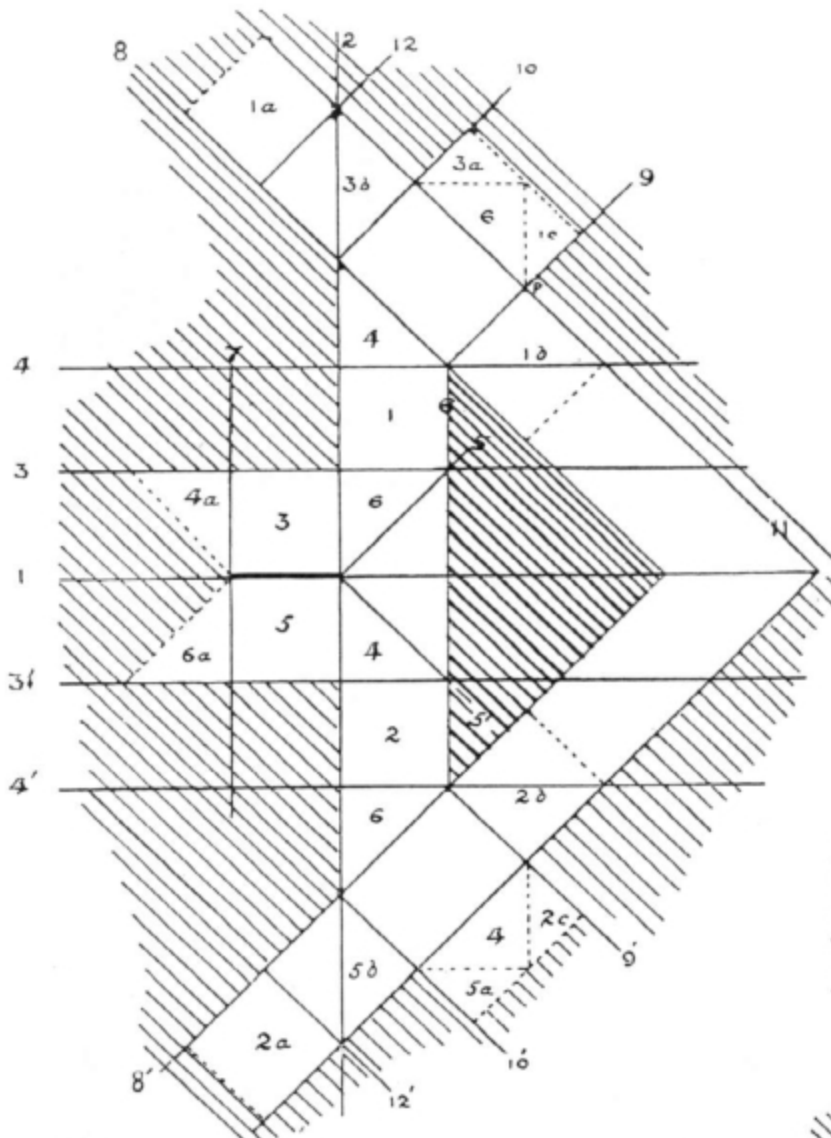
περιφέρονταν στους διαδρόμους.



Grace
Chisholm
Young

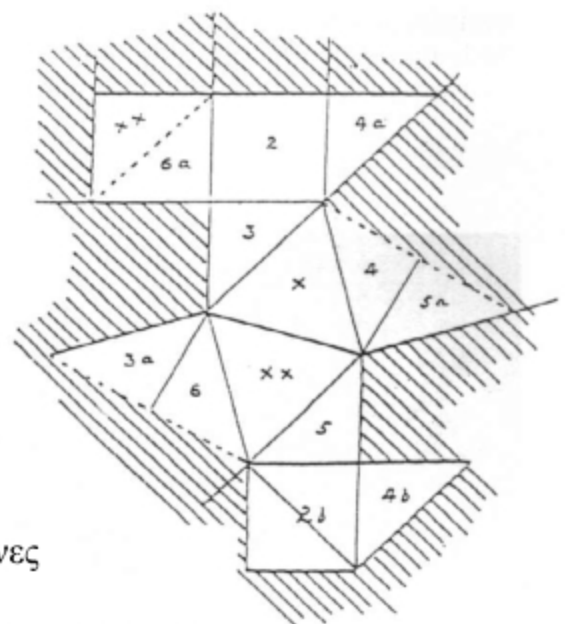


Η ομάδα των Μαθηματικών στο Gottingen, 1902. Η Grace και άλλα μέλη της Μαθηματικής Ομάδας.

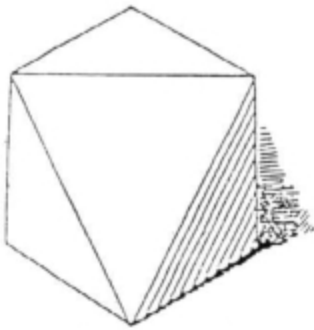


Επίπεδο μοτίβο δύο σφηνών που σχηματίζουν έναν κύβο.

Ενώ ο χρόνος παραμονής της στο Gottingen έφτανε στο τέλος, η Grace ανακάλυψε ότι δεν υπήρχαν κανόνες που να απαγορεύουν στις γυναίκες να πάρουν μέρος στις τελικές εξετάσεις απλώς επειδή κανένας ποτέ δεν σκέφτηκε ότι θα υπήρχε γυναίκα που θα τολμούσε κάτι τέτοιο! Η Grace πήρε διδακτορικό δίπλωμα (ένα από τα ανώτατα πτυχία) στο Gottingen - ήταν η πρώτη γυναίκα που έλαβε ένα τέτοιο πτυχίο στη Γερμανία σε οποιοδήποτε αντικείμενο. Η Grace επέστρεψε στην Αγγλία όπου έστειλε αντίγραφα της εργασίας της σε άτομα που ίσως ενδιαφέρονταν. Ένας από αυτούς ήταν ο William Young, ο οποίος υπήρξε καθηγητής της στο Cambridge για ένα χρόνο, ενώ η Grace είχε προσπαθήσει να τον αποφύγει επειδή είχε τη φήμη ότι ήταν σκόπιμα δυσάρεστος στις γυναίκες σπουδάστριες.

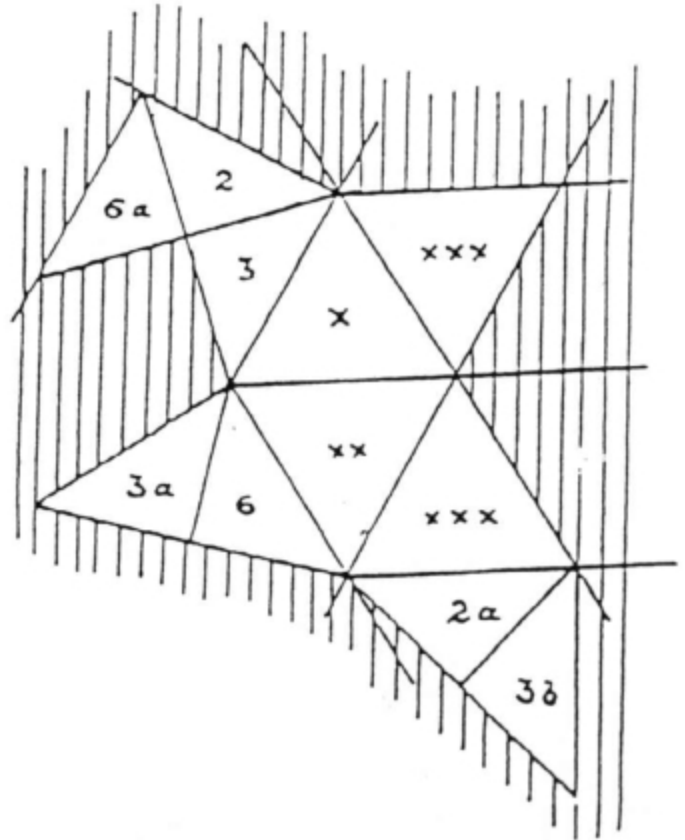


Επίπεδο μοτίβο ενός γωνιακού πλοίου

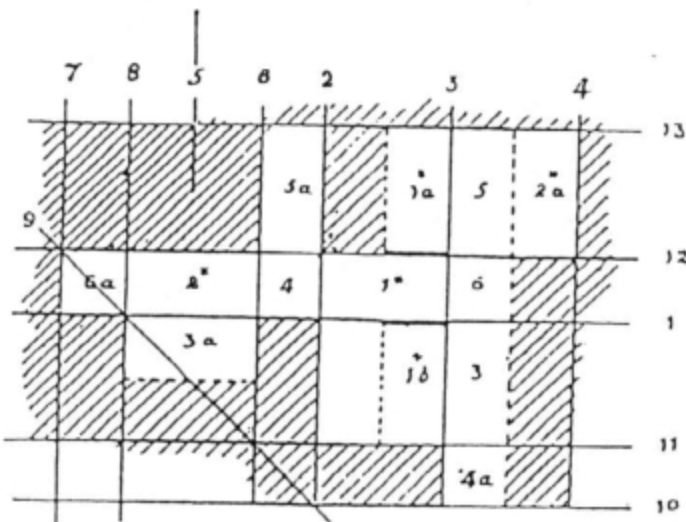


Κύβος χωρίς μία γωνία

Smile 1895



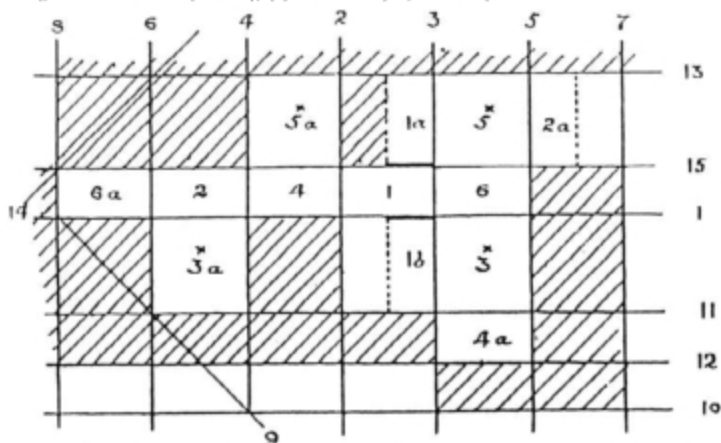
Επίπεδο μοτίβο
 ενός διπλού τετράεδρου
 που προήλθε μετά από τομή
 με κύβο.



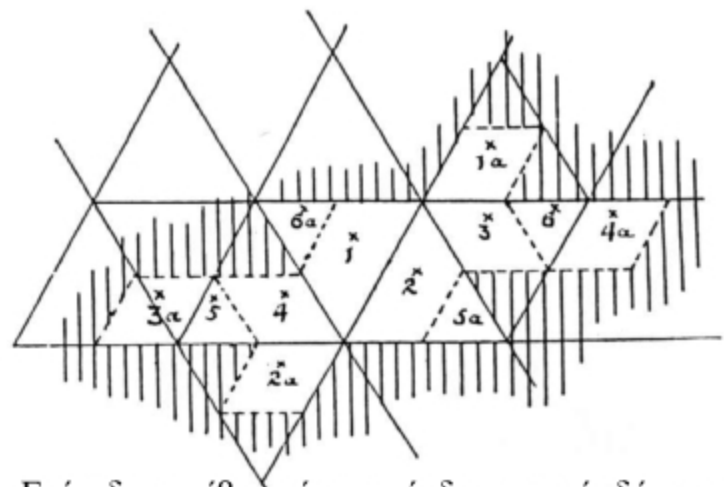
Επίπεδο μοτίβο του ενός τετάρτου του κύβου

Ο William Young πρότεινε στη Grace να εργαστούν μαζί για την προετοιμασία ενός βιβλίου για την αστρονομία. Στη διάρκεια της συνεργασίας τους έγιναν φίλοι. Τελικά, κατέληξαν στο γάμο παρόλο που η Grace αρχικά δεν ήθελε. Ήθελε να έχει τον έλεγχο της προσωπικής της ζωής και παράλληλα γνώριζε τις συνέπειες που θα είχε ο γάμος της με τον William στην εργασία της. Υπήρχε, όμως, μεγάλη κοινωνική πίεση στις γυναίκες για να παντρευτούν, γι' αυτό όταν ο William της το ζήτησε για δεύτερη φορά, η Grace δέχτηκε.

Μέχρι το 1908 η Grace και ο William είχαν αποκτήσει έξι παιδιά - τρία κορίτσια και τρία αγόρια. Η ζωή της οικογένειας ήταν μοιρασμένη ανάμεσα σε Λονδίνο, Cambridge, Τορίνο στην Ιταλία και Gottingen, γεγονός που αιτιολογούσε την αναστάτωση που την χαρακτήριζε. Ο William είχε δύο αδερφές και, όταν τα παιδιά ήταν μικρά, η μία από αυτές φρόντιζε τα παιδιά, έτσι ώστε η Grace να μπορέσει να ασχοληθεί με την έρευνα και το συγγραφικό της έργο. Παράλληλα, είχε αρχίσει τις σπουδές της στην Ιατρική.



Επίπεδο μοτίβο ενός ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου



Επίπεδο μοτίβο ενός τετράεδρου χωρίς δύο γωνίες.

Ο William ήταν πολύ απαιτητικός γι' αυτό η Grace πραγματοποίησε το μεγαλύτερο μέρος της δουλειάς της κατά τη διάρκεια της απουσίας του. Μπορείς να διαβάσεις ένα γράμμα που έστειλε ο William στη Grace στη διπλανή σελίδα. Κατά τη διάρκεια ενός από τα ταξίδια του William στην Καλκούτα της Ινδίας, η Grace άρχισε να γράφει εργασίες χρησιμοποιώντας το δικό της όνομα. Συνέγραψε μια σειρά από εργασίες σχετικές με το διαφορικό λογισμό και κέρδισε ένα βραβείο στο Cambridge γι' αυτές τις εργασίες της. Συνεργάστηκε με τον William παράλληλα αλλά ένα μεγάλο μέρος της εργασίας τους δημοσιεύτηκε στο όνομα του William μόνο. Κατά συνέπεια, ένα μεγάλο τμήμα της δουλειάς της Grace δεν έχει αναγνωριστεί.

Παράλληλα με την εξαιρετική δουλειά της στα μαθηματικά, η Grace ασχολήθηκε επίσης με εκπαιδευτικά ζητήματα. Φρόντισε η ίδια για τη μόρφωση των παιδιών της και συνέγραψε ένα βιβλίο για να βοηθήσει το μικρότερο γιο της να μάθει βιολογία.

Επίσης, η Grace (και ο William) συνέγραψαν δύο σχολικά εγχειρίδια βιολογίας και δύο σχολικά εγχειρίδια μαθηματικών. Τα βιβλία των μαθηματικών ονομάστηκαν "Η θεωρία των Συνόλων και των Σημείων" και "Το πρώτο βιβλίο Γεωμετρίας".

"Η θεωρία των Συνόλων και των Σημείων" που γράφτηκε το 1906 ήταν το πρώτο σχολικό εγχειρίδιο που αναφερόταν στα σύνολα. Το πρώτο Βιβλίο της Γεωμετρίας γράφτηκε το 1905 ως ένα σχολικό εγχειρίδιο.

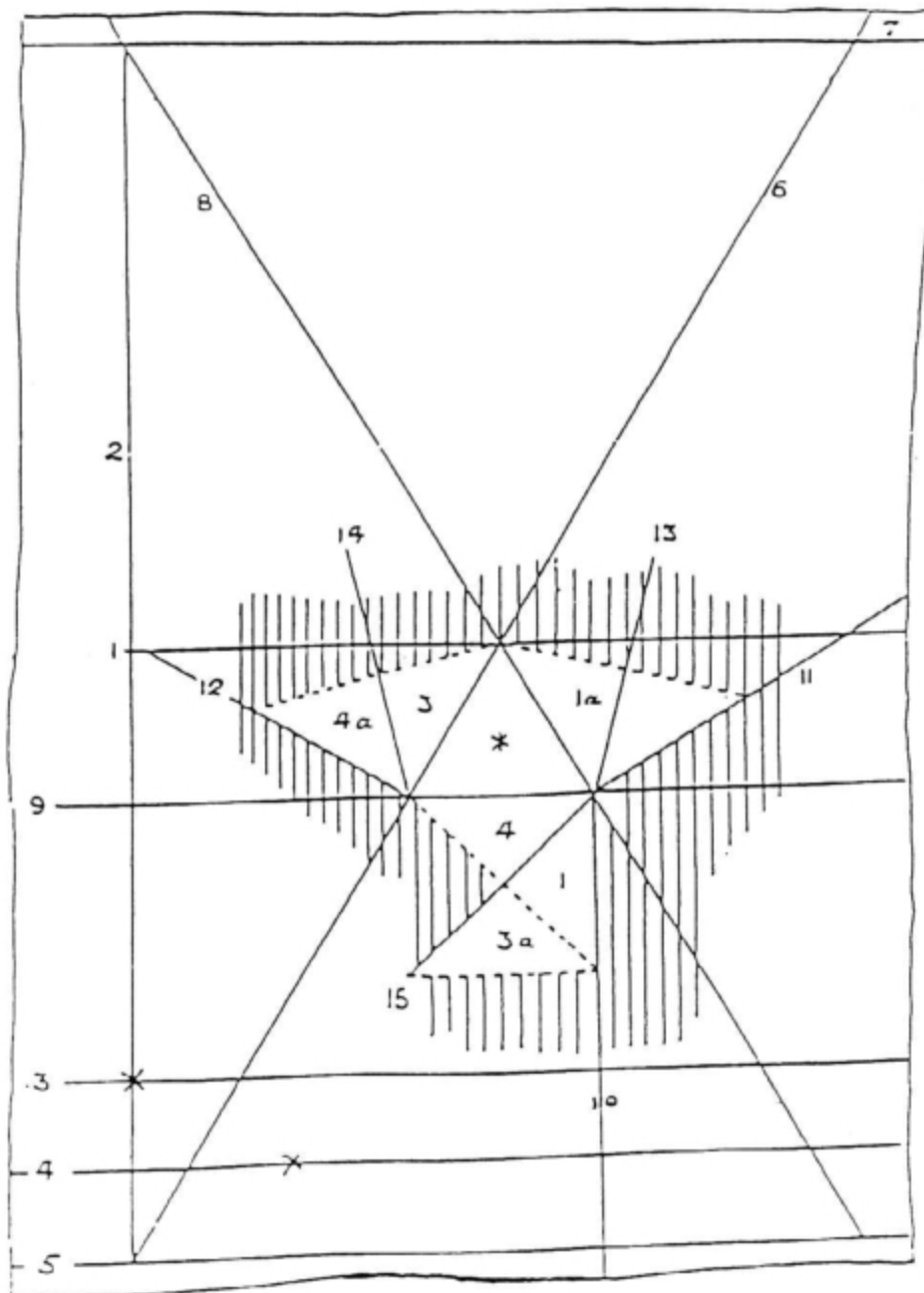
Η Grace πίστευε ότι τα παιδιά πρέπει να ενθαρρύνονται να ανακαλύπτουν πράγματα για τους εαυτούς τους. Υποστήριζε με ενθουσιασμό ότι τα παιδιά πρέπει να μάθουν να φτιάχνουν τρισδιάστατα μοντέλα, για να αποκτήσουν την αίσθηση της γεωμετρίας και για να είναι σε θέση αργότερα να οπτικοποιούν ιδέες. Το βιβλίο συμπεριλαμβάνει πολλά πράγματα που μπορεί κάποιος να τα κόψει και να τα φτιάξει.

Ένα γράμμα του William Young προς την Grace Chisholm Young

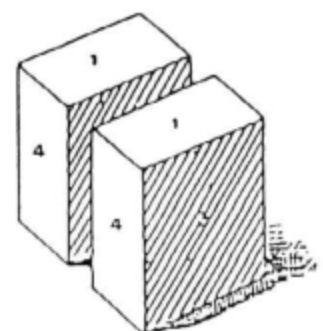
"..... Ελπίζω να απολαμβάνεις αυτήν τη συνεργασία μας. Γενικά, πιστεύω ότι είναι, προς το παρόν τουλάχιστον, σε μεγάλο βαθμό όπως θα έπρεπε να είναι, θεωρώντας ότι έχουμε να δώσουμε λόγο μόνο στους εαυτούς μας όσον αφορά το μοίρασμα της φήμης και της δόξας. Ο χαρακτήρας της εργασίας δεν επιτρέπει τη δημιουργία αντιφατικών ισχυρισμών. Είμαι πολύ χαρούμενος που προχωράς με τις ιδέες. Έχω κατά κάποιο τρόπο την αίσθηση ότι σε εκπαίδευα και σου παρουσίαζα προβλήματα, τα οποία εγώ ο ίδιος δεν μπορούσα να επιλύσω αλλά μπορούσα να καταστήσω εσένα ικανή να τα επιλύσεις. Άλλοτε πάλι θεωρώ ότι, όπως ο Klein, είμαι αυτός που παρέχει την απαραίτητη κινητήρια δύναμη- το κίνητρο, την καθοδήγηση. Παράλληλα, νιώθω ότι μαζί μπορούμε να κατακτήσουμε νέα ύψη. Πραγματικά, πιστεύω, χρειάζεσαι έντονη κριτική όταν βρίσκεσαι στην καλύτερή σου εργασιακή στιγμή. Γεγονός είναι ότι οι εργασίες μας θα έπρεπε να δημοσιευτούν με τα ονόματα και των δύο μας αλλά αν συνέβαινε αυτό, κανένας από τους δύο μας δεν θα επωφελούνταν. Όχι. Δικές μου είναι οι δάφνες και η γνώση τώρα. Δική σου είναι μόνον η γνώση. Όλες οι εργασίες δημοσιεύονται με το δικό μου μόνο όνομα προς το παρόν και, αργότερα, όταν οι συνθήκες θα έχουν αλλάξει, τότε θα είναι όλες ή ένα αρκετά σημαντικό μέρος στο δικό σου όνομα. Αυτό είναι το πρόγραμμά μου. Προς το παρόν δεν γίνεται να σταδιοδρομήσεις στον τομέα που επέλεξες. Έχεις τα παιδιά σου να αναθρέψεις. Εγώ μπορώ και το κάνω...."

Μπορείς να γράψεις μια απάντηση στο συγκεκριμένο γράμμα, αν θέλεις.

Όλα τα παιδιά της Grace έγιναν μαθηματικοί ή επιστήμονες. Η Janet έγινε γιατρός, η Helen, η Cecily και ο Laurence έγιναν μαθηματικοί και ο Patrick έγινε χημικός. Ο Frank σκοτώθηκε στον Α΄ Παγκόσμιο Πόλεμο αλλά είχε γίνει ήδη επιστήμονας. Η Grace πέθανε σε ηλικία 76 ετών. Στη διάρκεια της ζωής της έκανε πολλά πράγματα. Όχι μόνο παρήγαγε σημαντικό έργο στα μαθηματικά αλλά παράλληλα μεγάλωσε έξι παιδιά και αντιμετώπισε έναν απαιτητικό σύζυγο. Προερχόμενη από τις προνομιούχες κοινωνικές τάξεις είχε κάποια προνόμια σε σύγκριση με άλλες γυναίκες. Αν, όμως, ζούσε σήμερα που υπάρχουν λιγότερα εμπόδια, ποιος ξέρει τι περισσότερο θα είχε επιτύχει. Είναι ασυνήθιστο το γεγονός ότι, παρά τις αντιξοότητες της εποχής της, κατάφερε να επιτύχει τόσα πολλά.



Επίπεδο μοτίβο ενός γωνιακού τετράεδρου.



Κύβος που χωρίστηκε σε δύο ορθογώνια παραλληλεπίπεδα κομμάτια.

Αν σου άρεσε η συγκεκριμένη εργασία, τότε ίσως θεωρήσεις ενδιαφέροντα τα παρακάτω βιβλία:

Μαθηματικές ισότητες - του Teri Perl, εκδόσεις Addison - Wesley, London, New York.

Γυναίκες στα Μαθηματικά - της Lynn M Osen, εκδόσεις MIT Press, Cambridge, Mass, USA.

Η κληρονομιά της Υπατίας- της Margaret Alic, εκδόσεις The women's Press, London.

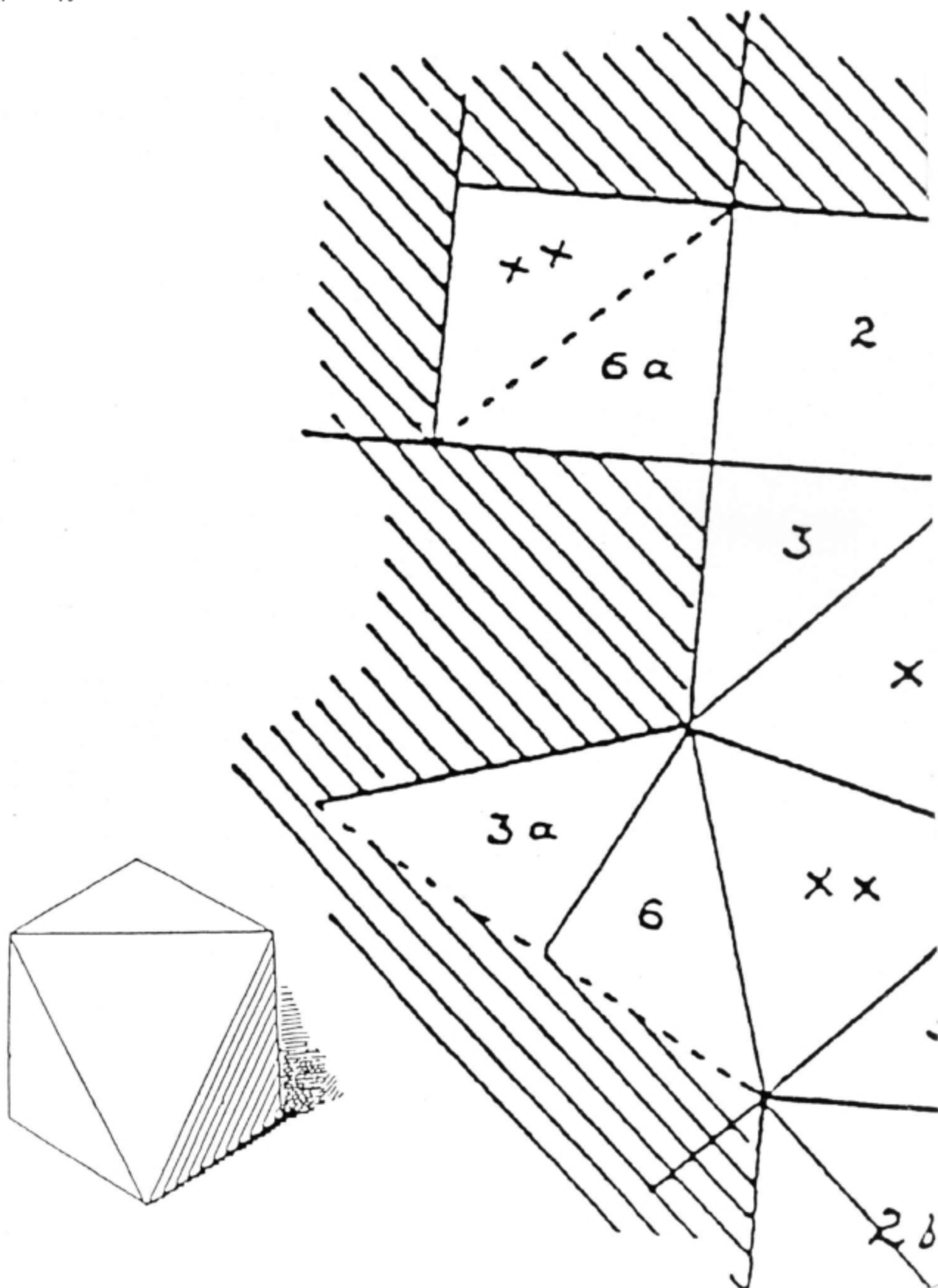
Τα επίπεδα μοτίβα και τα στερεά σχήματα στο έντυπο αυτό προέρχονται από το "Πρώτο Βιβλίο Γεωμετρίας" των GC και WH Young. Επετράπη η αναπαραγωγή τους από τους JM Dent & Sons Ltd.

Η αναπαραγωγή της φωτογραφίας της Grace Chisholm Young στη σελίδα 5 επετράπη από τον Ivor Grattan- Guinness.

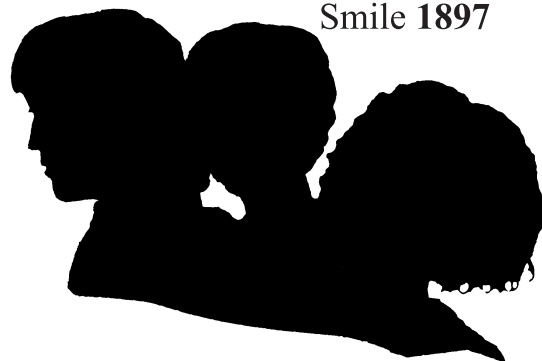
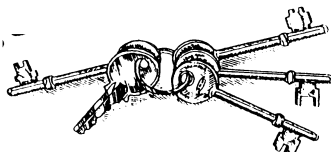
Οι υπόλοιπες φωτογραφίες προέρχονται από το βιβλίο "Μαθηματικές Ισότητες" του Teri Perl και η αναπαραγωγή τους επετράπη από τον Εκδοτικό Οίκο Addison - Wesley.

Η αναπαραγωγή του γράμματος επετράπη από τους Ivor Grattan- Guinness και Taylor - Francis Ltd. Αρχικά, είχε δημοσιευτεί στο Annals of Science.

Η φωτογραφία του μπροστινού
εξώφυλλου παρουσιάζει την
Grace Chisholm Young και το
γιο της Bimbo.



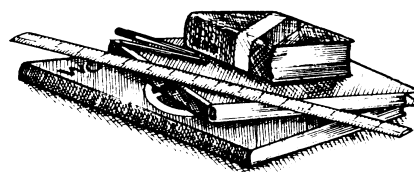
Ποιος είναι ο φύλακας;



1 Τρεις άνθρωποι κατοικούν σε αυτά τα τρία διαμερίσματα.



2 Ο μαθητής μένει δίπλα από τον Μι Φινγκ.



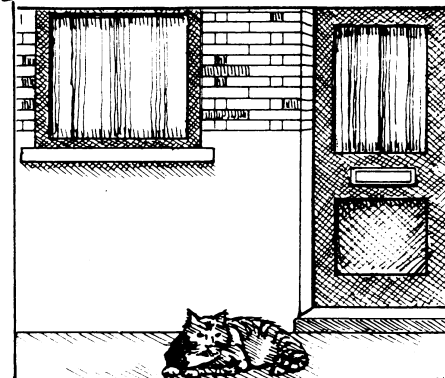
3 Το διαμέρισμα 53 έχει κίτρινη πόρτα.



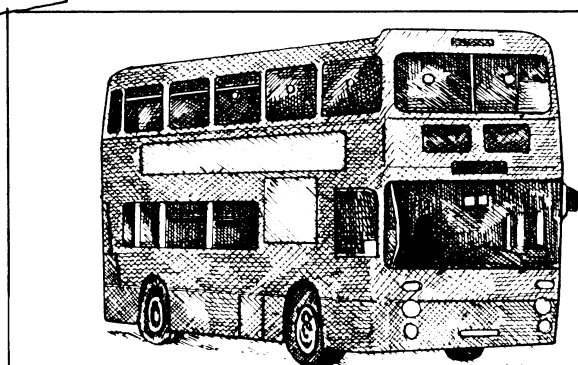
4 Η Ντόνα μένει στο διαμέρισμα δίπλα από αυτό με την κόκκινη πόρτα.



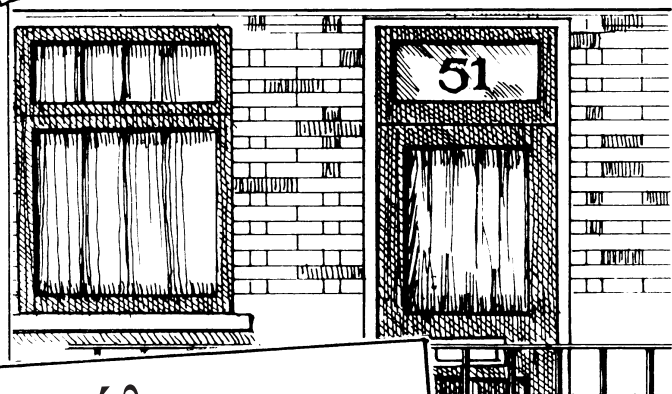
5 Ο Μι Φινγκ μένει δίπλα από τη Νιρμάλα.



6 Ο οδηγός του λεωφορείου κατοικεί στο διαμέρισμα με την πράσινη πόρτα.



7 Η Νιρμάλα μένει στο διαμέρισμα 51.



Ποιος είναι ο φύλακας;

**Ποιος έχει το
κομπιουτεράκι;**



1. Υπάρχει μια πεντάροφη πολυκατοικία.



2. Ο Αλέξης μένει στο διαμέρισμα με την κόκκινη πόρτα.



3. Η Δήμητρα έχει ένα κασετόφωνο.



4. Οι ένοικοι του διαμερίσματος με την πράσινη πόρτα πίνουν τσάι.



5. Το κορίτσι που σπουδάζει λογιστικά έχει ένα στερεοφωνικό συγκρότημα.



6. Το διαμέρισμα με την πράσινη πόρτα βρίσκεται ακριβώς κάτω από το διαμέρισμα του τελευταίου ορόφου που έχει άσπρη πόρτα.



7. Ο Βίκτωρας πίνει κόκα-κόλα.



8. Οι ένοικοι του διαμερίσματος με την κίτρινη πόρτα σπουδάζουν Φυσική.



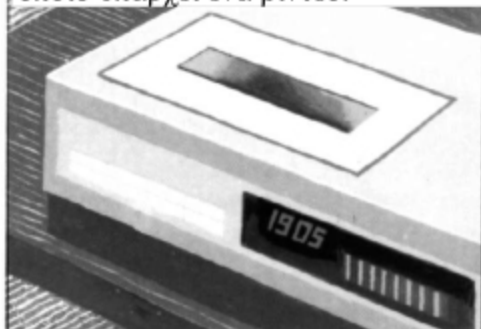
9. Οι ένοικοι του μεσαίου διαμερίσματος πίνουν καφέ.



10. Η Κατερίνα μένει στο ισόγειο.



11. Το κορίτσι που σπουδάξει μαθηματικά μένει στο διαμέρισμα που είναι δίπλα στο διαμέρισμα στο οποίο υπάρχει ένα βίντεο.



12. Η Εύη σπουδάξει μηχανικός



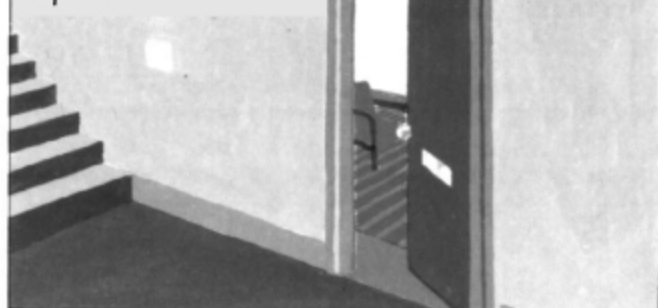
13. Ο φοιτητής του Χημικού πίνει μύρα με λεμονάδα.



14. Το τηλεχειριστήριο βρίσκεται στο διαμέρισμα που βρίσκεται δίπλα στο διαμέρισμα στο οποίο μελετούν φυσική.



15. Η Κατερίνα μένει στο διαμέρισμα που βρίσκεται δίπλα στο διαμέρισμα με την μπλε πόρτα.



Ποιος πίνει λεμονάδα;
Ποιος έχει τον υπολογιστή τσέπης (κομπιουτεράκι);

Υπάρχουν πέντε ομάδες χαρακτηριστικών, τα οποία μπορείς να εξετάσεις:

Όνόματα κοριτσιών

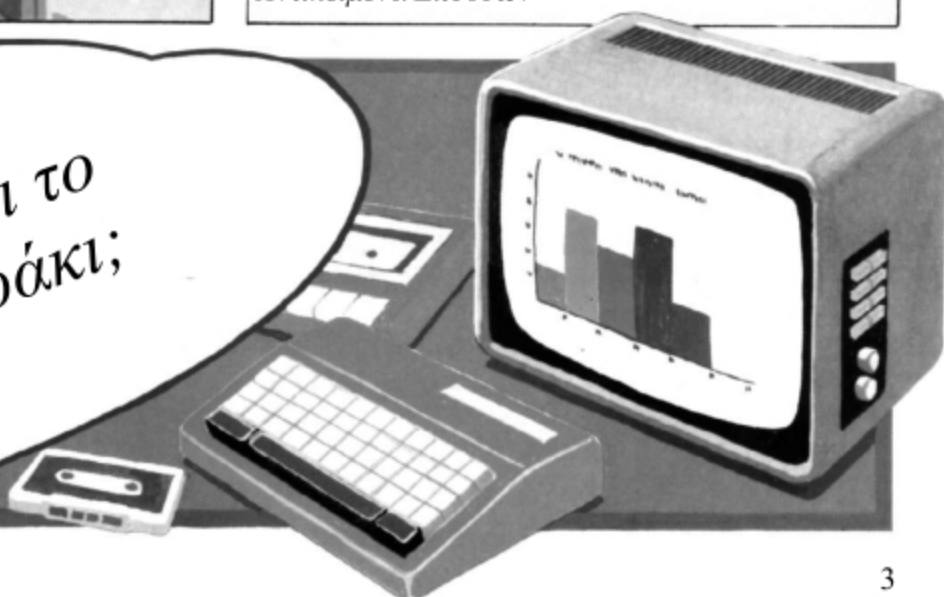
Χρώματα στις πόρτες των διαμερισμάτων

Ηλεκτρονικός εξοπλισμός

Ποτά

Αντικείμενα Σπουδών

Ποιος έχει το κομπιουτεράκι;





**Ποιος πίνει
λεμονάδα;**

ΛΕΞΕΙΣ ΑΡΙΘΜΩΝ (Η ΑΡΙΘΜΟΛΕΞΕΙΣ)

Άρχισε με έναν αριθμό.



Πόσα γράμματα υπάρχουν;

3

Γράψε τον αριθμό.

ΤΡΙΑ

Πόσα γράμματα υπάρχουν;

4

...και ούτω καθεξής...

ΤΕΣΣΕΡΑ

7

ΕΠΤΑ

4

ΤΕΣΣΕΡΑ

Να ξεκινήσεις αλυσίδες με διαφορετικούς αριθμούς.

Τι παρατηρείς;

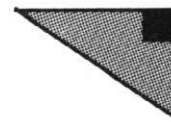
Προσπάθησε να φτιάξεις αλυσίδες αριθμών σε άλλες γλώσσες.

Smile 1902

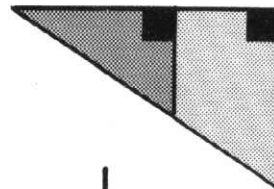
Μικρό Μεσαίο Μεγάλο

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας 1902α.

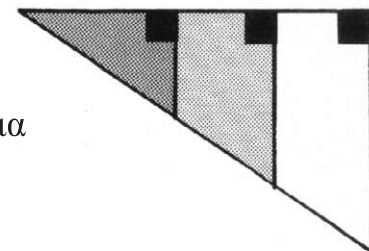
1. Να κόψεις όλα τα τρίγωνα του φύλλου εργασίας 1902α και να τα χωρίσεις σε 2 ομάδες όμοιων τριγώνων, συγκρίνοντας τις γωνίες τους.



2. Να μετρήσεις τις πλευρές κάθε τριγώνου και να συμπληρώσεις τους πίνακες που βρίσκονται στο φύλλο εργασίας.

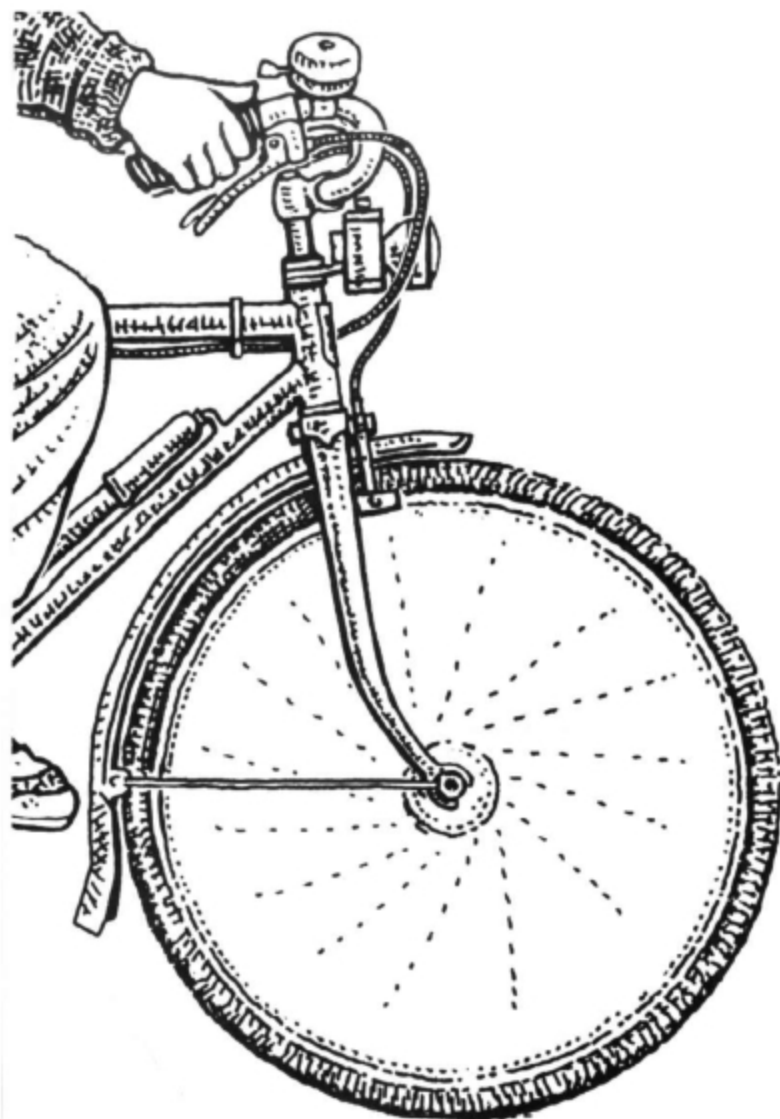


3. Πρέπει να έχεις βρει ότι ο λόγος ΜΙΚΡΟ/ΜΕΣΑΙΟ είναι κατά προσέγγιση ίδιος για όλα τα τρίγωνα σε κάθε ομάδα.



Ισχύει το ίδιο για τους άλλους δύο λόγους;

4. Να σχεδιάσεις μια άλλη ομάδα όμοιων τριγώνων και να ελέγξεις αν οι λόγοι των πλευρών τους είναι κατά προσέγγιση ίδιοι.



Smile 1912

Βαμμένες ρόδες

Ενώ έκανα ποδήλατο σε ένα μονοπάτι πέρασα μέσα από μια μικρή λιμνούλα μπογιάς.

Λίγο αργότερα, κοίταξα πίσω μου τα σημάδια από μπογιά που άφησαν οι ρόδες μου.

Τι παρατήρησα;

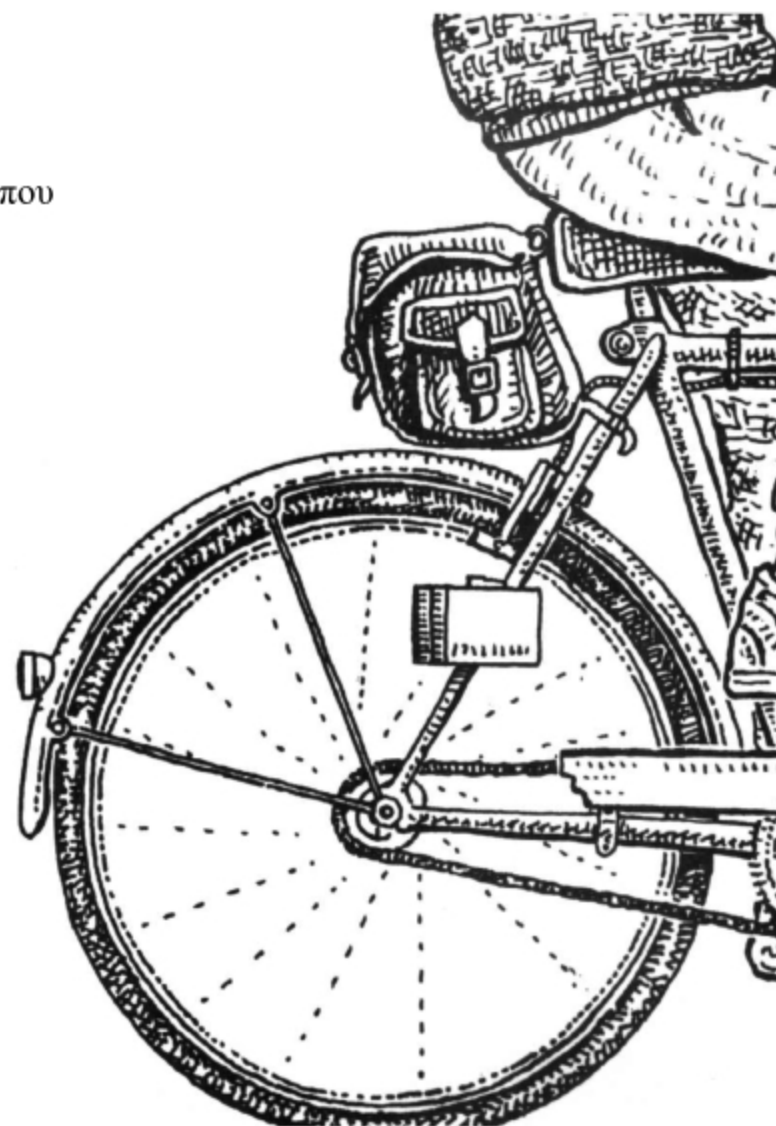
Υπάρχουν κάποιες υποδείξεις στο πίσω μέρος, αν τις χρειαστείς.

Smile 1912

Υποδείξεις

Ίσως σε βοηθήσει αν κάνεις ένα σχεδιάγραμμα σε κλίμακα των σχεδίων που σχηματίστηκαν, **αρχίζοντας από τη λιμνούλα από μπογιά.**

- ★ Τι θα συμβεί, αν αλλάξεις την απόσταση ανάμεσα στις ρόδες;
- ★ Τι θα συμβεί, αν η διάμετρος των τροχών είναι διαφορετική;
- ★ Τι θα συμβεί, αν στρίψεις σε μια γωνία;
- ★ Και οι δύο ρόδες καλύπτουν την ίδια απόσταση;



Αριθμοί Μπενγκάλι

+	२	७	८	९
२	८	९	५	१
७	९	५	१	४
८	५	१	४	३
९	१	४	३	०

Αυτό είναι ένα κομμάτι από τον πίνακα πρόσθεσης αριθμών Μπενγκάλι.
Μπορείς να τον επεκτείνεις;

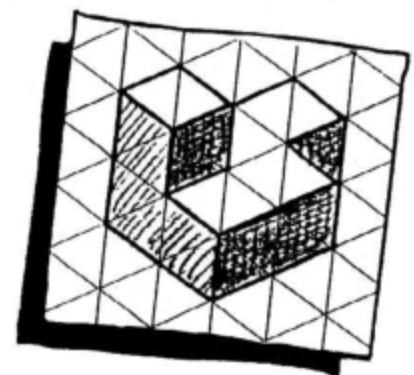
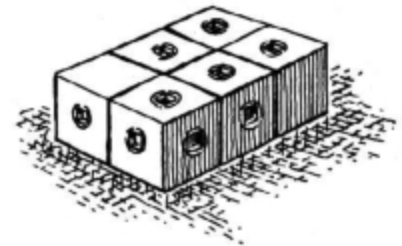
Σχεδιάζοντας από μνήμης

Θα χρειαστείς κυβάρια του ενός εκατοστού και ισομετρικό χαρτί.

Μια δραστηριότητα για δύο άτομα.

Το κάθε άτομο χωριστά

- Να φτιάξεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο σχήμα $3 \times 2 \times 1$ από μικρά κυβάρια του εκατοστού.
- Να απομακρύνεις ένα από τα κυβάρια της κατασκευής σου και να το τοποθετήσεις σε κάποιο άλλο σημείο της.
- Να αφήσεις το συμπαίκτη σου να παρατηρήσει την κατασκευή που έχει προκύψει και στη συνέχεια να την κρύψεις.
- Τώρα ο συμπαίκτης σου πρέπει να φτιάξει το σχέδιο της κατασκευής σου σε ισομετρικό χαρτί από μνήμης.



Να το επιχειρήσεις μερικές φορές ακόμη.

Ένα κόλπο με τα πούλια του ντόμινο

Να ζητήσεις από κάποιο συμμαθητή σου να επιλέξει ένα οποιοδήποτε πούλι του ντόμινο.

Ας δοκιμάσουμε με αυτό.....



Να ζητήσεις από το συμμαθητή σου να κάνει τους παρακάτω υπολογισμούς.

* Να πολλαπλασιάσει οποιονδήποτε από τους αριθμούς με το 5.

$$3 \times 5 = 15$$

* Να προσθέσει 8.

$$15 + 8 = 23$$

* Να πολλαπλασιάσει με το 2.

$$23 \times 2 = 46$$

* Να προσθέσει το δεύτερο αριθμό από το πούλι του ντόμινο.


$$46 + 6 = 52$$

Να ζητήσεις από το φίλο σου να σου πει το αποτέλεσμα των υπολογισμών του. Από αυτό να αφαιρέσεις το 16.

$$52 - 16 = 36$$


Τα ψηφία του αριθμού που προκύπτει είναι οι αριθμοί που βρίσκονται πάνω στο πούλι του ντόμινο.

- Η παραπάνω διαδικασία ισχύει για κάθε πούλι του ντόμινο;
- Μπορείς να το αποδείξεις;
- Μπορείς να βρεις ένα άλλο σύνολο κανόνων με το ίδιο αποτέλεσμα;

Το πλήκτρο της εφαπτομένης  στο κομπιουτεράκι θα σου δώσει την κλίση για οποιαδήποτε γωνία.

Για γωνία 50° , να πιάσεις



3. Να χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο της εφαπτομένης , για να ελέγξεις τα αποτελέσματα του πίνακα.

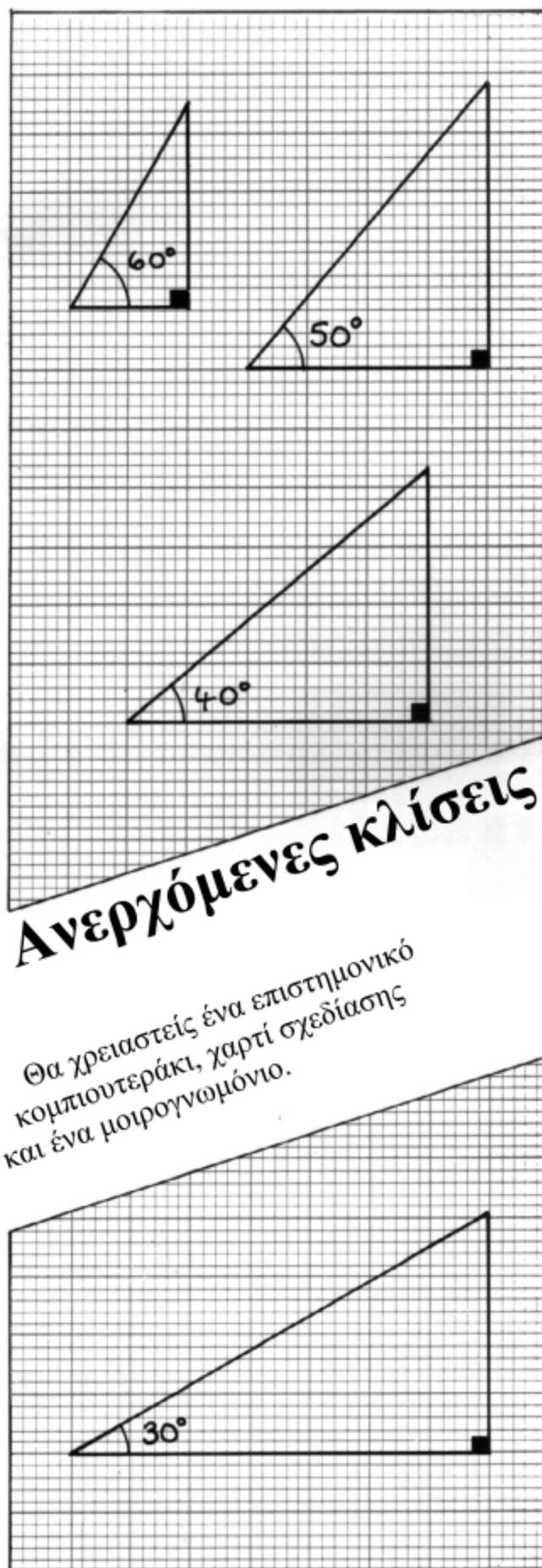
Να εξετάσεις την κλίση που έχουν γωνίες ανάμεσα στις 80° και 90° .

4. Τι συμβαίνει στην κλίση γωνιών που είναι πολύ κοντά στις 90° ;

Υπόδειξη

Να εξετάσεις τις γωνίες ανάμεσα στις 89° και στις 90° .

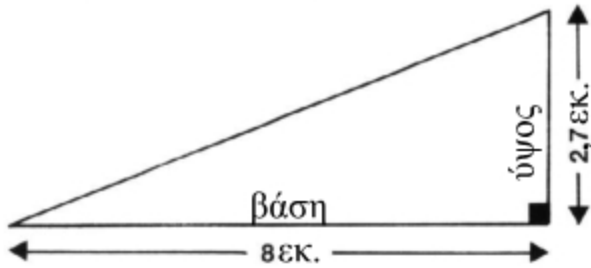
Να εξετάσεις την εφαπτομένη γωνιών μεγαλύτερων από 90° .



Η κλίση υπολογίζει πόσο απότομη είναι μια πλαγιά.

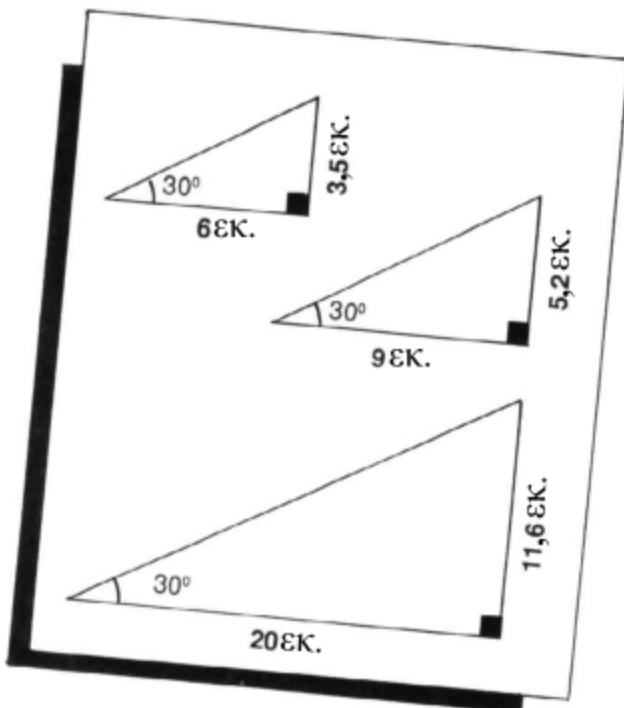
$$\text{Κλίση} = \frac{\text{ύψος}}{\text{βάση}}$$

Επομένως, για το τρίγωνο της παρακάτω εικόνας



$$\begin{aligned} \text{Κλίση} &= 2,7 : 8 \\ &= 0,34 \end{aligned}$$

Να ελέγξεις ότι όλα τα παρακάτω τρίγωνα έχουν κλίση περίπου 0,58.



1. Σχεδιάζοντας ορθογώνια τρίγωνα, να βρεις την κλίση των υπόλοιπων τριγώνων. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα.

Γωνία	Κλίση
0°	0
10°	
20°	
30°	0,58
40°	
50°	
60°	
70°	
80°	

2. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο, το οποίο να έχει κλίση ακριβώς 1.

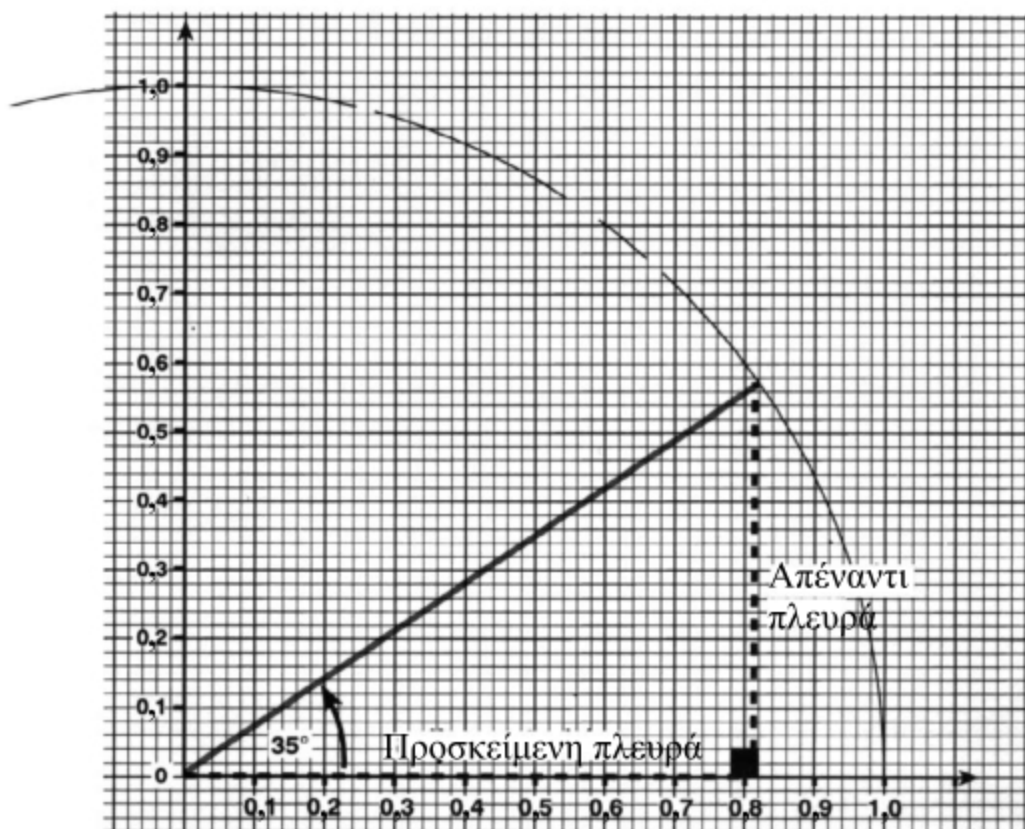
Ποια γωνία έχει τέτοια κλίση;

Γύρισε σελίδα

Τριγωνομετρικές γραμμές

Smile 1921

Θα χρειαστείς χιλιοστομετρικό χαρτί και ένα επιστημονικό κομπιουτεράκι.



Η ακτίνα έχει μήκος 1 μονάδα. Περιστρέφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Σταμάτησε στις 35° .

1. Να παρατηρήσεις το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται, αν χαράξουμε μια κάθετη γραμμή **απέναντι** από τη γωνία των 35° . Το μήκος της πλευράς **απέναντι** από τη γωνία των 35° είναι 0,57.

α) Ποιο είναι το μήκος της **προσκειμένης** πλευράς στη γωνία των 35° ;

β) Στο χιλιοστομετρικό χαρτί που έχεις, να σχεδιάσεις διαγράμματα στα οποία η ακτίνα να σταματά στις 30° .

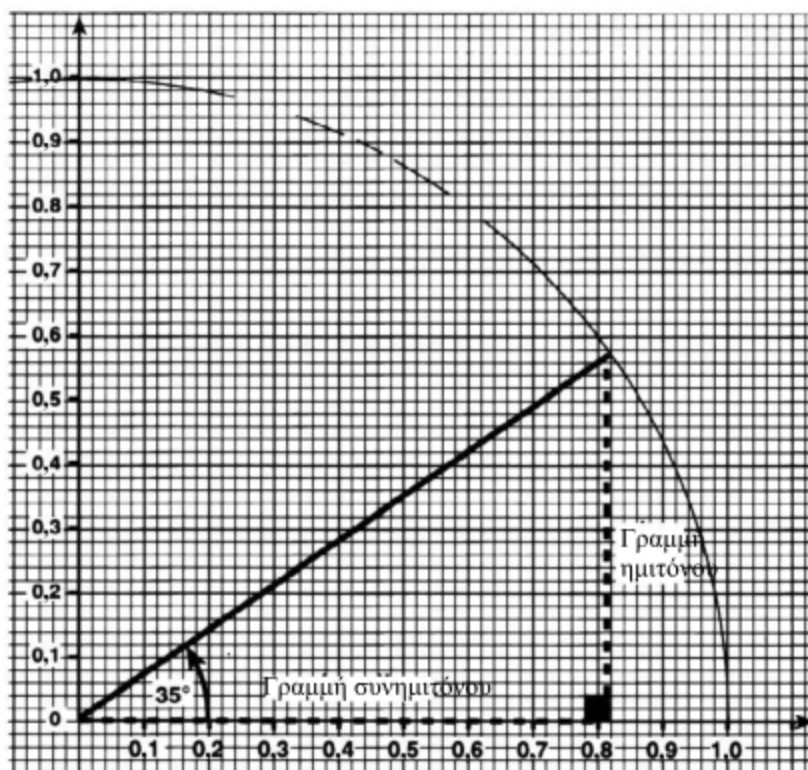
45°
 60°
 80°

Να μετρήσεις το μήκος της προσκείμενης και της απέναντι πλευράς για κάθε γωνία.



γ) Πώς μεταβάλλεται το μήκος της απέναντι πλευράς, καθώς μεγαλώνει η γωνία;

Πώς μεταβάλλεται το μήκος της προσκείμενης πλευράς, καθώς μεγαλώνει η γωνία;



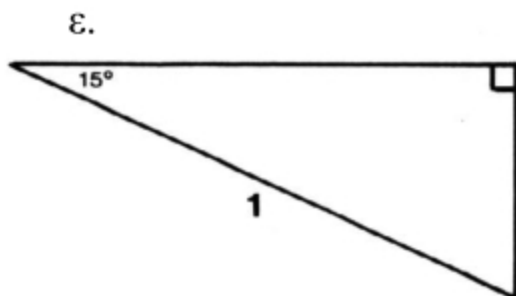
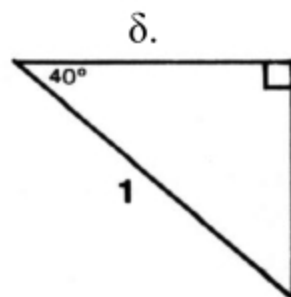
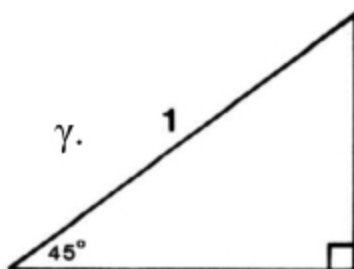
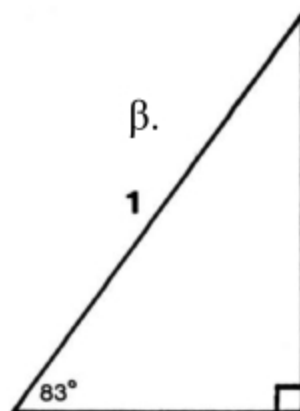
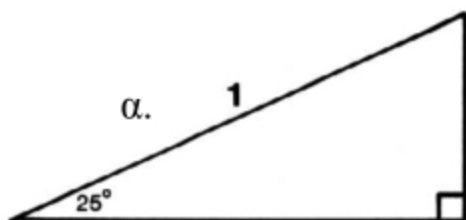
Όταν η ακτίνα έχει μήκος 1 μονάδα, μπορούμε να βρούμε το μήκος της απέναντι και της προσκείμενης στη γωνία πλευράς, χρησιμοποιώντας αντιστοίχως τα κουμπιά του ημιτόνου και του συνημιτόνου σε ένα κομπιουτεράκι.

Να πατήσεις τα κουμπιά , για να ελέγξεις την ορθότητα της απάντησης που έδωσες στο 1α.

Να χρησιμοποιήσεις τα κουμπιά του ημιτόνου και του συνημιτόνου, για να ελέγξεις την ορθότητα των απαντήσεών σου στο 1β (προσεγγιστικά).

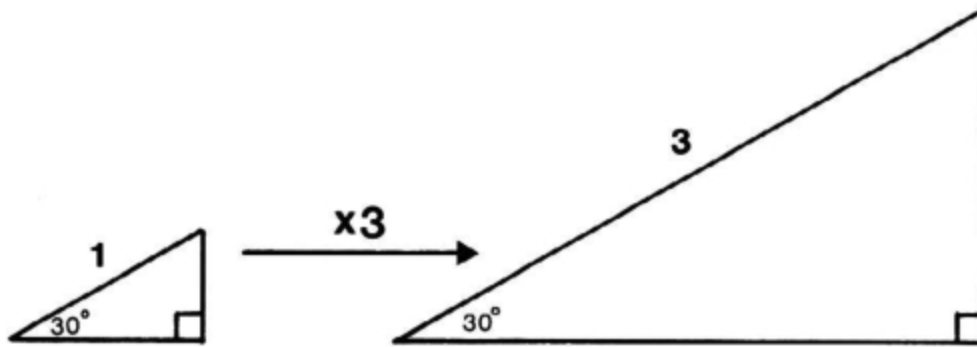
2. Να βρεις το μήκος της **απέναντι** και της **προσκειμένης** πλευράς σε καθένα από αυτά τα τρίγωνα.

(Τα τρίγωνα δεν είναι σχεδιασμένα σε κλίμακα.)



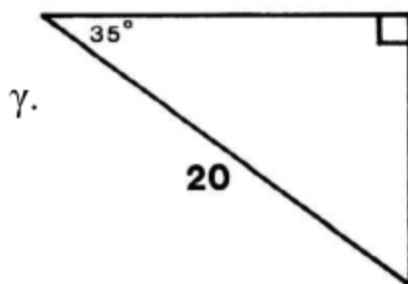
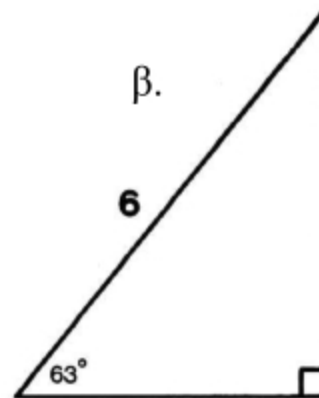
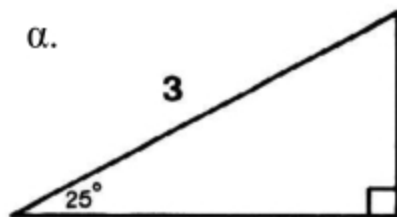
Γύρισε σελίδα

Το μικρό τρίγωνο έχει μεγεθυνθεί με συντελεστή κλίμακας 3.

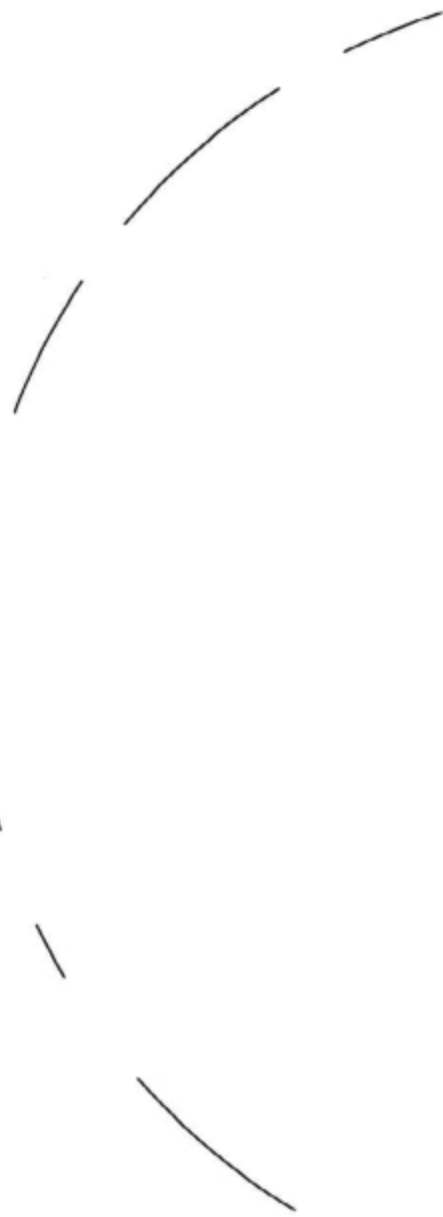


3. Ποια είναι τα μήκη των πλευρών στο μεγαλύτερο τρίγωνο;

4. Να βρεις το μήκος των πλευρών σε αυτά τα τρίγωνα.
(Τα τρίγωνα δεν είναι σχεδιασμένα σε κλίμακα.)



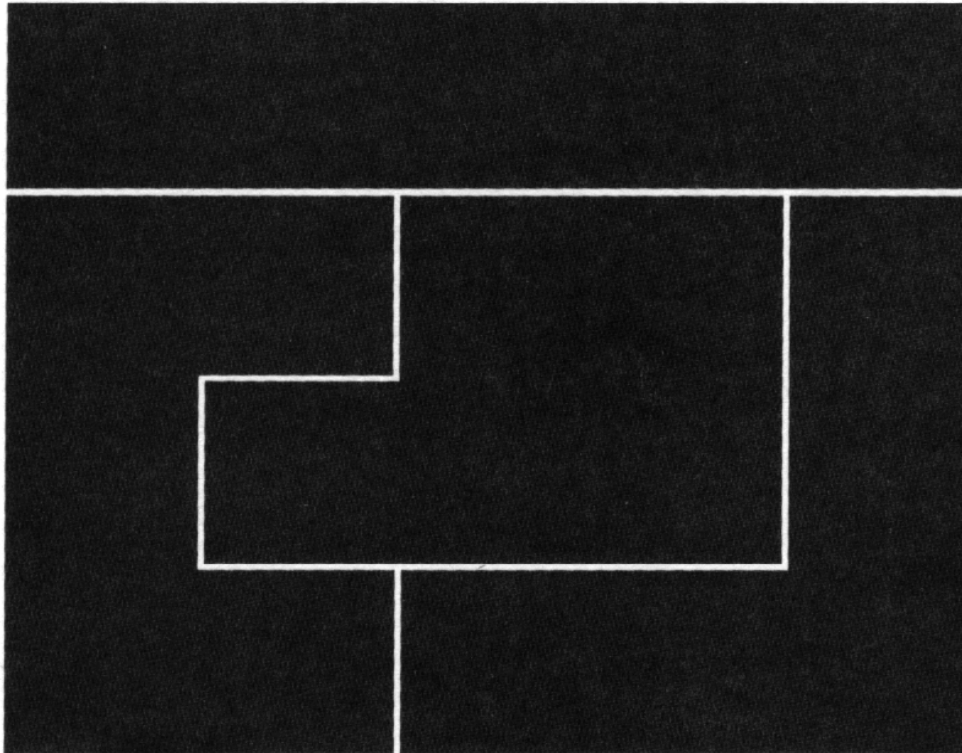
Smile 1921



Θα χρειαστείς ένα σετ από 12 ξύλινα πεντόμινο.

Smile 1927

Σπαζοκεφαλιά με πεντόμινο

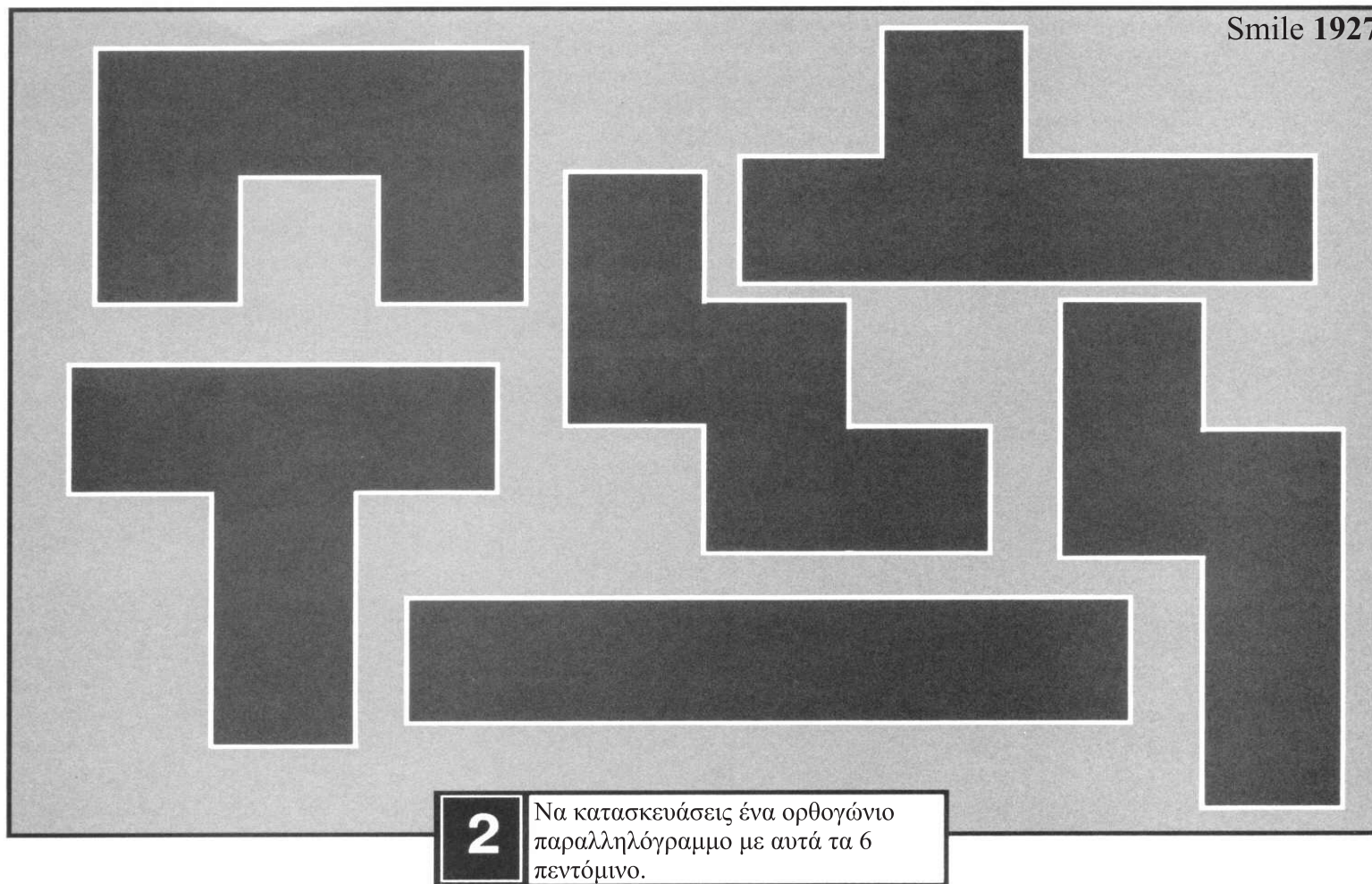


Αυτό είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο 4X5. Κατασκευάστηκε από τέσσερα πεντόμινο.

Να χρησιμοποιήσεις χαρτί χωρισμένο σε τετράγωνα πλευράς 2 εκ., για να παρουσιάσεις τον τρόπο με τον οποίο έλυσες τις τρεις σπαζοκεφαλιές που ακολουθούν.

Smile 1927

1 Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με αυτά τα 4 πεντόμινο.



Γύρισε σελίδα

3

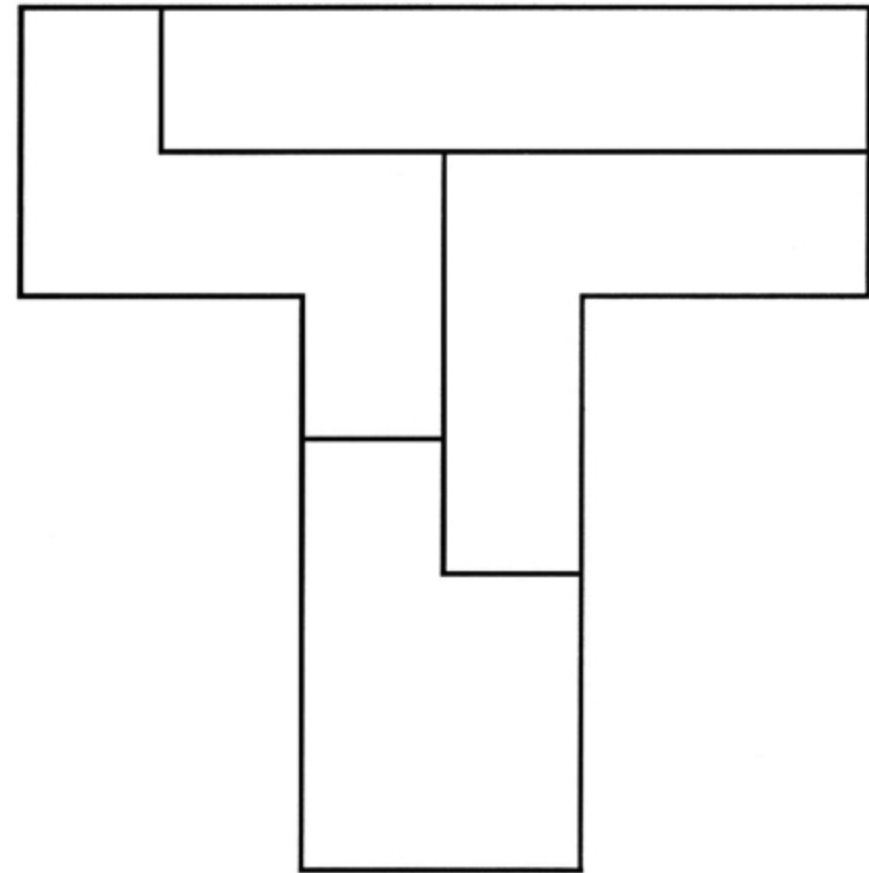
Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο
παραλληλόγραμμο με αυτά τα 7 πεντόμινο.

Smile 1928


Ένα ακόμη πεντόμινο μπορεί να μεγεθυνθεί
με τον ίδιο τρόπο.

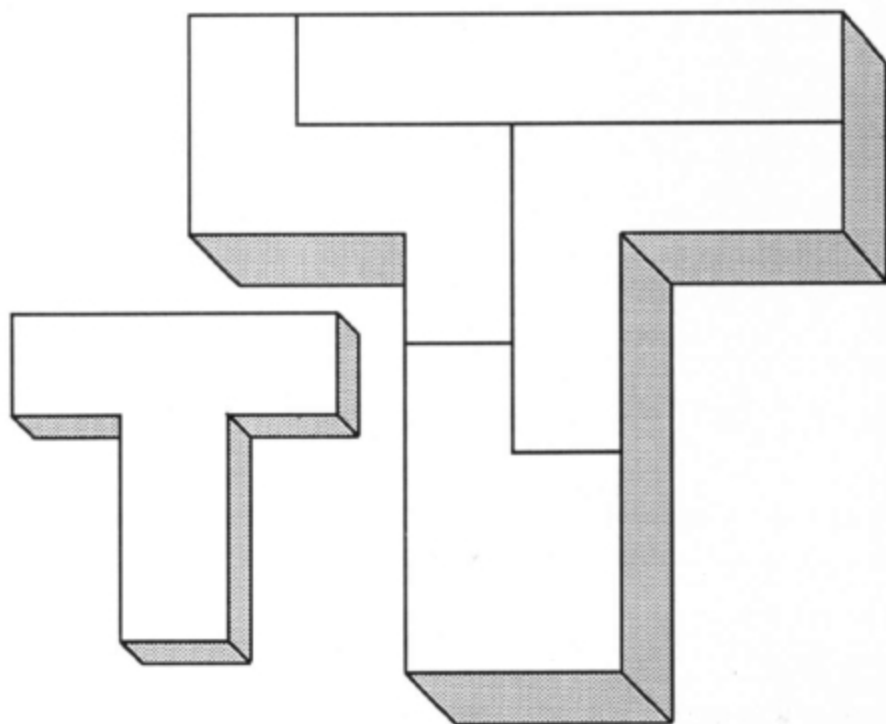
Μπορείς να το βρεις;




Θα χρειαστείς ένα σύνολο 12 ξύλινων πεντόμινο.



Τέσσερα πεντόμινο

Ένα μεγεθυμένο αντίγραφο του  πεντόμινο
μπορεί να κατασκευαστεί, χρησιμοποιώντας τέσσερα
άλλα πεντόμινο.



1. Να φτιάξεις ένα αντίγραφο σε μεγέθυνση του  πεντόμινο, χρησιμοποιώντας τέσσερα άλλα πεντόμινο.
2. Να κάνεις το ίδιο για τα  και  πεντόμινο.

Να σχεδιάσεις τα σχήματα που προκύπτουν σε τετραγωνισμένο χαρτί των 2εκ.

3. α) Τι προκύπτει από τη σύγκριση των πλευρών της μεγέθυνσης με τις πλευρές του αρχικού πεντόμινο;
β) Τι προκύπτει από τη σύγκριση του εμβαδού της μεγέθυνσης με το εμβαδόν του αρχικού πεντόμινο;

Γύρισε σελίδα

Εννέα pentominoes

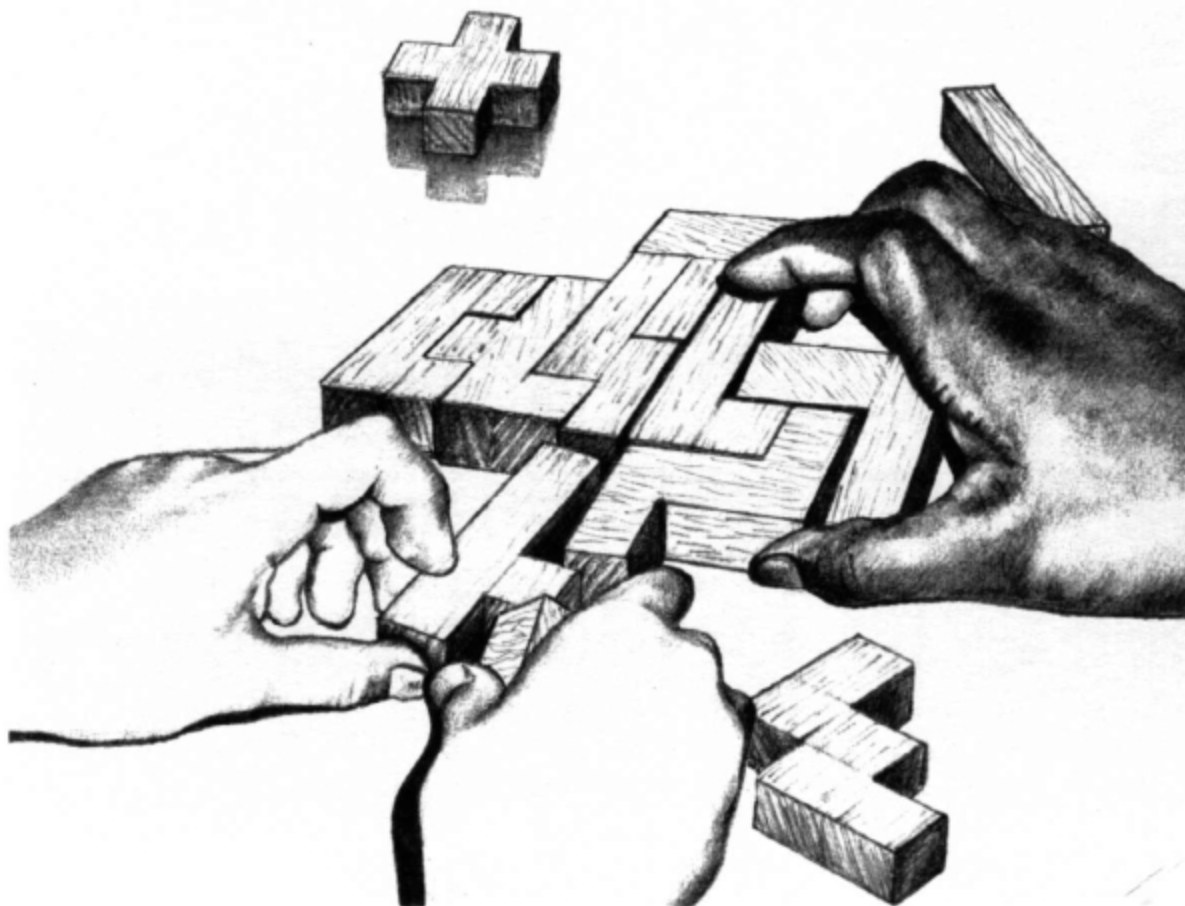
Θα χρειαστείς 12 ξύλινα pentominoes και τετραγωνισμένο χαρτί των 2 εκ.

Να επιλέξεις ένα pentomino.

Να χρησιμοποιήσεις εννέα από τα υπόλοιπα pentominoes, για να δημιουργήσεις μια μεγέθυνση του συγκεκριμένου pentomino.

Να σχεδιάσεις το αποτέλεσμα της προσπάθειάς σου.

Να επαναλάβεις την παραπάνω διαδικασία για άλλα pentominoes.



Απέναντι γωνίες

Smile 1930

Εδώ οι αριθμοί είναι τοποθετημένοι σε 5 στήλες.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45

Σε αυτό το τετράγωνο:

8	9	10
13	14	15
18	19	20

$$\begin{aligned} 8 \times 20 &= 160 \\ 10 \times 18 &= 180 \end{aligned}$$

η διαφορά μεταξύ των γινομένων είναι 20.

Εδώ οι αριθμοί είναι τοποθετημένοι σε 7 στήλες.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21

Σε αυτό το τετράγωνο:

2	3
9	10

$$\begin{aligned} 2 \times 10 &= 20 \\ 3 \times 9 &= 27 \end{aligned}$$

η διαφορά μεταξύ των γινομένων είναι 7.

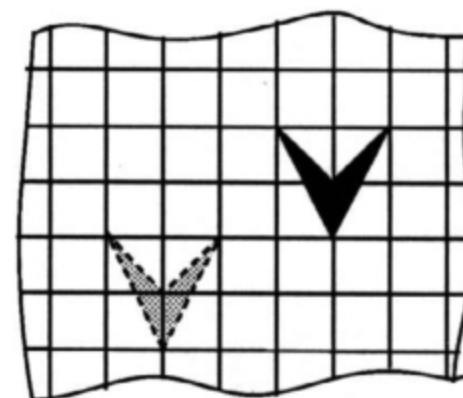
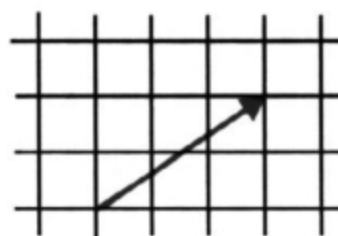
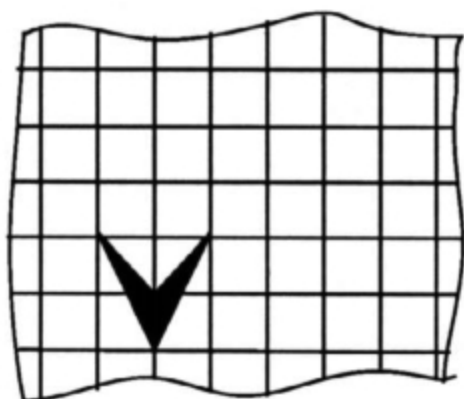
Να το διερευνήσεις.

Μεταφορές σχημάτων

Ίσως χρειαστείτε διαφανές χαρτί αντιγραφής.

Μια παράλληλη μεταφορά μετακινεί κάθε τμήμα
ενός σχήματος.

- στην ίδια κατεύθυνση
- στην ίδια απόσταση

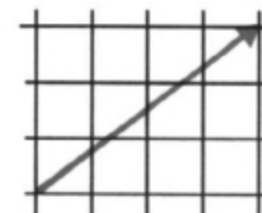
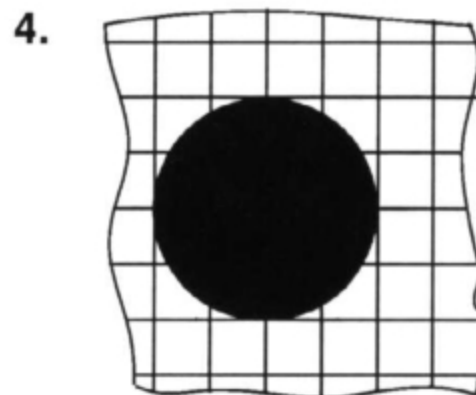
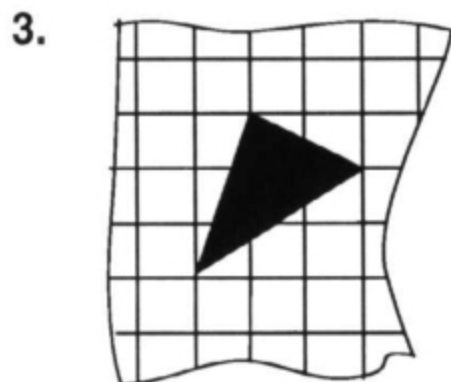
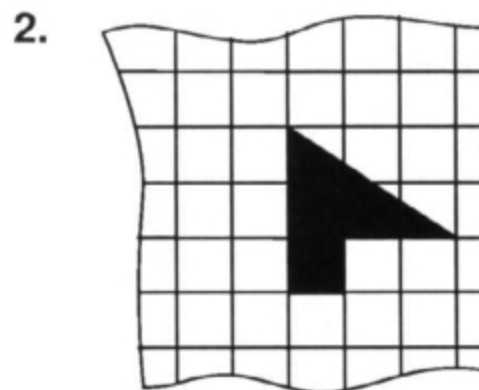
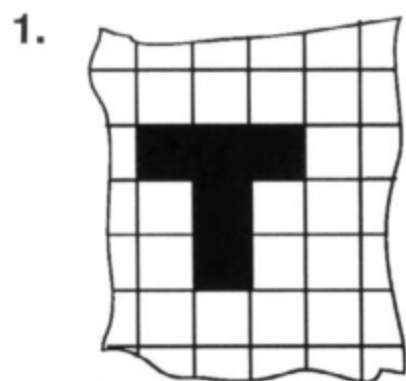


Αυτό το σχήμα.....

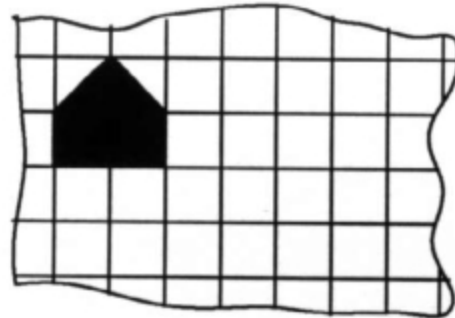
.....μεταφέρεται με τη
συγκεκριμένη μετατόπιση.....

.....σε αυτήν τη νέα θέση.

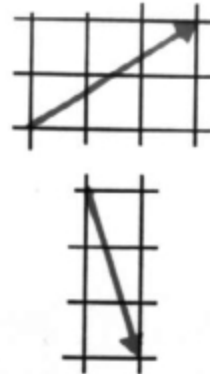
Να παρουσιάσεις σε τετραγωνισμένο χαρτί τις μεταφορές των σχημάτων αυτών προς τις κατευθύνσεις που δίνονται.



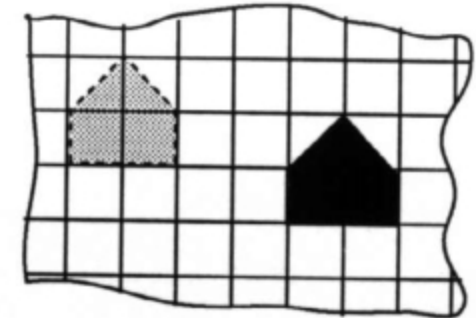
Συνδυαστικές μεταφορές



Το σχήμα της εικόνας.....

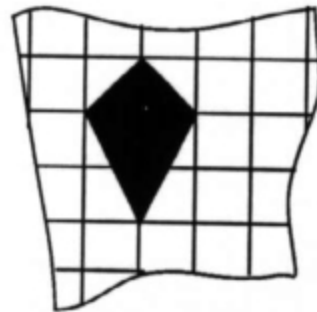


....μεταφέρεται ακολουθώντας τις δύο κατευθύνσεις μετακίνησης που δίνονται...



.....σε αυτήν τη νέα θέση.

5. Να παρουσιάσεις την ακόλουθη μεταφορά σε τετραγωνισμένο χαρτί.

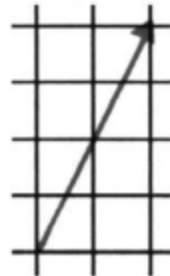
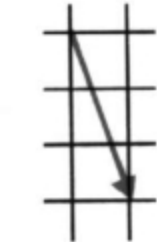
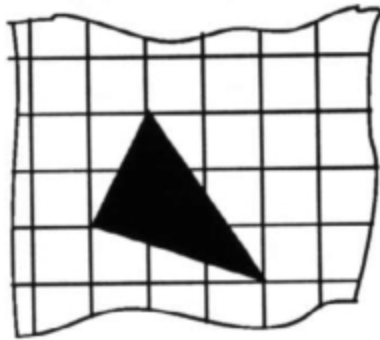


Να βρεις μία φορά, για να αντικαταστήσεις τις δύο που δίνονται.

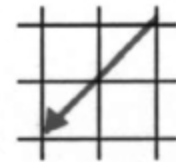
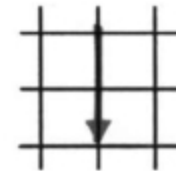
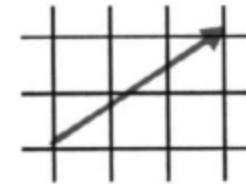
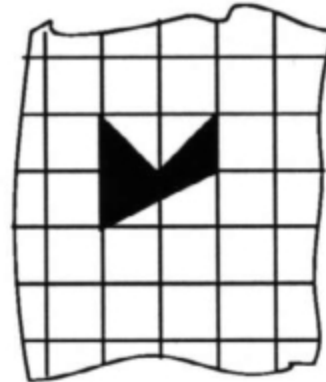
Γύρισε σελίδα

Να βρεις μια μεταφορά, για να αντικαταστήσεις αυτές που προτείνονται στις περιπτώσεις 6 και 7.

6.

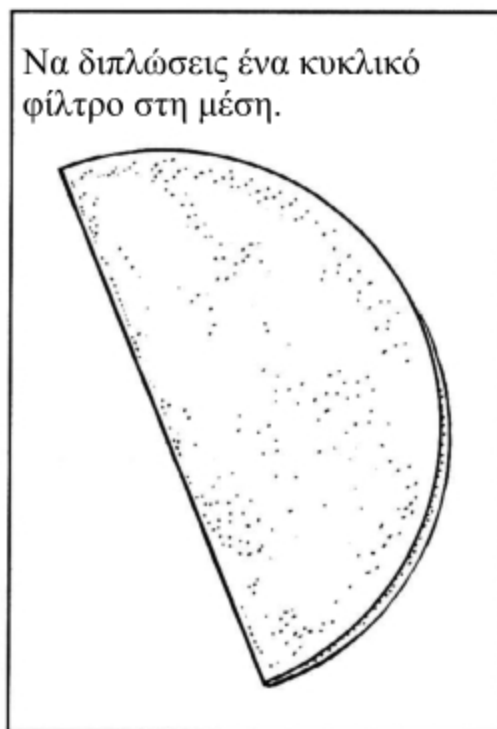


7.



Γωνίες σε ημικύκλια

Θα χρειαστείς κυκλικά φίλτρα καφέ.

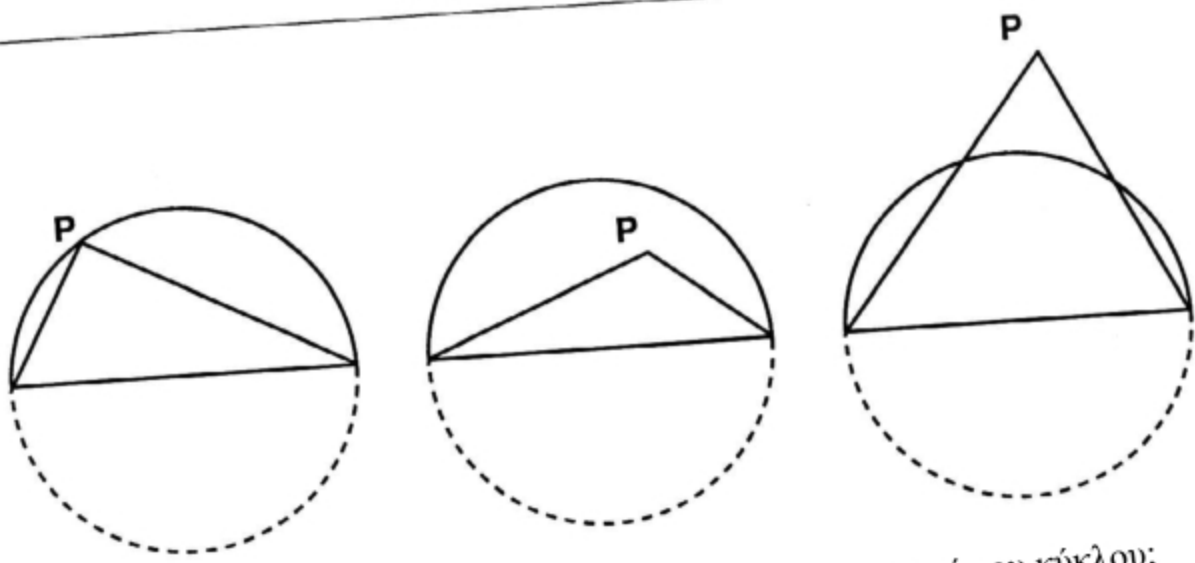


Na εξετάσεις τις γωνίες των τριγώνων που δημιούργησες.

Παίζει ρόλο το μέγεθος του κύκλου;

Γύρισε σελίδα

Smile 1935



Τι συμβαίνει στις γωνίες, αν το σημείο P είναι στο εσωτερικό του κύκλου;
..... έξω από τον κύκλο;

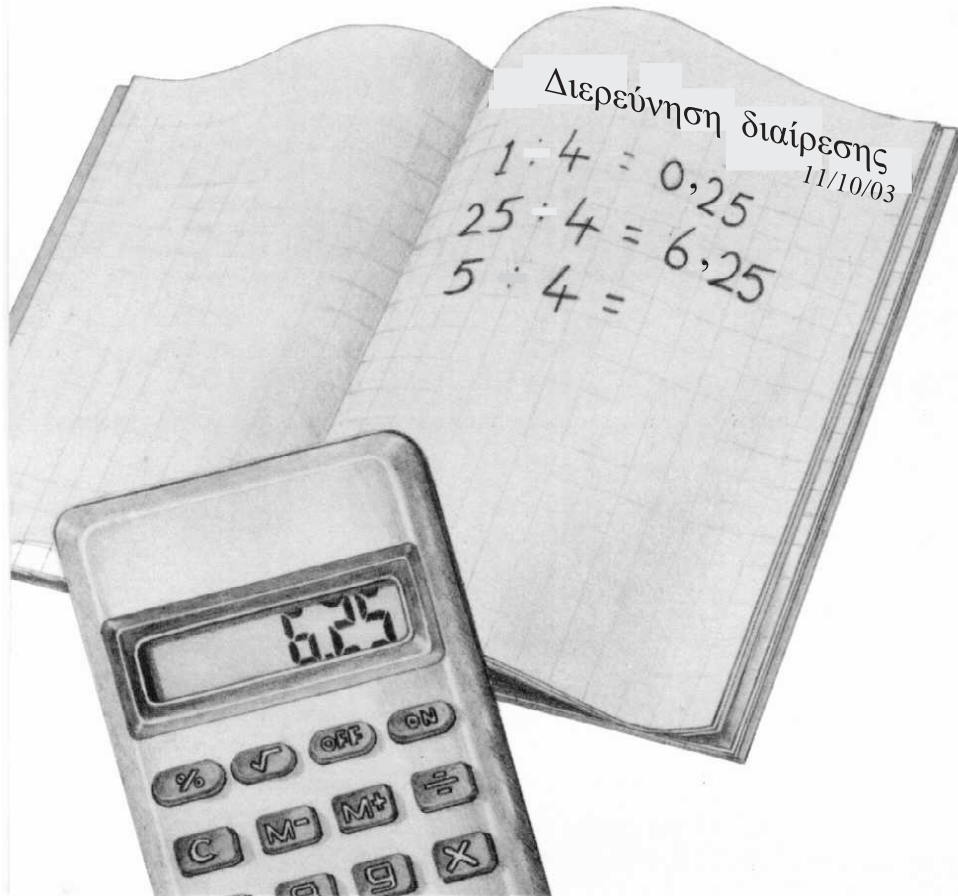
Αριθμοί Panjabi

$$\begin{array}{r} ੧ \times ੯ + ੨ = ੧੧ \\ ੧੨ \times ੯ + ੩ = \\ ੧੨੩ \times ੯ + ੪ = \\ \quad \times ੯ + ੫ \\ \quad \quad + ੬ \\ \quad \quad \quad + ੭ \\ \quad \quad \quad \quad ੮ \end{array}$$

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτήν την αριθμητική κανονικότητα, χρησιμοποιώντας τον τρόπο γραφής των αριθμών Panjabi.

Smile 1940

Διερεύνηση διαίρεσης



Ποιοι άλλοι αριθμοί μας δίνουν αποτέλεσμα που να τελειώνει σε 0,25, όταν τους διαιρέσουμε διά 4;

Δοκίμασε να διαιρέσεις με μερικούς άλλους αριθμούς: 5 ή 8 ή 3...

Να σχολιάσεις τα αποτελέσματά σου.

Διαφορές

Η απεικόνιση $n \rightarrow 3n^2 + n$ δημιουργεί την ακολουθία **4, 14, 30, 52, 80, 114 ...**

Αν σημειώσουμε τις διαφορές ανάμεσα
στους όρους της ακολουθίας:

	4	14	30	52	80	114
έχουμε:	10	16	22	28	34	
και στη συνέχεια:		6	6	6	6	

Η διαδικασία καταλήγει σε μια σταθερή διαφορά του 6 μετά τις δύο πρώτες σειρές.

Να εξετάσεις το θέμα των διαφορών σε άλλες απεικονίσεις.

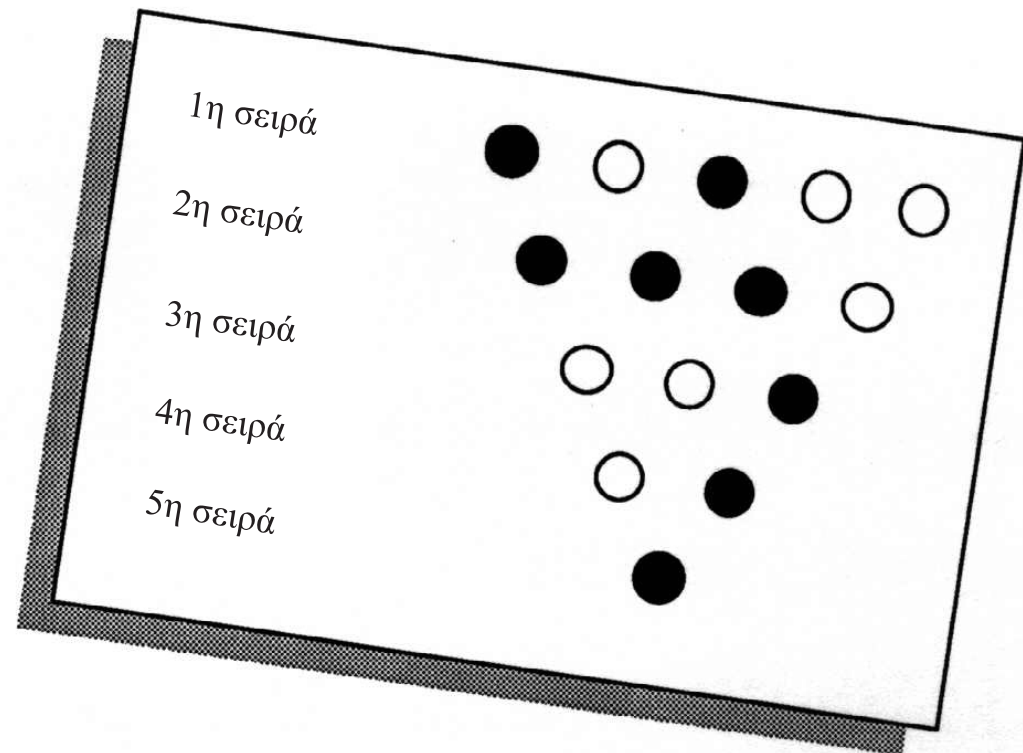
Άρτια και περιττά τριγωνικά σχέδια

Smile 1944

Κάθε σειρά σε αυτό το σχέδιο δημιουργείται με βάση την αμέσως προηγούμενη.

Ποιος είναι ο κανόνας;

Να διερευνήσεις τα σχέδια που θα έχεις, αν ξεκινήσεις με διαφορετικές σειρές.



Μπορείς να μαντέψεις το χρώμα του κύκλου στην τελευταία σειρά, αν γνωρίζεις μόνο την αρχική σειρά;

Πρόβλημα διαίρεσης

Μια δραστηριότητα για 2 ή περισσότερα άτομα.

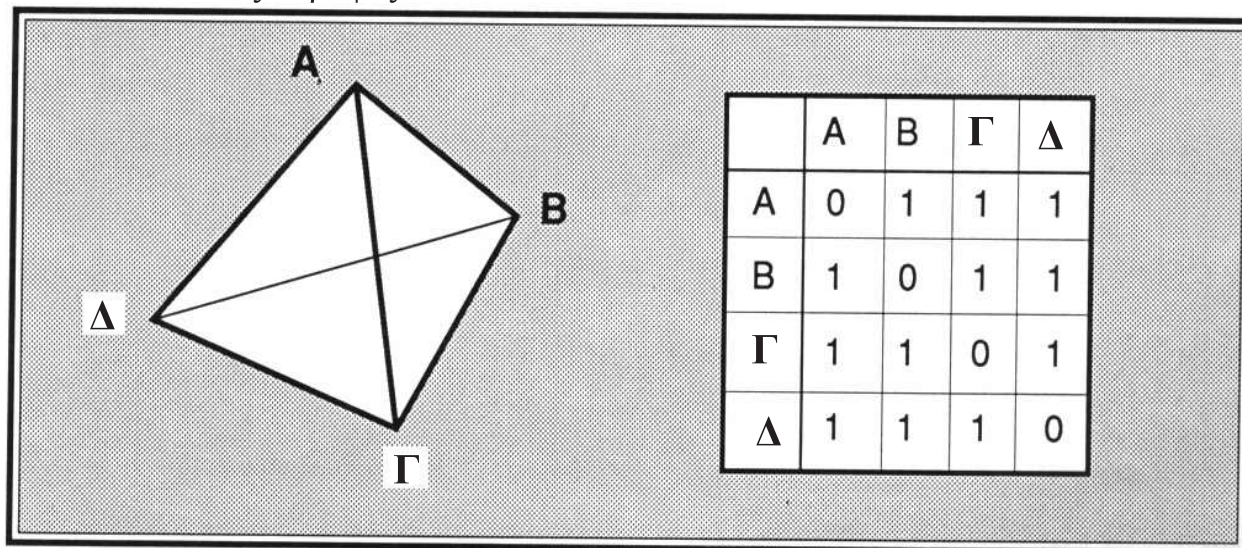
Το κομπιουτεράκι δεν επιτρέπεται.



- Να εξηγήσεις πώς υπολόγισες το αποτέλεσμα.
- Μπορείς να χρησιμοποιήσεις την ίδια μέθοδο για να βρεις το αποτέλεσμα της διαίρεσης $266:14$;
- Μπορείς να βρεις μια διαφορετική μέθοδο;

Τρισδιάστατες δομές

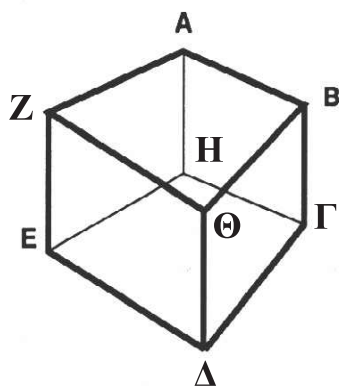
Ένας πίνακας μπορεί να περιγράψει μια κατασκευή, απαριθμώντας τις ευθείες που ενώνουν τις κορυφές του.



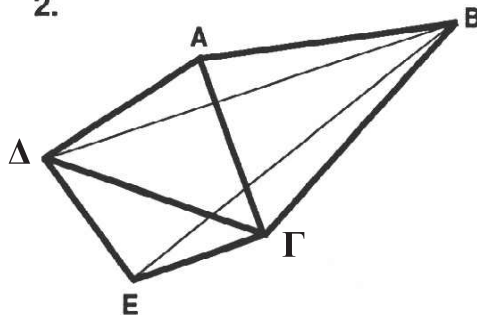
Smile 1947

Ποιοι από τους πίνακες στην επόμενη σελίδα περιγράφουν τις παρακάτω κατασκευές;

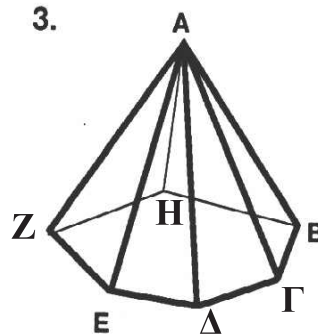
1.



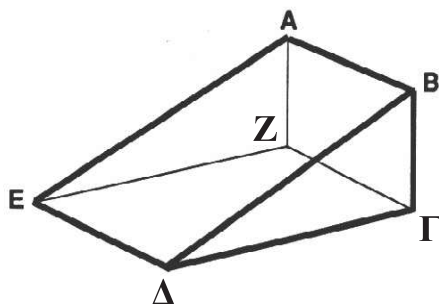
2.



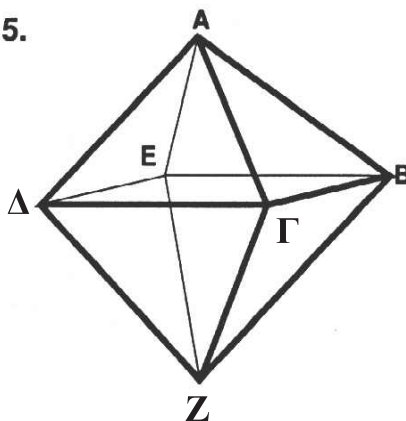
3.



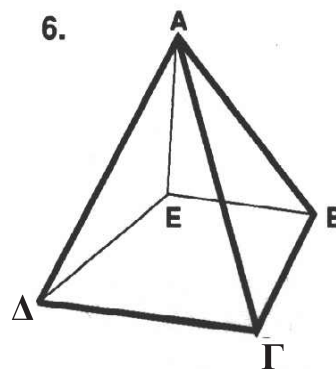
4.



5.



6.



Smile 1947

α

	A	B	Γ	Δ	E
A	0	1	1	1	0
B	1	0	1	1	1
Γ	1	1	0	1	1
Δ	1	1	1	0	1
E	0	1	1	1	0

β

	A	B	Γ	Δ	E	Z	H
A	0	1	1	1	1	1	1
B	1	0	1	0	0	0	1
Γ	1	1	0	1	0	0	0
Δ	1	0	1	0	1	0	0
E	1	0	0	1	0	1	0
Z	1	0	0	0	1	0	1
H	1	1	0	0	0	1	0

γ

	A	B	Γ	Δ	E	Z
A	0	1	0	0	1	1
B	1	0	1	1	0	0
Γ	0	1	0	1	0	1
Δ	0	1	1	0	1	0
E	1	0	0	1	0	1
Z	1	0	1	0	1	0

δ

	A	B	Γ	Δ	E
A	0	1	1	1	1
B	1	0	1	0	1
Γ	1	1	0	1	0
Δ	1	0	1	0	1
E	1	1	0	1	0

ε

	A	B	Γ	Δ	E	Z
A	0	1	1	1	1	0
B	1	0	1	0	1	1
Γ	1	1	0	1	0	1
Δ	1	0	1	0	1	1
E	1	1	0	1	0	1
Z	0	1	1	1	1	0

στ

	A	B	Γ	Δ	E	Z
A	0	1	1	0	1	0
B	1	0	1	0	0	1
Γ	1	1	0	1	0	0
Δ	0	0	1	0	1	1
E	1	0	0	1	0	1
Z	0	1	0	1	1	0

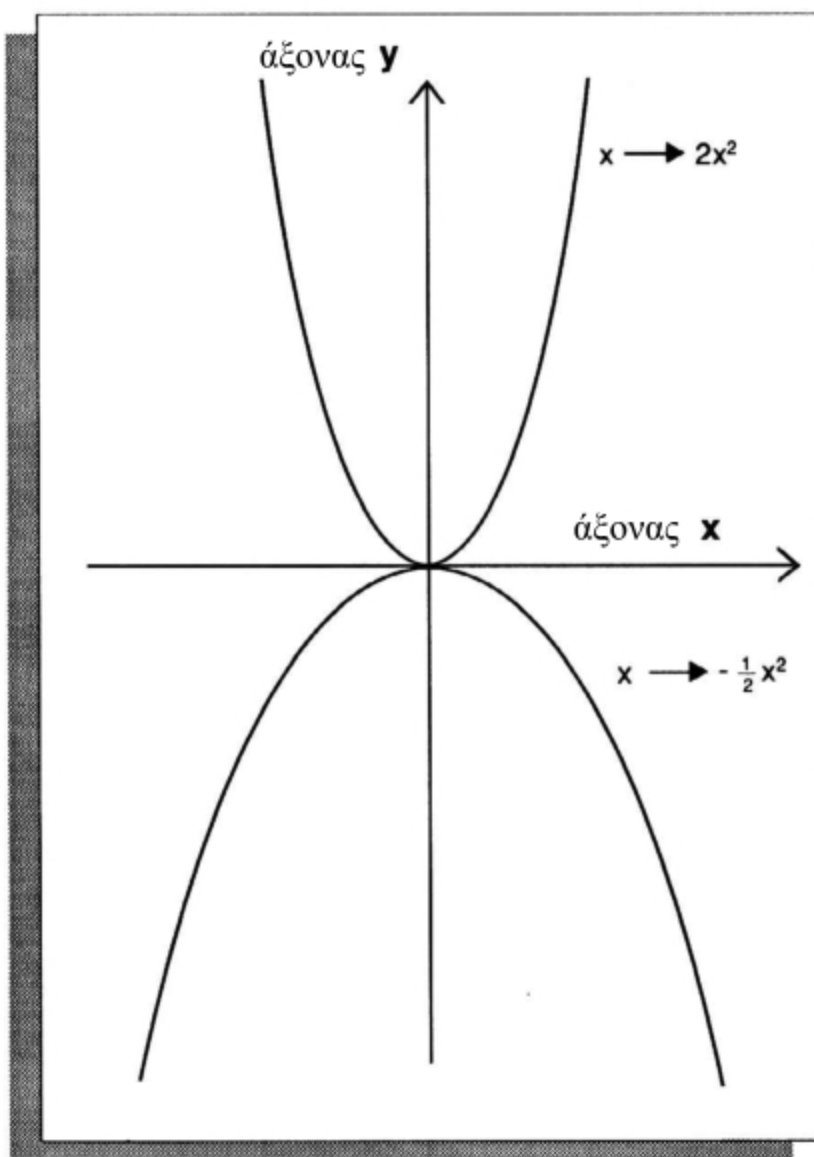
ζ

	A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ
A	0	1	0	0	0	1	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	1
Γ	0	1	0	1	0	0	1	0
Δ	0	0	1	0	1	0	0	1
E	0	0	0	1	0	1	1	0
Z	1	0	0	0	1	0	0	1
H	1	0	1	0	1	0	0	0
Θ	0	1	0	1	0	1	0	0

Μπορείς να σχεδιάσεις το στερέο που περιγράφει ο πίνακας που περισσεύει;

$$y = x^2$$

Συναρτήσεις $y = ax^2$



Να σχεδιάσεις γραφικές παραστάσεις για διαφορετικές τιμές του a .

- Πώς η τιμή του a αλλάζει τη γραφική παράσταση;
- Τι συμβαίνει, όταν το a είναι αρνητικός αριθμός;

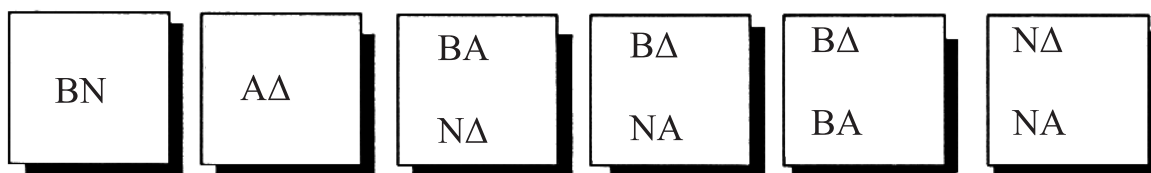
Να χρησιμοποιήσεις ένα κομπιουτεράκι, για να σχεδιάσεις γραφικές παραστάσεις ή ένα πρόγραμμα σχεδιασμού γραφικών παραστάσεων.

Smile 1949

Παιχνίδι με την πυξίδα

Κάθε παίκτης χρειάζεται ένα ζάρι ή έναν κύβο με πλευρά ενός εκατοστού.

Θα χρειαστείτε ένα ζάρι στο οποίο θα αναγράφονται:



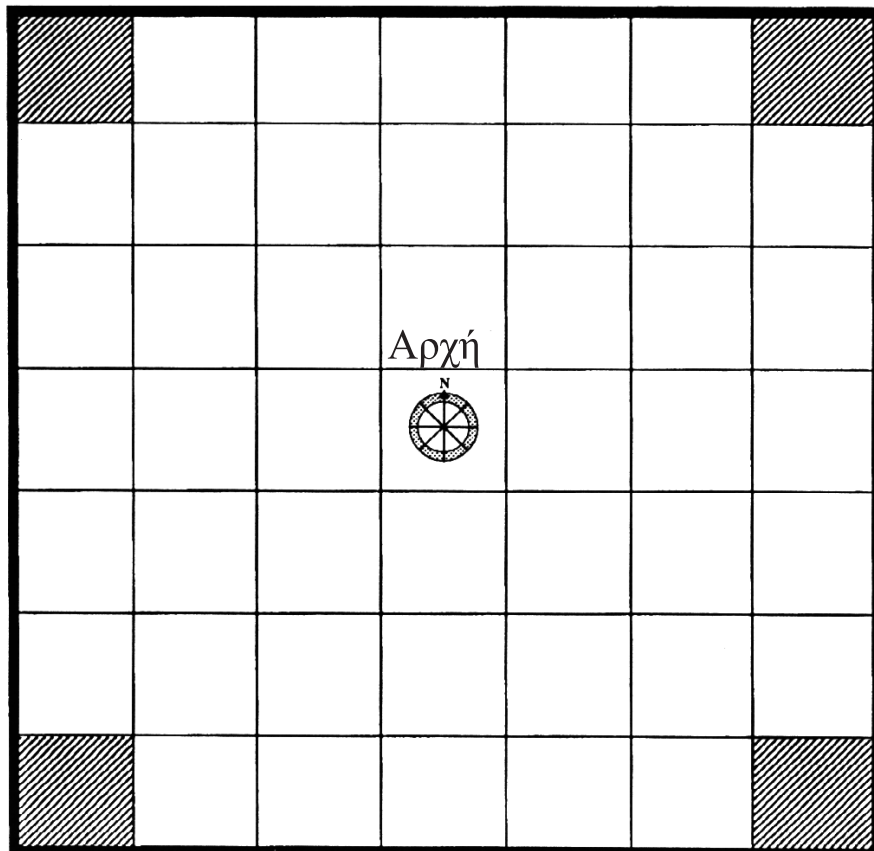
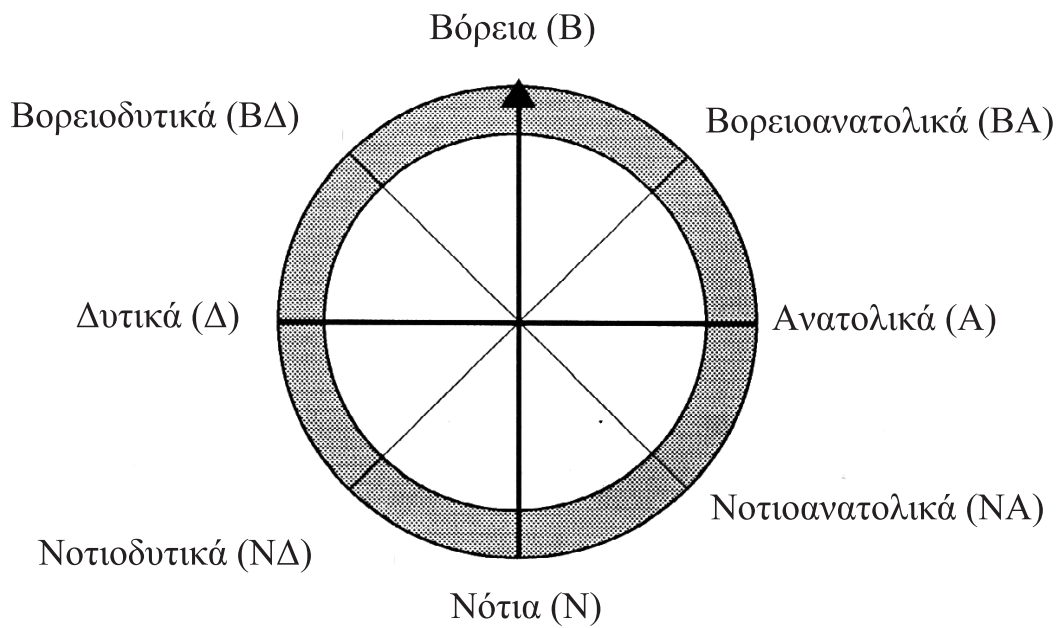
Να ρίξετε το ζάρι, ο καθένας με τη σειρά.

Να επιλέξεις μία από τις κατευθύνσεις που προτείνονται.

Να μετακινηθείς στο πλέγμα στην επόμενη σελίδα κατά ένα τετράγωνο προς την κατεύθυνση αυτή.

Νικητής είναι αυτός που θα φτάσει πρώτος στο σκιασμένο τετράγωνο.

Smile 1949



Όταν το x είναι;

Ίσως χρειαστείς χιλιοστομετρικό χαρτί.

$$y = \frac{1}{x}$$

Ποια είναι η τιμή του yόταν $x = 10$,

.....όταν $x = 2$,

.....όταν $x = 1$,

.....όταν $x = 0,5$,

.....όταν $x = 0,1$,

.....όταν $x = 0,01$..;

Να σχεδιάσεις τη γραφική παράσταση της εξίσωσης $y = \frac{1}{x}$

Τι συμβαίνει στη γραφική παράσταση,

...όταν το x είναι αρνητικός αριθμός,

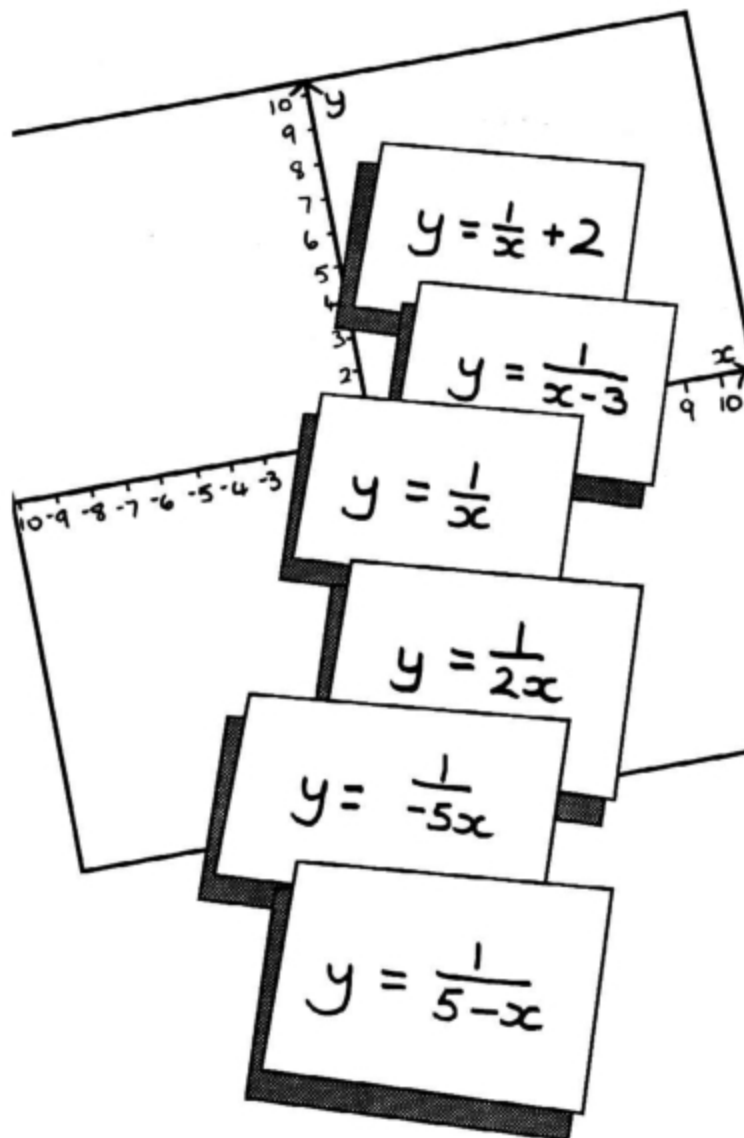
...όταν το x είναι πολύ μεγάλος αριθμός,

...όταν το x είναι πολύ κοντά στο μηδέν,

...όταν το x είναι ίσο με μηδέν;

Γραφικές παραστάσεις αντίστροφων συναρτήσεων

Να εξετάσεις τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων, όπως οι παρακάτω:



Σε τι μοιάζουν αυτές οι γραφικές παραστάσεις;

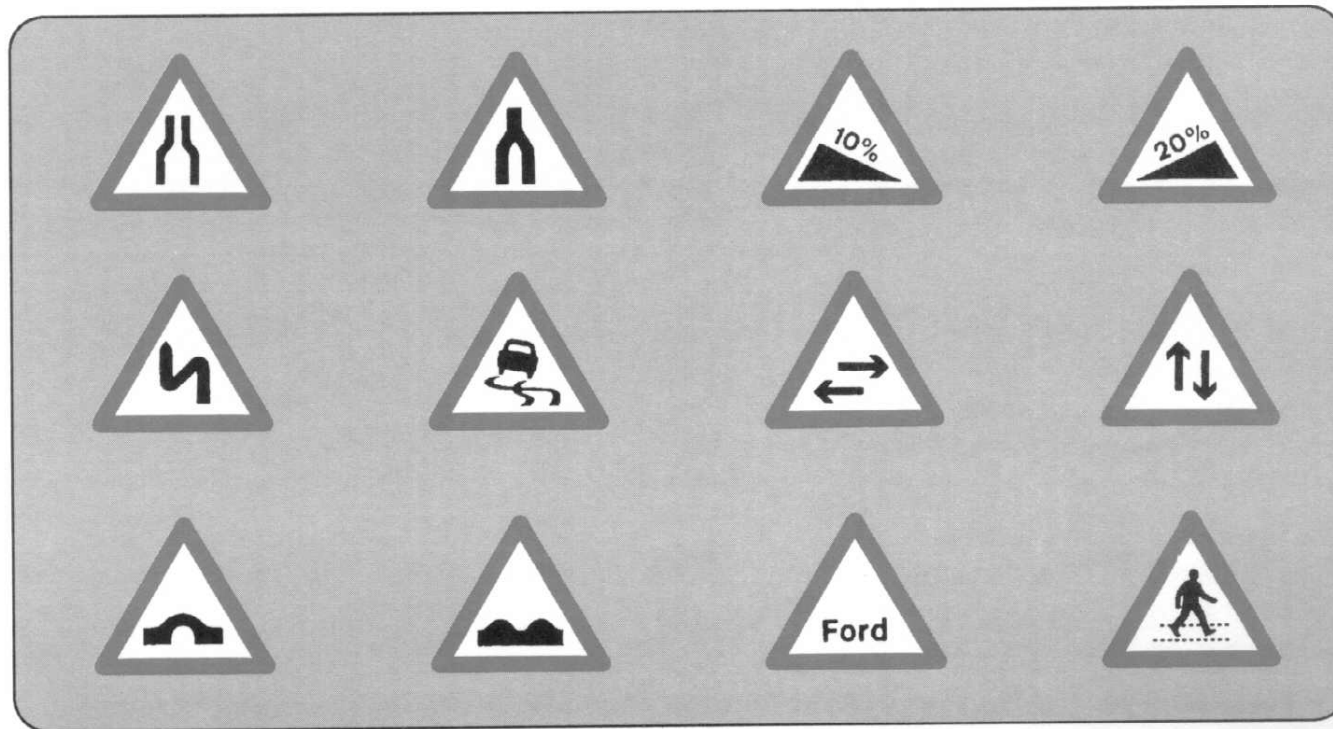
Σε τι διαφέρουν;

Μπορεί να σου φανεί χρήσιμο ένα κομπιουτεράκι.

Σύνολα σημάτων

Smile 1953

Θα χρειαστείς ένα αντίγραφο των σημάτων οδικής κυκλοφορίας.



Γύρισε σελίδα

Smile 1953

1. Να χρησιμοποιήσεις τον Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας για να βρεις, όπου είναι δυνατό, ένα σήμα για κάθε τετράγωνο αυτού του πίνακα.

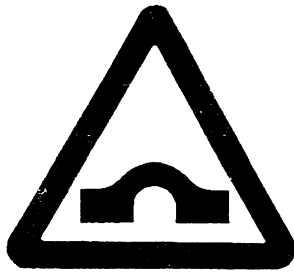
2. Ένα κόκκινο τρίγωνο συνήθως είναι σήμα προειδοποίησης. Να βρεις τι συμβολίζουν οι άλλες κατηγορίες σημάτων.

	Κόκκινο	Μπλε	Πράσινο	Μαύρο/άσπρο
Κύκλος				
Τρίγωνο				
	Διασταύρωση			
Παραλληλόγραμμο				
Πεντάγωνο				

Αξονική συμμετρία

Smile 1954

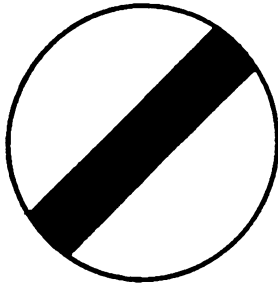
Θα χρειαστείς ένα αντίγραφο του κώδικα οδικής κυκλοφορίας και έναν καθρέφτη.



Αυτό είναι ένα σήμα οδικής κυκλοφορίας που προειδοποιεί για την ύπαρξη τούνελ.

Έχει 1 άξονα συμμετρίας.

Να το ελέγξεις χρησιμοποιώντας έναν καθρέφτη.



Αυτό το σήμα έχει 2 άξονες συμμετρίας.

Να το ελέγξεις χρησιμοποιώντας έναν καθρέφτη.

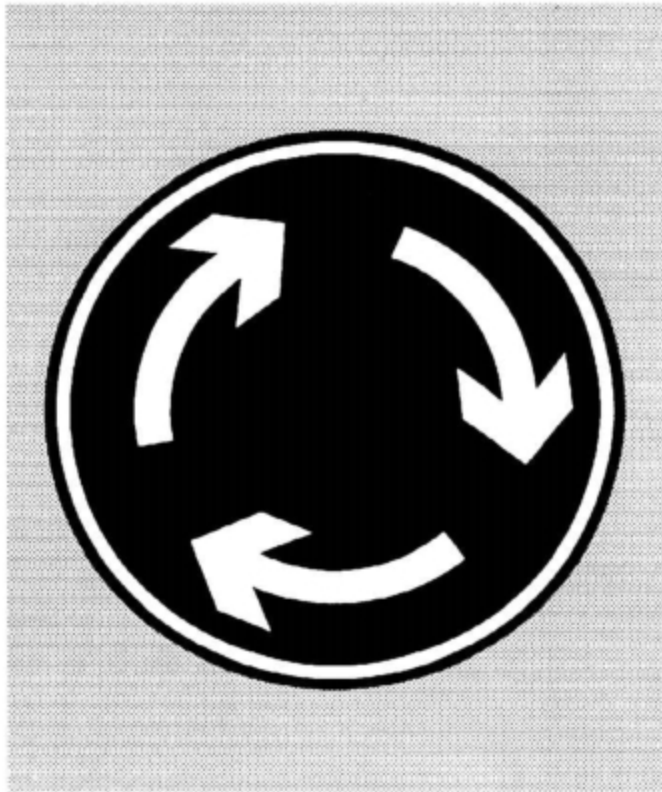
Πόσα σήματα μπορείς να βρεις που να έχουν άξονες συμμετρίας;

Να επιλέξεις τρία από αυτά και να παρουσιάσεις τους άξονες συμμετρίας.

Smile 1955

Περιστροφική συμμετρία

Θα χρειαστείς ένα αντίγραφο των σημάτων οδικής κυκλοφορίας.



Αυτό το σήμα κυκλοφορίας είναι για μια μικρή κυκλική πλατεία.

Να αντιγράψεις το σχήμα σε διαφανές χαρτί.

Με πόσους τρόπους εφαρμόζει ακριβώς το σήμα που έχεις αντιγράψει στο αρχικό σχέδιο; (Δεν θα πρέπει να αναποδογυρίσεις το χαρτί στο οποίο έχεις αντιγράψει το σήμα.)

Το σήμα έχει **περιστροφική συμμετρία τρίτης τάξης**.

Να βρεις όσο πιο πολλά σήματα μπορείς που να έχουν περιστροφική συμμετρία.

Για καθένα:

- να σχεδιάσεις το σήμα,
- να σημειώσεις την τάξη της περιστροφικής συμμετρίας.

Φρενάρισμα

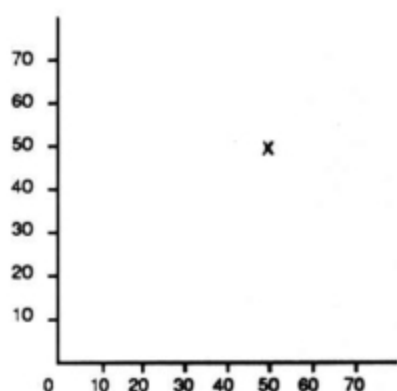
Θα χρειαστείς ένα αντίτυπο του Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας (ΚΟΚ) και χιλιοστομετρικό χαρτί.



Αν κοιτάξεις τον ΚΟΚ, θα δεις ότι στο πίσω μέρος περιλαμβάνει τις μικρότερες αποδεκτές αποστάσεις για σταμάτημα.

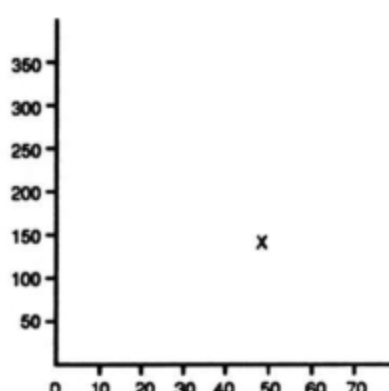
Οι πληροφορίες αυτές μπορούν να δοθούν με τη μορφή γραφικών παραστάσεων.

Απόσταση
σκέψης



Ταχύτητα

Απόσταση
φρεναρίσματος



Ταχύτητα

Να χρησιμοποιήσεις χιλιοστομετρικό χαρτί, για να απεικονίσεις:

την απόσταση σκέψης σε συνάρτηση με την ταχύτητα

την απόσταση φρεναρίσματος σε συνάρτηση με την ταχύτητα

Αν ο οδηγός ήταν κουρασμένος, ποια από τις δύο γραφικές παραστάσεις θα ήταν διαφορετική;

Στους ίδιους άξονες, να χαράξεις μία ακόμη γραμμή, για να δείξεις πώς θα ήταν η γραφική παράσταση.

*Τι θα μπορούσε να συμβεί, αν τα φρένα του αυτοκινήτου ήταν φθαρμένα;
Να το παρουσιάσεις στη γραφική παράσταση της απόστασης φρεναρίσματος σε συνάρτηση με την ταχύτητα.*

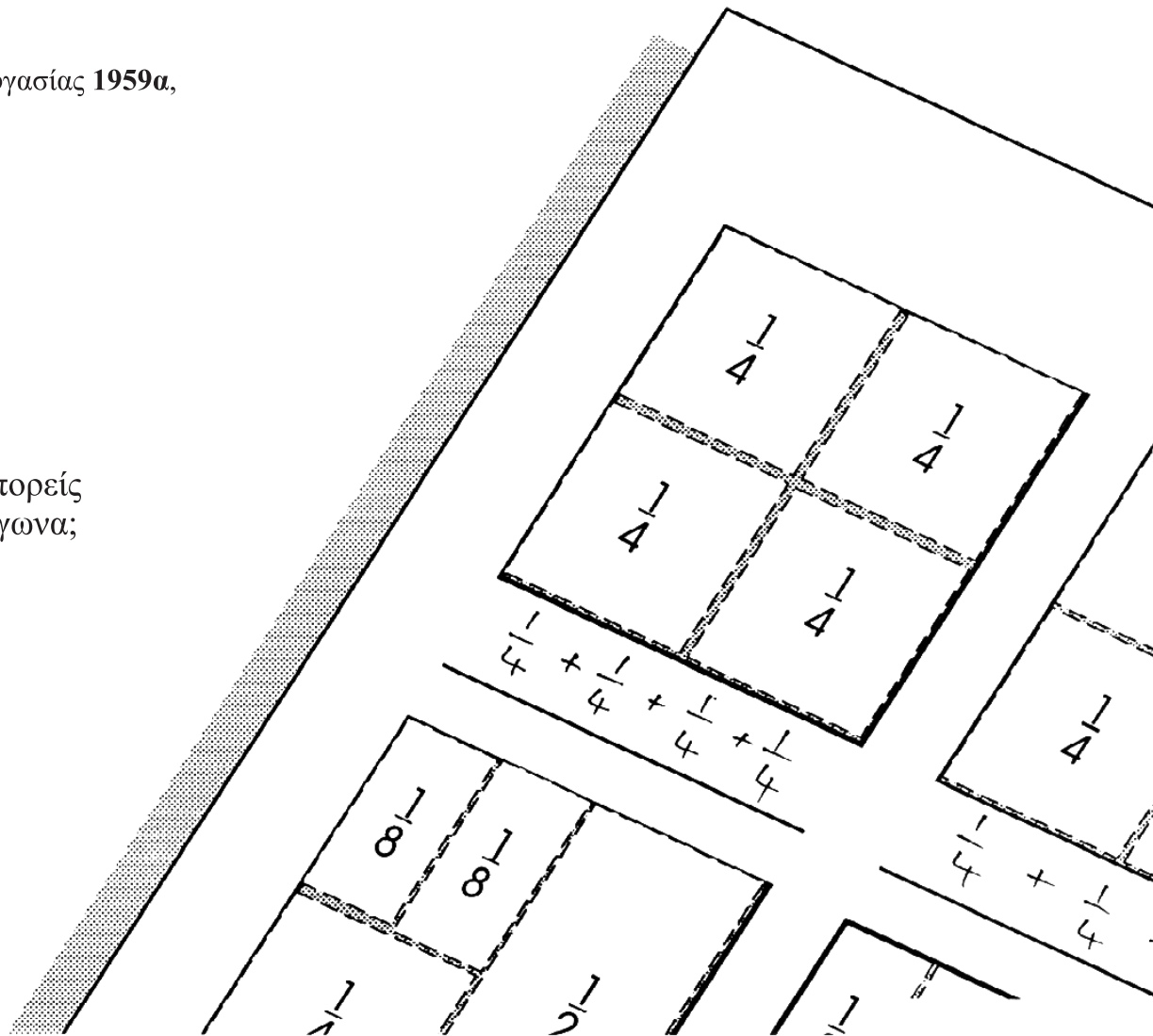
Σχηματίζοντας το ένα

Smile 1959

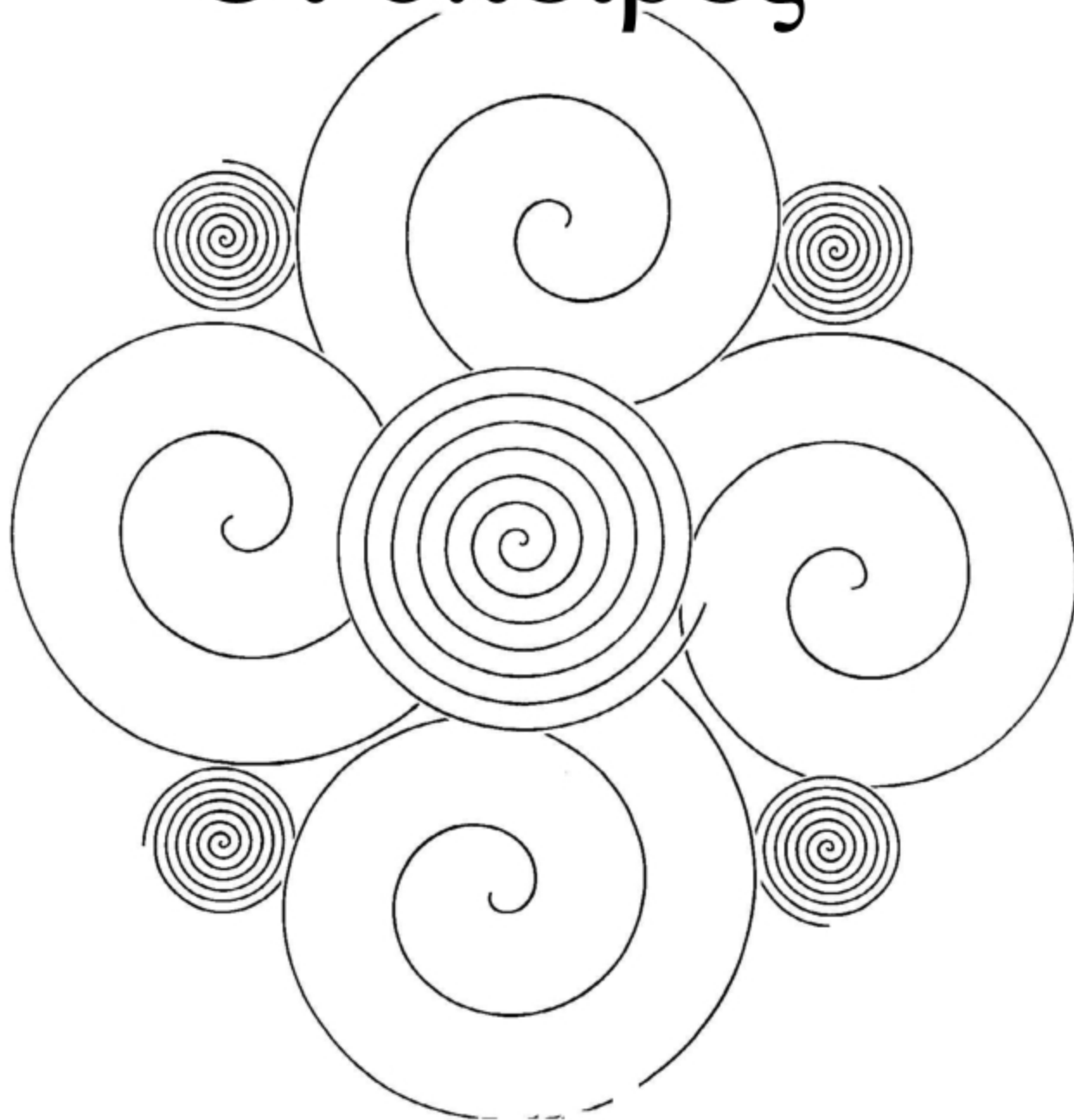
Θα χρειαστείς φωτοτυπίες από τις κάρτες εργασίας **1959α**, **1959β**, **1959γ** και **1959δ**, ψαλίδι και κόλλα.

Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορείς να συμπληρώσεις τα ολόκληρα τετράγωνα;

Να γράψεις τις απαντήσεις σου.



Οι σπείρες

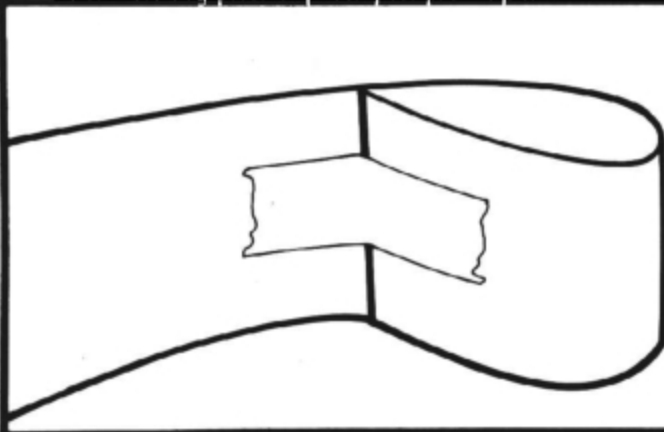


του Αρχιμήδη

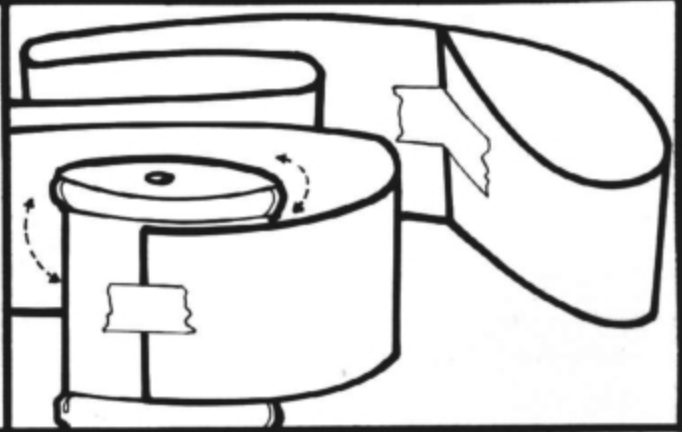
ΠΩΣ ΝΑ ΣΧΕΔΙΑΣΕΙΣ ΣΠΕΙΡΕΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ ΚΑΡΟΥΛΙΟΥ

Θα χρειαστείς: διαφορετικά καρούλια, λωρίδες χαρτιού, μολύβι, ταινία σιλοτέιπ, μεγάλα φύλλα χαρτιού.

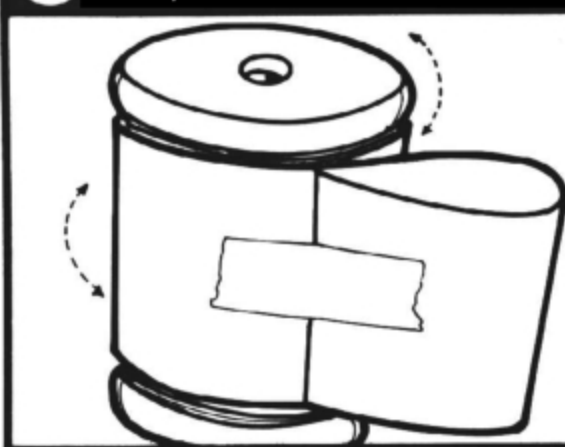
1 Να κόψεις μια λωρίδα χαρτιού περίπου 2εκ x 25εκ. Στη μια άκρη της λωρίδας να κάνεις μια θηλιά για μολύβι.



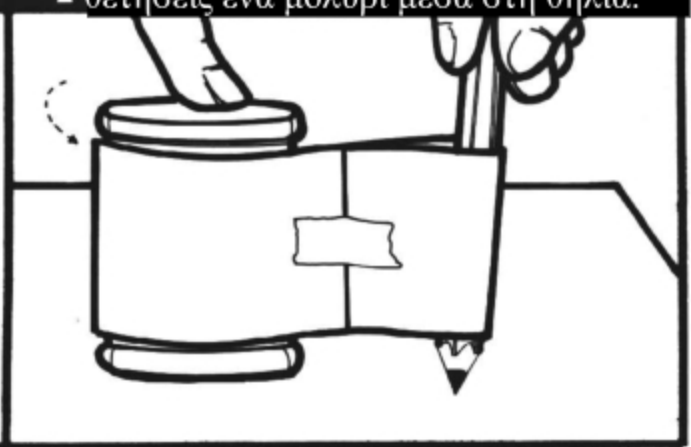
2 Να κολλήσεις την άλλη άκρη της λωρίδας του χαρτιού στο καρούλι.



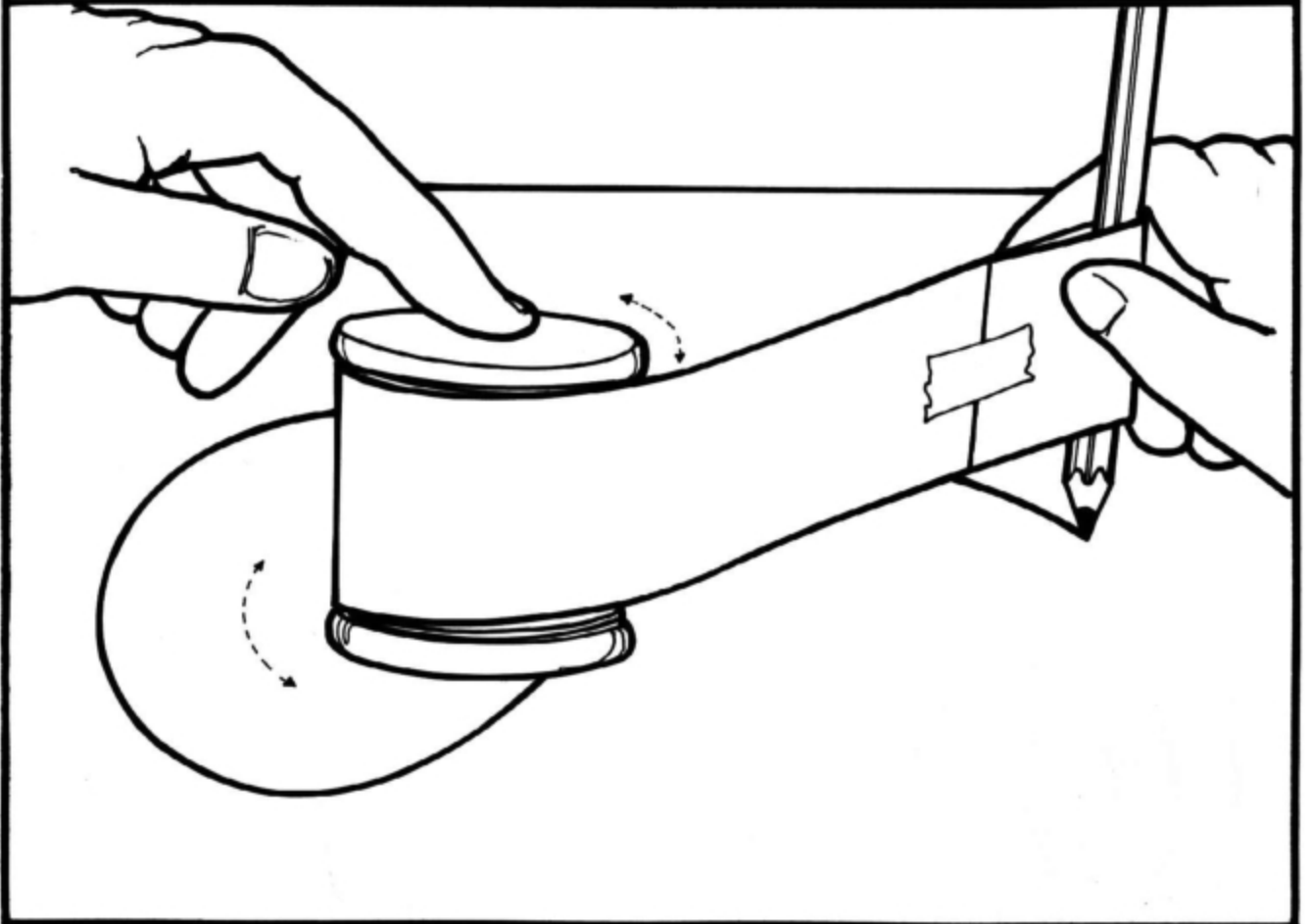
3 Να τυλίξεις το χαρτί γύρω από το καρούλι.



4 Να τοποθετήσεις το καρούλι στο κέντρο ενός μεγάλου φύλλου χαρτιού. Να τοποθετήσεις ένα μολύβι μέσα στη θηλιά.



5 Να κρατήσεις το καρούλι σταθερό. Με προσοχή να ξετυλίξεις τη λωρίδα χαρτιού που είχες τυλίξει. Το μολύβι θα σχεδιάσει μια σπείρα του Αρχιμήδη.



Να προσπαθήσεις να σχεδιάσεις σπείρες του Αρχιμήδη, χρησιμοποιώντας διαφορετικού μήκους λωρίδες χαρτιού.

Προκύπτει πάντα η ίδια σπείρα;

Να κάνεις το ίδιο με διαφορετικού μεγέθους θηλιές.

Να δοκιμάσεις να χρησιμοποιήσεις διαφορετικού μεγέθους καρούλια.

Να εξετάσεις τις σπείρες που έχουν προκύψει.

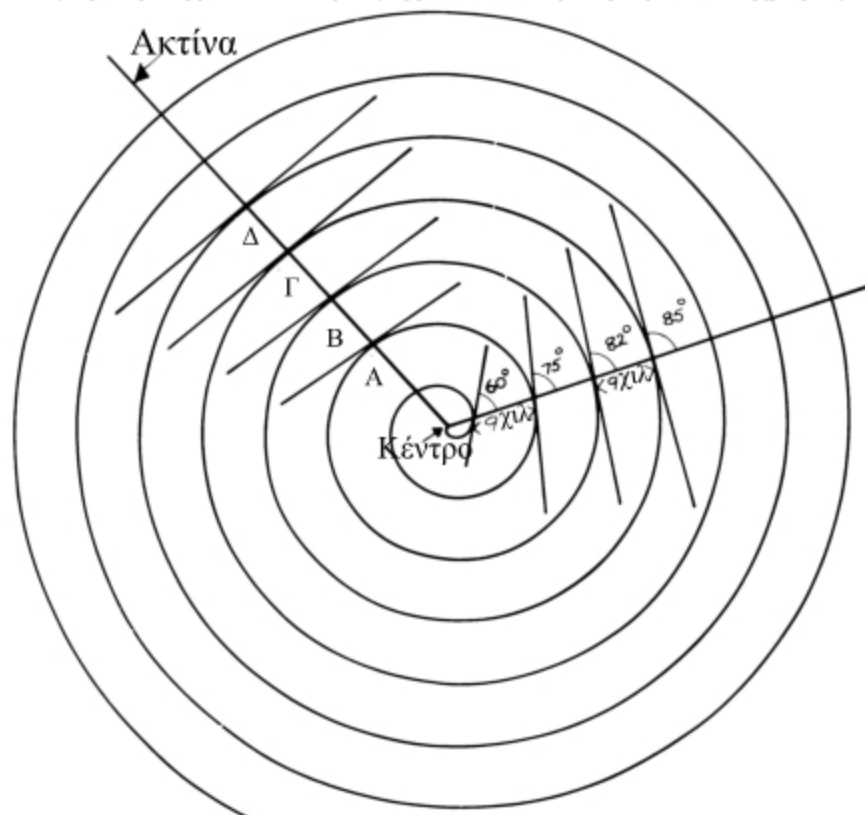
Τι αλλάζει τις σπείρες;

Μετρήσεις

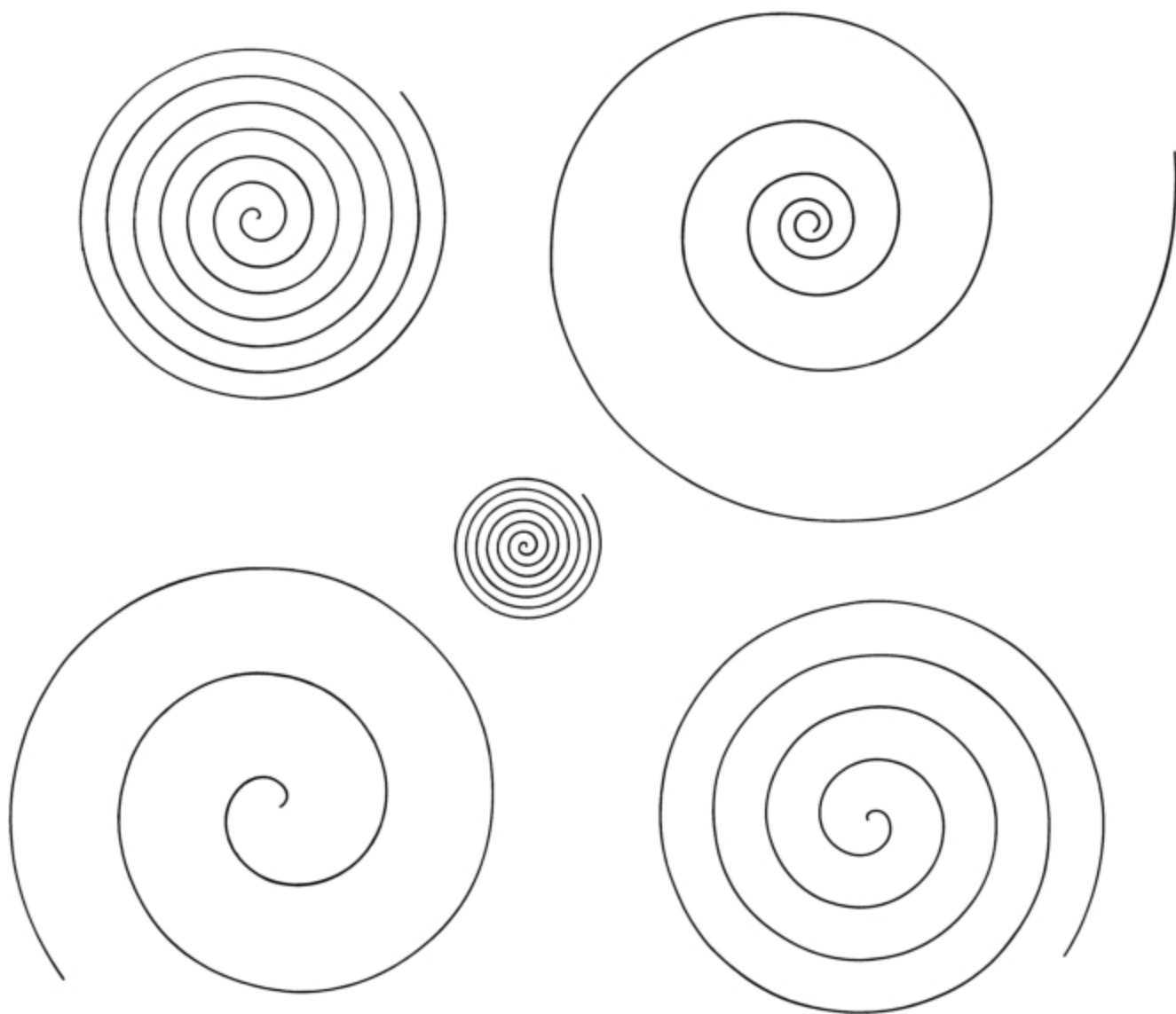
Θα χρειαστείς: ένα χάρακα, ένα μοιρογνωμόνιο, σπάγκο, διαφανές χαρτί αντιγραφής.

Πέντε από τις παρακάτω σπείρες είναι του Αρχιμήδη. Μία δεν είναι.
Να αντιγράψεις την κάθε σπείρα χωριστά και να τη μετρήσεις. (Εχουμε ήδη ξεκινήσει να μετράμε μία σπείρα.)

- Να χαράξεις ακτίνες από το κέντρο.
- Να μετρήσεις πόσο απομακρυσμένες είναι οι στροφές της σπείρας.
- Να σχεδιάσεις εφαπτόμενες (ευθείες που μόλις ακουμπούν τη σπείρα) και να μετρήσεις τις γωνίες που σχηματίζονται.
- Να μετρήσεις το μήκος της κάθε στροφής. (Θα σε βοηθήσει να χρησιμοποιήσεις το σπάγκο.)



ΜΗΚΟΣ ΣΠΕΙΡΑΣ ΑΠΟ ΚΕΝΤΡΟ → A 91χιλ.
ΜΗΚΟΣ ΣΠΕΙΡΑΣ ΑΠΟ A → B 129χιλ.
ΜΗΚΟΣ ΣΠΕΙΡΑΣ ΑΠΟ B → Γ 186χιλ.
ΜΗΚΟΣ ΣΠΕΙΡΑΣ ΑΠΟ Γ → Δ



**Ποια στοιχεία
είναι ιδιαίτερα
στις σπείρες
του Αρχιμήδη;**

ΠΩΣ ΝΑ ΣΧΕΔΙΑΣΕΙΣ Σπείρες του Αρχιμήδη ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ ΠΟΛΙΚΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Μπορείς να δεις πώς σχεδιάσαμε τη σπείρα στην απέναντι εικόνα;
Χρησιμοποιήσαμε ακτίνες που απέχουν μεταξύ τους κατά 60° χωριστά και την αριθμητική ακολουθία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.....
Είναι μια σπείρα του Αρχιμήδη.

Μόνος-η σου

Να σχεδιάσεις αυτές τις σπείρες μόνος-η σου. Θα χρειαστείς χαρτί πολικού γραφήματος.
Να ξεκινήσεις με γραμμές που να απέχουν μεταξύ τους κατά 60° .
▪ Να χρησιμοποιήσεις την ακολουθία 0, 2, 4, 6, 8
▪ Να χρησιμοποιήσεις την ακολουθία 0, $1/2$, 1, $1\ 1/2$, 2, $2\ 1/2$, 3, ...
Να εξετάσεις τις τρεις ακολουθίες αριθμών που χρησιμοποιήθηκαν.
Πώς αναπτύσσεται η καθεμία;

Μαζί με άλλους

Να εργαστείς μαζί με άλλους συμμαθητές σου, για να κάνετε την παρακάτω εργασία.

Ο καθένας από εσάς να σχηματίσει τουλάχιστον τρεις ακολουθίες.

Να σχεδιάσετε τις σπείρες.

Να δοκιμάσετε να ξεκινήσετε με ακτίνες που απέχουν 90° , 45° ή 30° .

Να παρατηρήσετε τη σπείρα της επόμενης σελίδας.

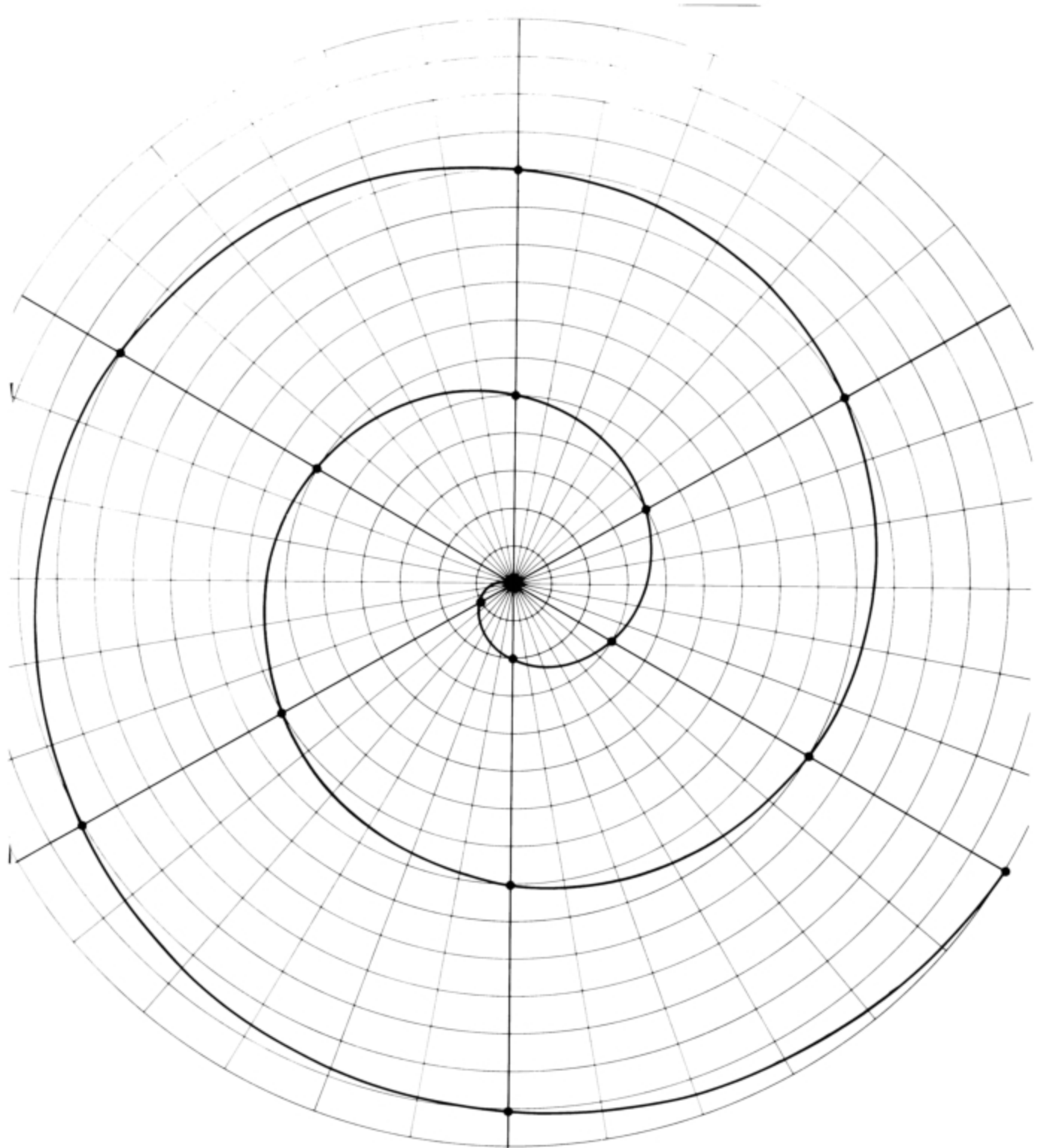
Έχουμε χρησιμοποιήσει ακτίνες που απέχουν μεταξύ τους κατά 60° και την ακολουθία 0, 1, 2, 3, 4....

Να μεταβάλετε τη γωνία ανάμεσα στις ακτίνες. Ποια ακολουθία πρέπει να χρησιμοποιήσετε, για να σχεδιάσετε μια σπείρα, η οποία θα ταιριάζει ακριβώς με τη σπείρα της επόμενης σελίδας;

Να κάνετε μια αφίσα με όλες τις σπείρες που έχετε σχεδιάσει.

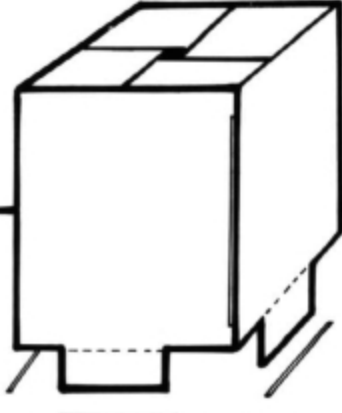
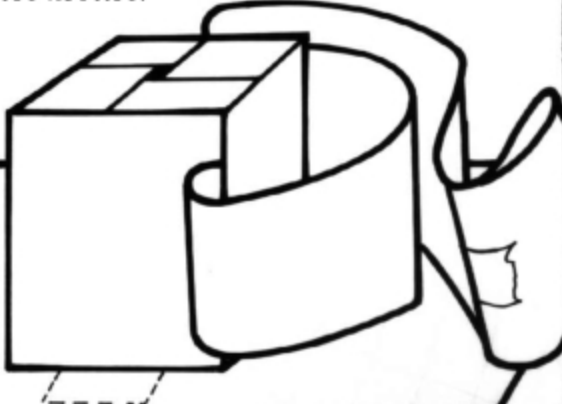
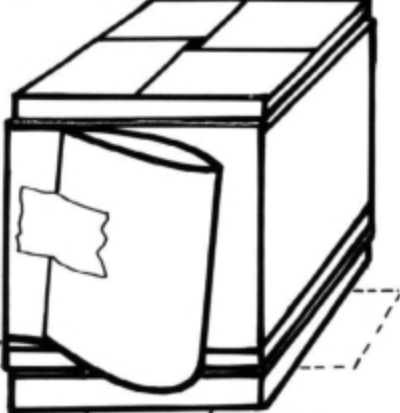
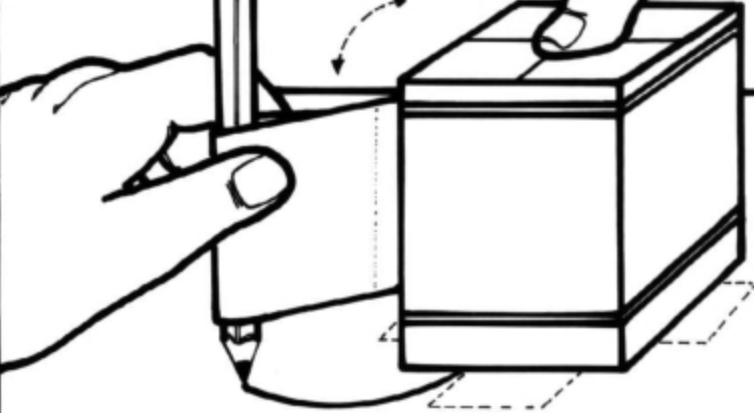
Να σχολιάσετε τα αποτελέσματά σας.

Smile 1998



Άλλες σπείρες του Αρχιμήδη

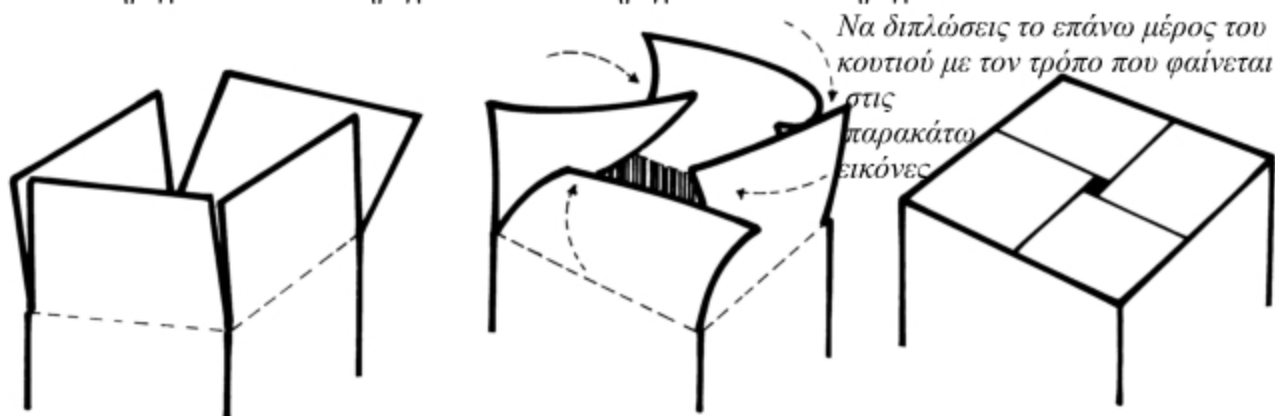
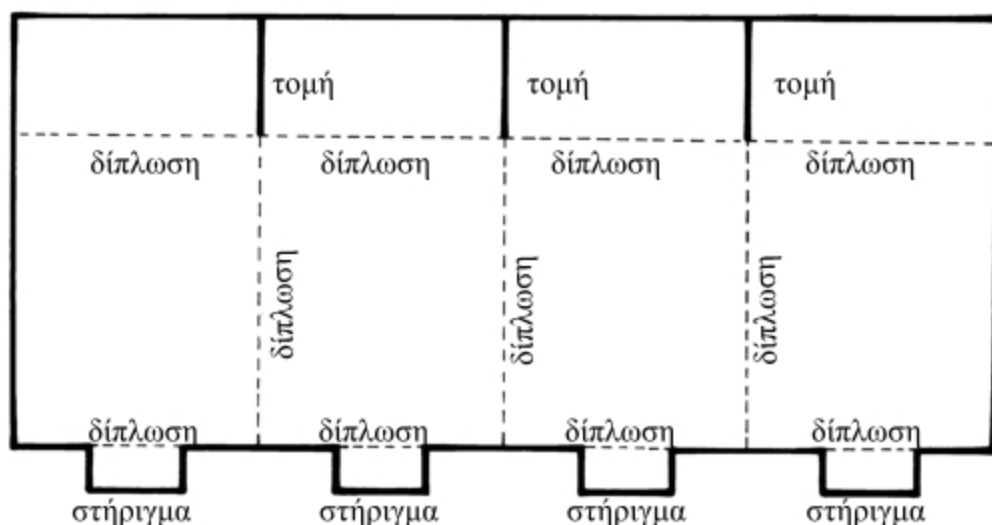
Θα χρειαστείς: σκληρό χαρτόνι, λωρίδες από χαρτί, μεγάλα φύλλα χαρτιού

<p>1 Να αντιγράψεις το ανάπτυγμα της σελίδας 9 σε χαρτόνι και να φτιάξεις το κουτί σε σχήμα κύβου. Να το τοποθετήσεις σε ένα μεγάλο φύλλο από χαρτί.</p>	<p>2 Να φτιάξεις μια θηλιά στο ένα άκρο μιας λωρίδας χαρτιού. Να τοποθετήσεις το άλλο άκρο της λωρίδας του χαρτιού διαμέσου μιας από τις ακμές του κουτιού.</p>
	
<p>3 Να τυλίξεις σφιχτά τη λωρίδα χαρτιού γύρω από το κουτί.</p>	<p>4 Να τοποθετήσεις το μολύβι στη θηλιά και να σχεδιάσεις μια σπείρα.</p>
	

Να σχεδιάσεις και άλλες σπείρες, χρησιμοποιώντας το ίδιο κουτί σε σχήμα κύβου αλλά άλλες λωρίδες χαρτιού.
Είναι όλες οι σπείρες ίδιες;

Να φτιάξεις κουτιά με έδρες διαφορετικών σχημάτων και να τα χρησιμοποιήσεις για να σχεδιάσεις σπείρες.
Μπορείς να εργαστείς με συμμαθητές σου για το σκοπό αυτό.
Να συγκεντρώσετε όλες τις σπείρες που έχουν σχεδιαστεί και να καταγράψετε τα συμπεράσματά σας.

Πώς να φτιάξεις το πρώτο σου κουτί

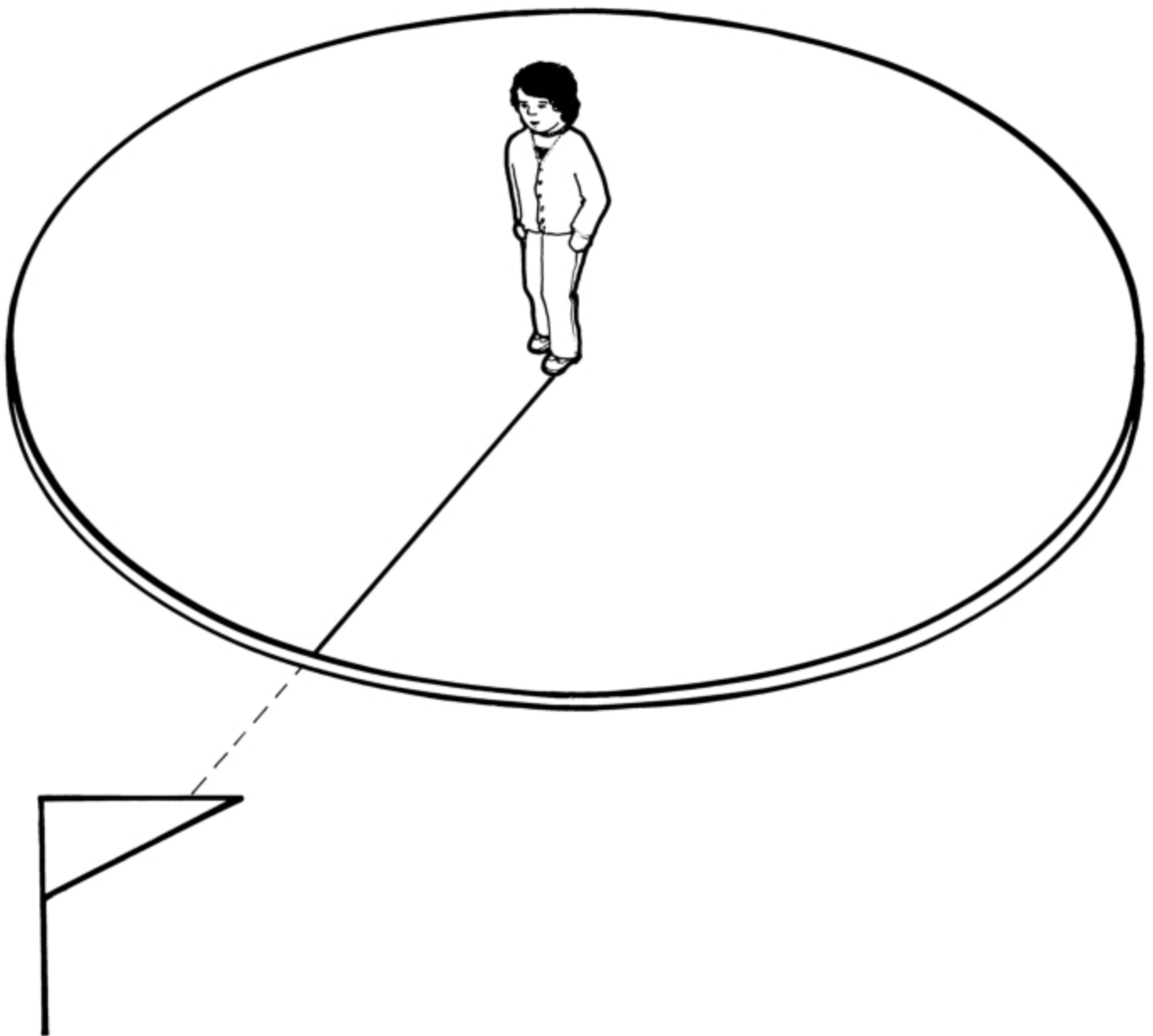


Smile 1998

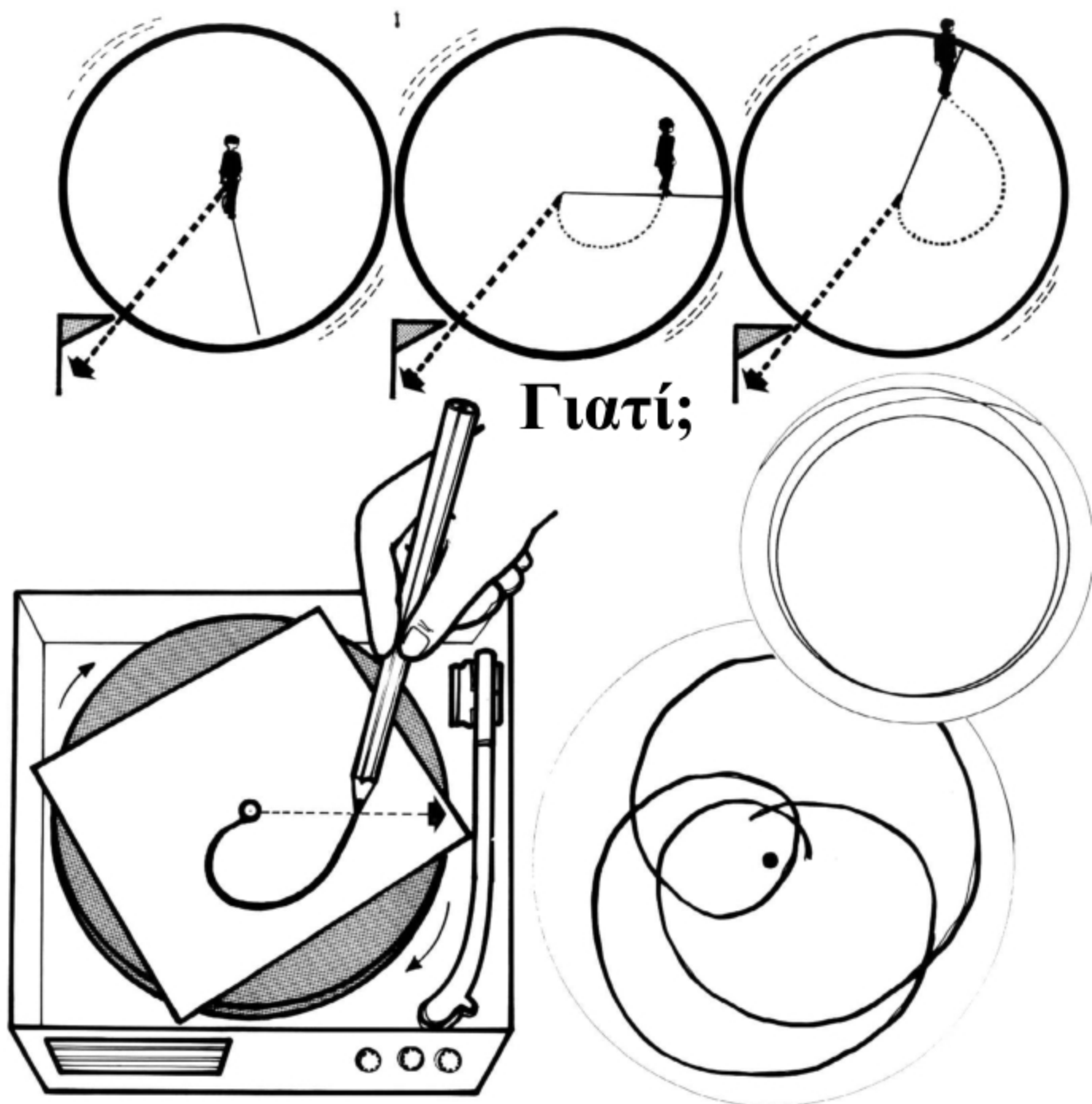
Ελικοειδή μονοπάτια

Φαντάσου στο λούνα-παρκ την κούνια με τα περιστρεφόμενα αλογάκια με μια γραμμή βαμμένη κατά μήκος της ακτίνας.

Αν περπατούσες κατά μήκος της βαμμένης ακτίνας, ενώ η κούνια περιστρεφόταν, πώς θα φαινόταν η διαδρομή σου από ψηλά;



Smile 1998



Μπορείς να πειραματιστείς, χρησιμοποιώντας ένα πικάπ με περιστρεφόμενη βάση, χαρτί και ένα μολύβι με μαλακή μύτη.

Οι παραπάνω εικόνες παρουσιάζουν τα σχέδια που προέκυψαν από τις απλές διαδρομές που ακολουθήσαμε πάνω στην περιστρεφόμενη βάση, καθώς αυτή περιστρεφόταν.

Σβούρες

Smile 1998

Να σχεδιάσεις μια σπείρα του Αρχιμήδη.

Να την κόψεις.

Να την κρεμάσεις με νήμα πάνω από κάτι ζεστό.

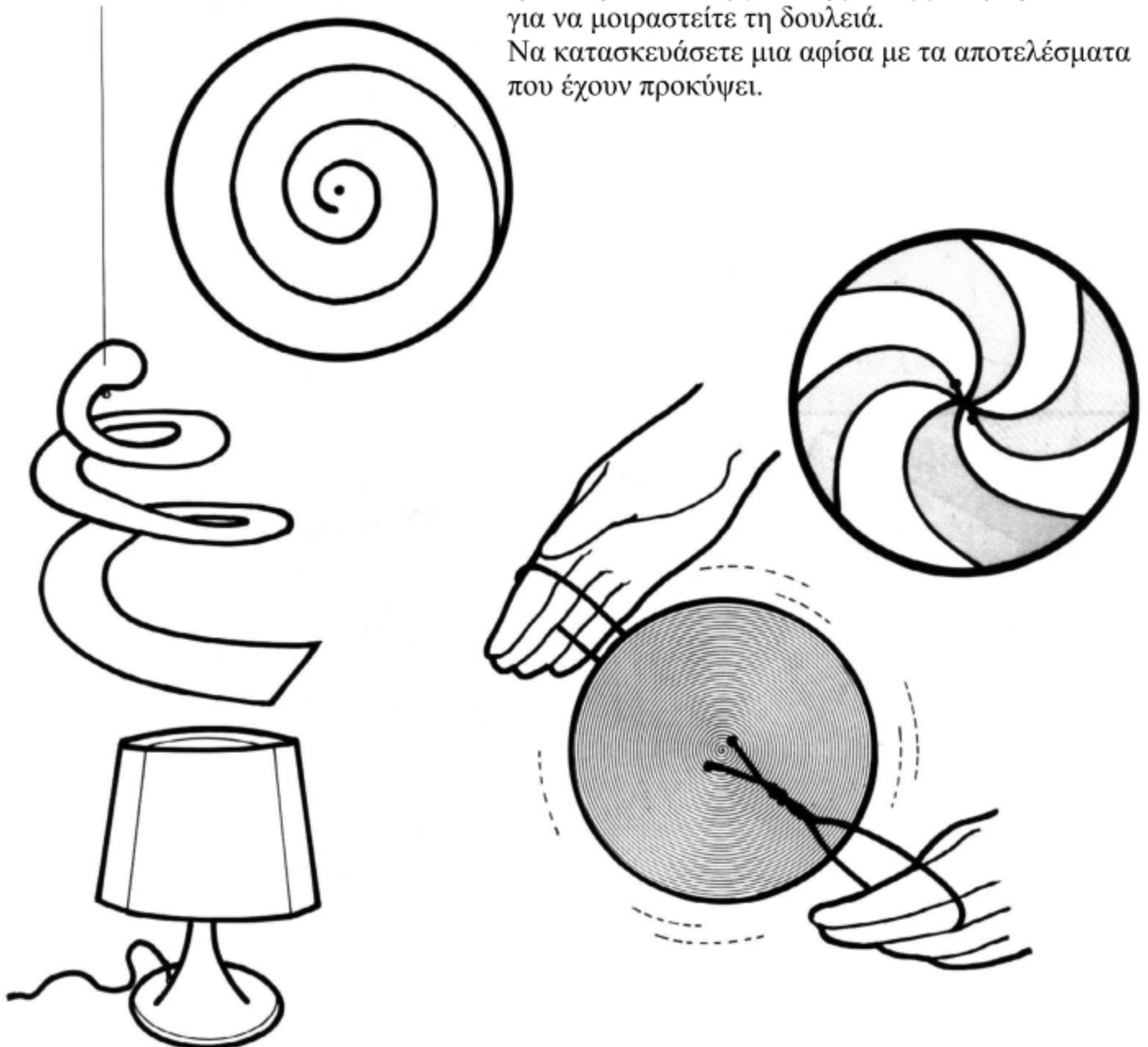
Να σχεδιάσεις αρκετές σπείρες πάνω σε χαρτόνι και να τις βάψεις, για να φτιάξεις ένα σχέδιο όμοιο με το σχέδιο της εικόνας. (Μπορείς να χρησιμοποιήσεις διαφανές χαρτί αντιγραφής, αν σε εξυπηρετεί.)

Να περάσεις σπάγκο μέσα από τις τρύπες και, στη συνέχεια, να δέσεις τις άκρες του σπάγκου για να φτιάξεις μια θηλιά.

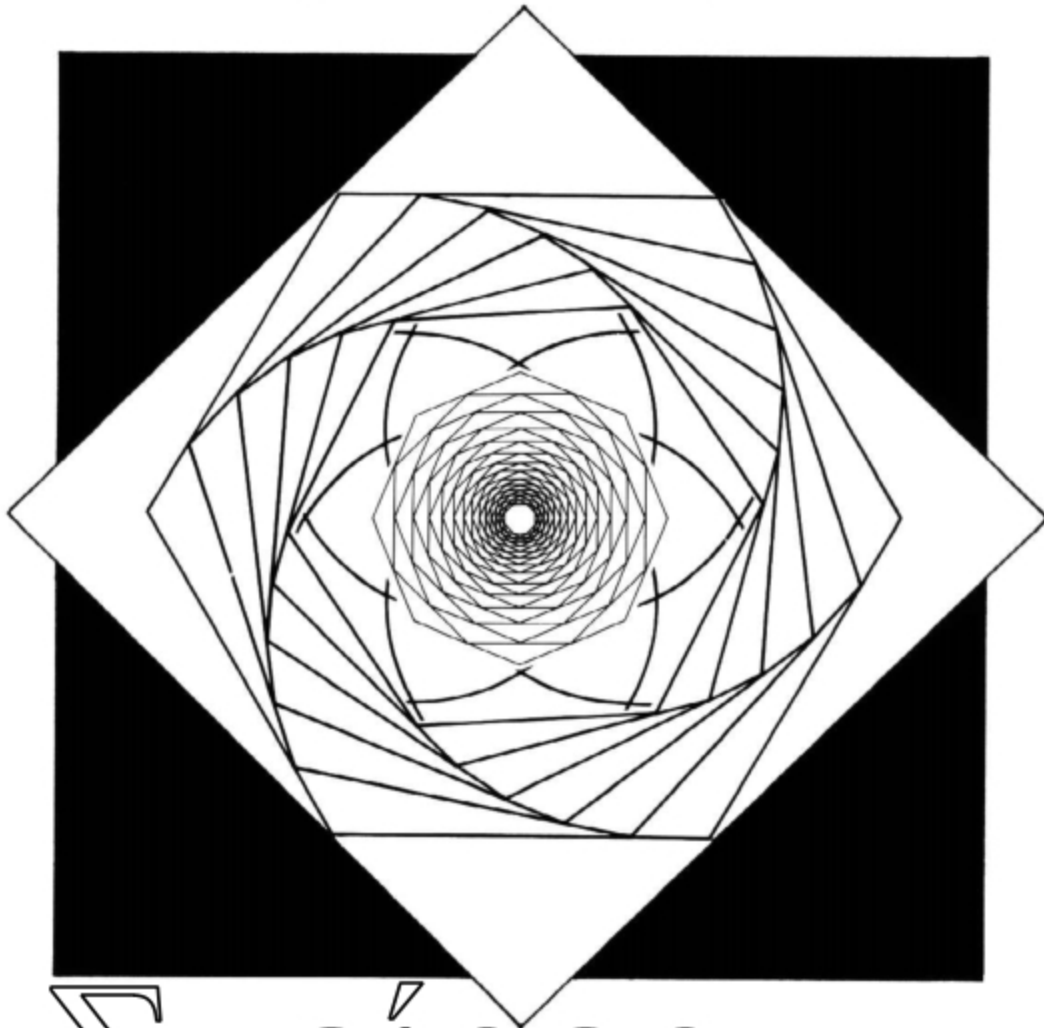
Να κρατήσεις τις άκρες της θηλιάς γύρω από τα χέρια σου και να κάνεις το δίσκο να στριφογυρίσει με ταχύτητα. Τι παρατηρείς;

Να φτιάξεις αρκετούς δίσκους με διαφορετικές σπείρες και να τους βάψεις με διαφορετικούς τρόπους. Να συνεργαστείς με συμμαθητές σου για να μοιραστείτε τη δουλειά.

Να κατασκευάσετε μια αφίσα με τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει.

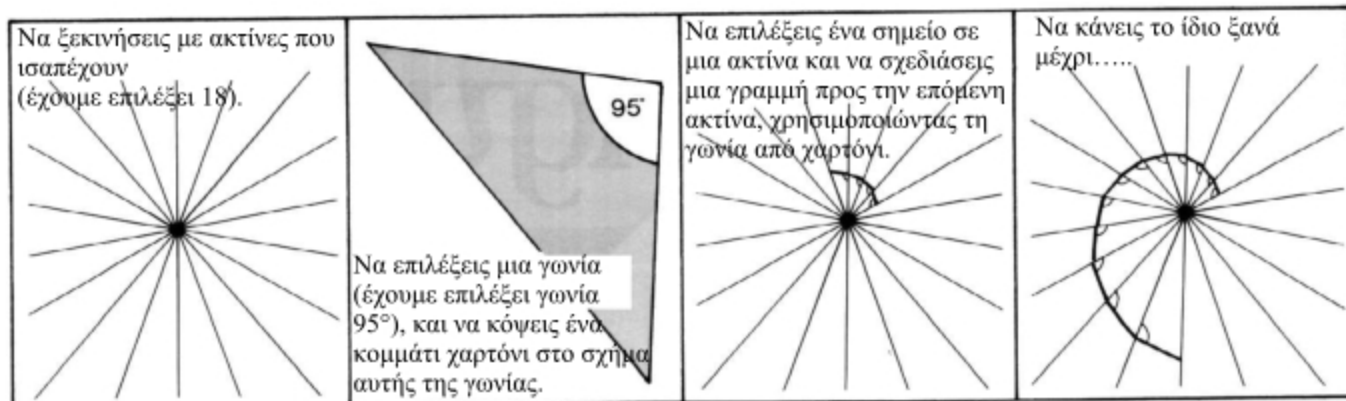


Ισογώνιες



Σπειρές

Πώς να σχεδιάσεις Ισογώνιες Σπείρες με τη μέθοδο των γωνιών



Να συνεργαστείς με συμμαθητές σου, για να μοιραστείτε την εργασία. Αφού τελειώσετε, να κάνετε μια αφίσα.

Να σχεδιάσετε αρκετές σπείρες με αυτόν τον τρόπο, χρησιμοποιώντας διαφορετικές γωνίες και διαφορετικούς αριθμούς από ακτίνες.

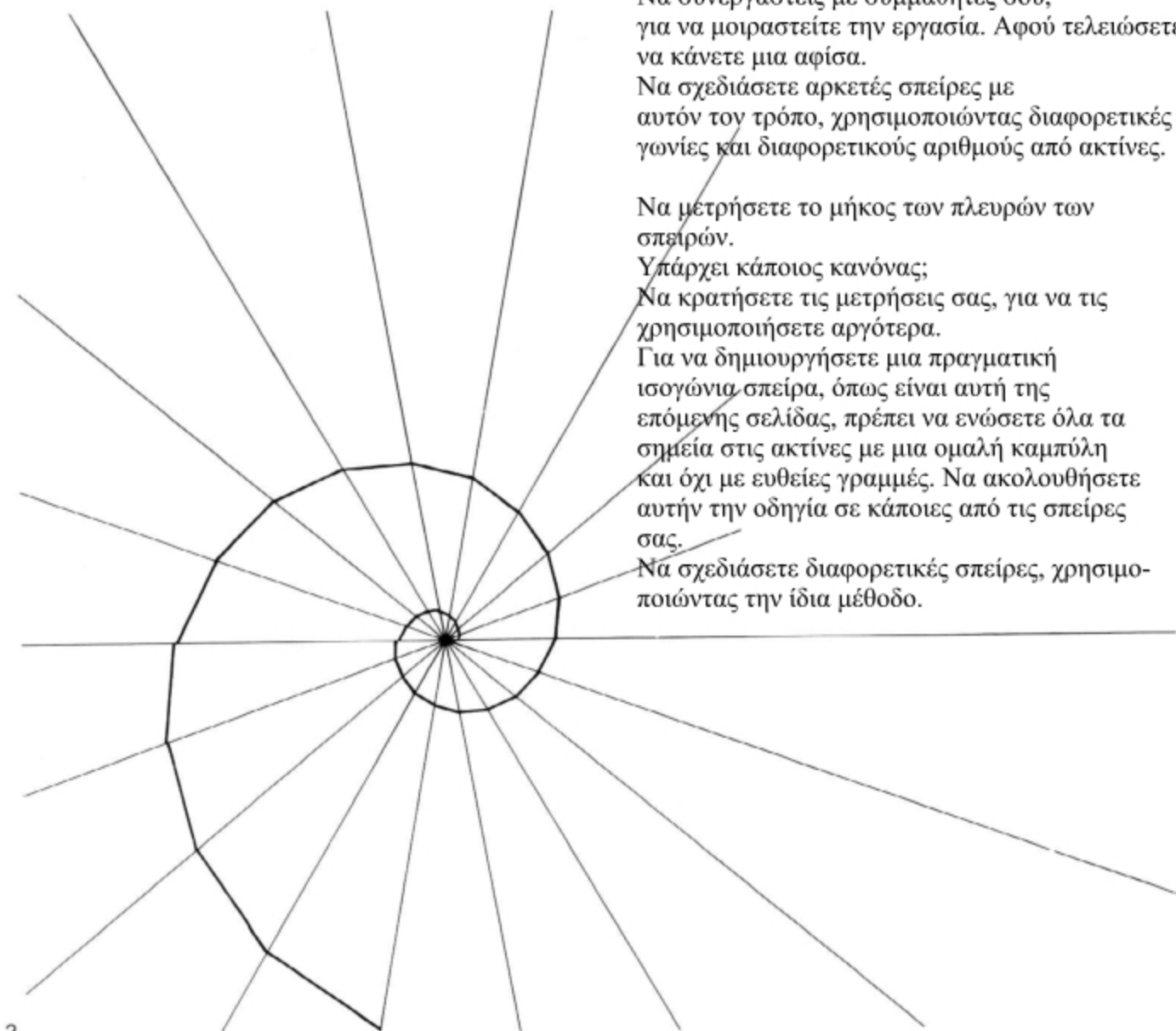
Να μετρήσετε το μήκος των πλευρών των σπειρών.

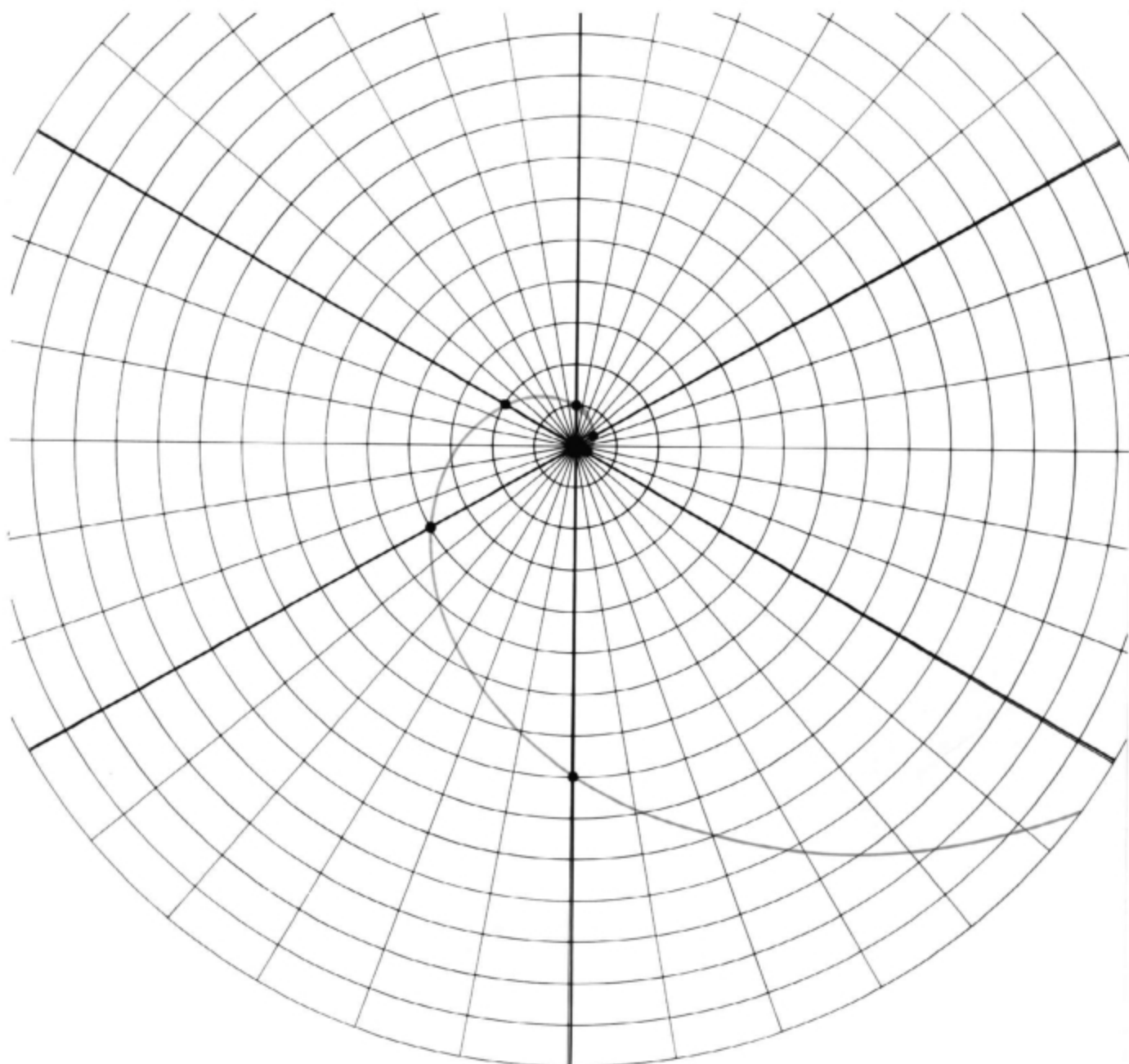
Υπάρχει κάποιος κανόνας;

Να κρατήσετε τις μετρήσεις σας, για να τις χρησιμοποιήσετε αργότερα.

Για να δημιουργήσετε μια πραγματική ισογώνια σπείρα, όπως είναι αυτή της επόμενης σελίδας, πρέπει να ενώσετε όλα τα σημεία στις ακτίνες με μια ομαλή καμπύλη και όχι με ευθείες γραμμές. Να ακολουθήσετε αυτήν την οδηγία σε κάποιες από τις σπείρες σας.

Να σχεδιάσετε διαφορετικές σπείρες, χρησιμοποιώντας την ίδια μέθοδο.





Η μέθοδος των ακολουθιών

Η σπείρα της εικόνας σχεδιάστηκε με τη χρήση της ακολουθίας $\dots \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, 16 \dots$

Έχει γωνία 125° . Μπορείς να βρεις τι σημαίνει αυτό;

Η παραπάνω ακολουθία προέκυψε από πολλαπλασιασμό.

Να εξηγήσεις με ποιον τρόπο.

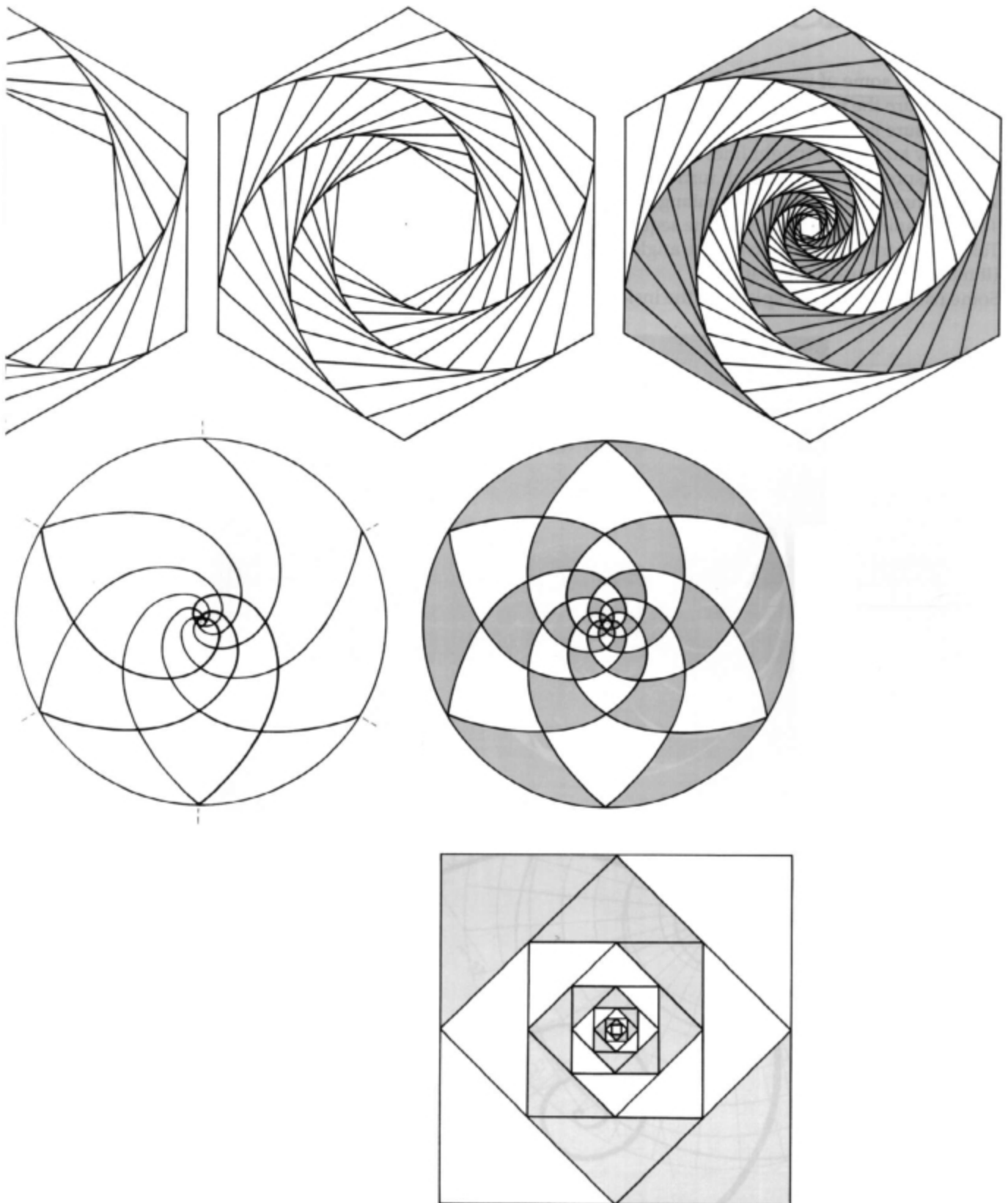
Να συνεργαστείς με συμμαθητές σου, για να σχεδιάσετε κάποιες ισογώνιες σπείρες χρησιμοποιώντας άλλες παρόμοιες ακολουθίες.

Να δοκιμάσετε να χρησιμοποιήσετε $\dots \frac{1}{3}, 1, 3, 9 \dots$ (πολλαπλασιάζοντας με το 3)

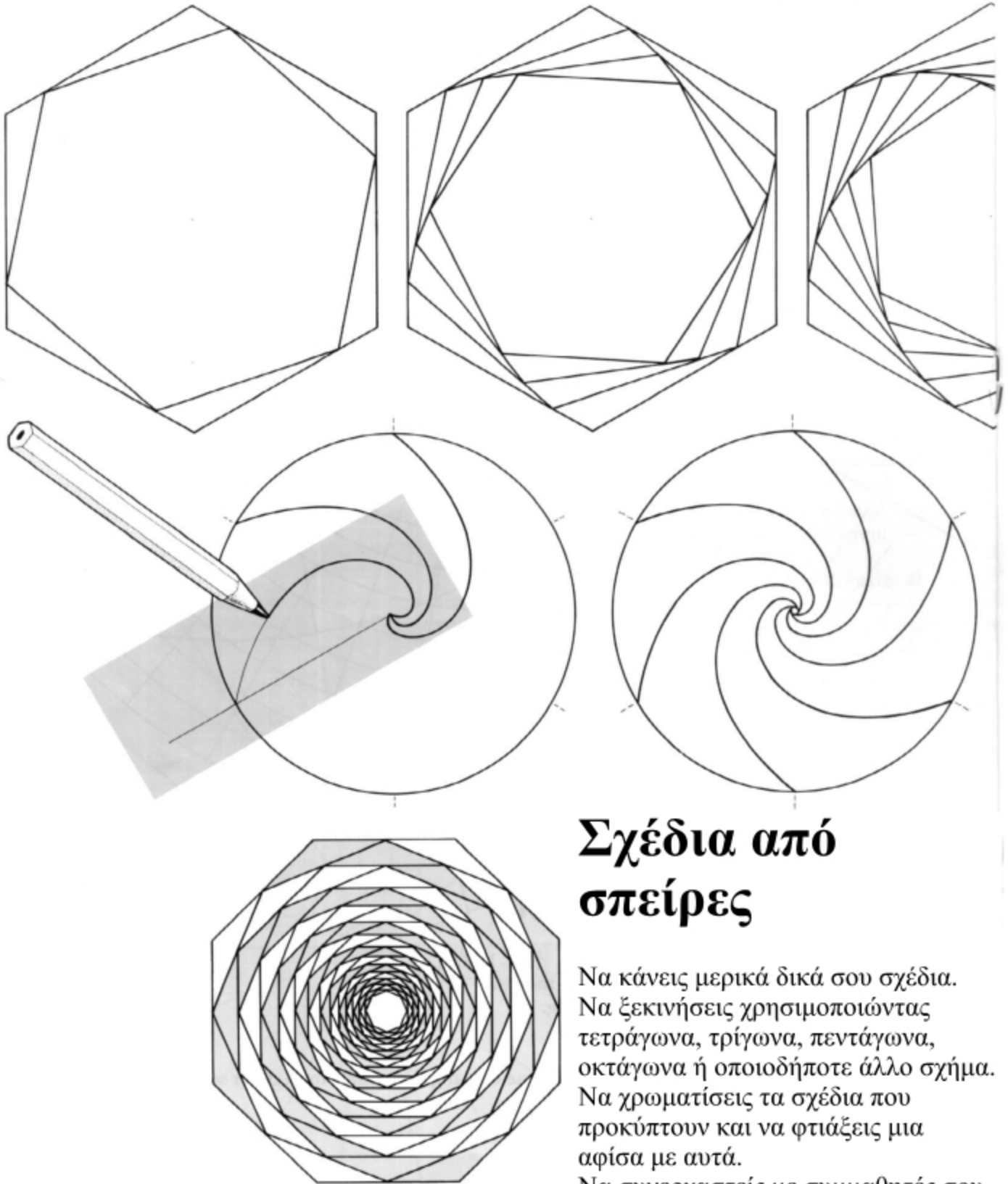
$\dots 0,90, 1, 1,1, 1,21, 1,33, 1,46 \dots$ (πολλαπλασιάζοντας με το 1,1).

Αν έχεις κομπιουτεράκι, να το χρησιμοποιήσεις.

Ίσως σε βοηθήσει η χρήση χαρτιού πολικών γραφημάτων.



Smile 1999



Σχέδια από σπείρες

Να κάνεις μερικά δικά σου σχέδια.
Να ξεκινήσεις χρησιμοποιώντας τετράγωνα, τρίγωνα, πεντάγωνα, οκτάγωνα ή οποιοδήποτε άλλο σχήμα.
Να χρωματίσεις τα σχέδια που προκύπτουν και να φτιάξεις μια αφίσα με αυτά.
Να συνεργαστείς με συμμαθητές σου, για να μοιραστείτε την εργασία.
Να κάνετε σχέδια παρόμοια με αυτά των εικόνων που ακολουθούν.

Μετρήσεις

Smile 1999

Να μετρήσεις κάποιες από τις σπείρες που κατασκεύασες.

- Να μετρήσεις τις ακτίνες.
- Να μετρήσεις πόσο απέχουν μεταξύ τους οι στροφές της σπείρας.
- Να σχεδιάσεις εφαπτομένες, δηλαδή ευθείες γραμμές που μόλις ακουμπούν τη σπείρα, και να μετρήσεις τις γωνίες που σχηματίζονται.
- Να μετρήσεις το μήκος της κάθε στροφής (η χρήση του σπάγκου ίσως σε εξυπηρετήσει).

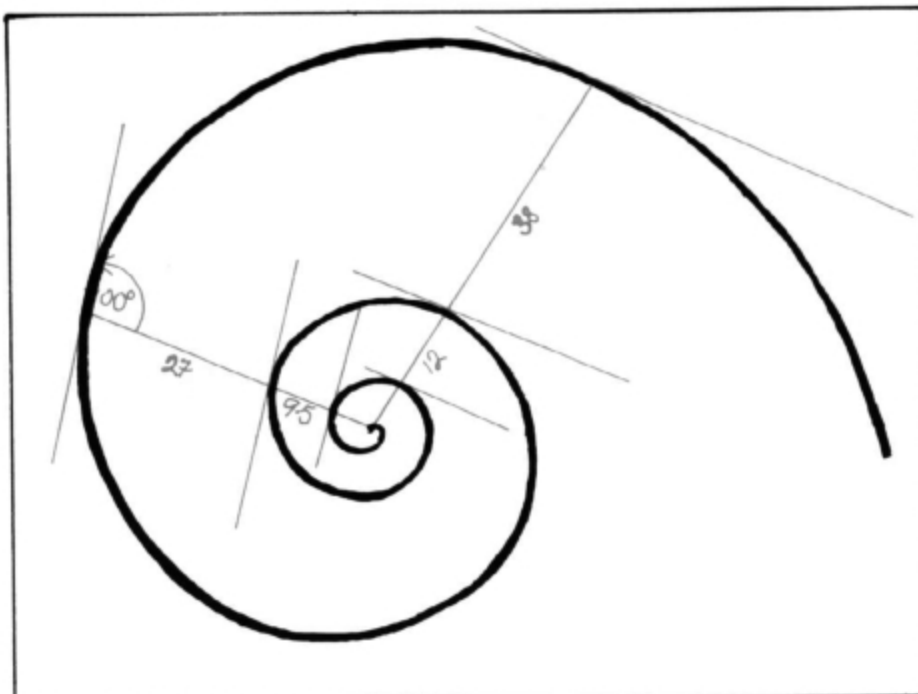
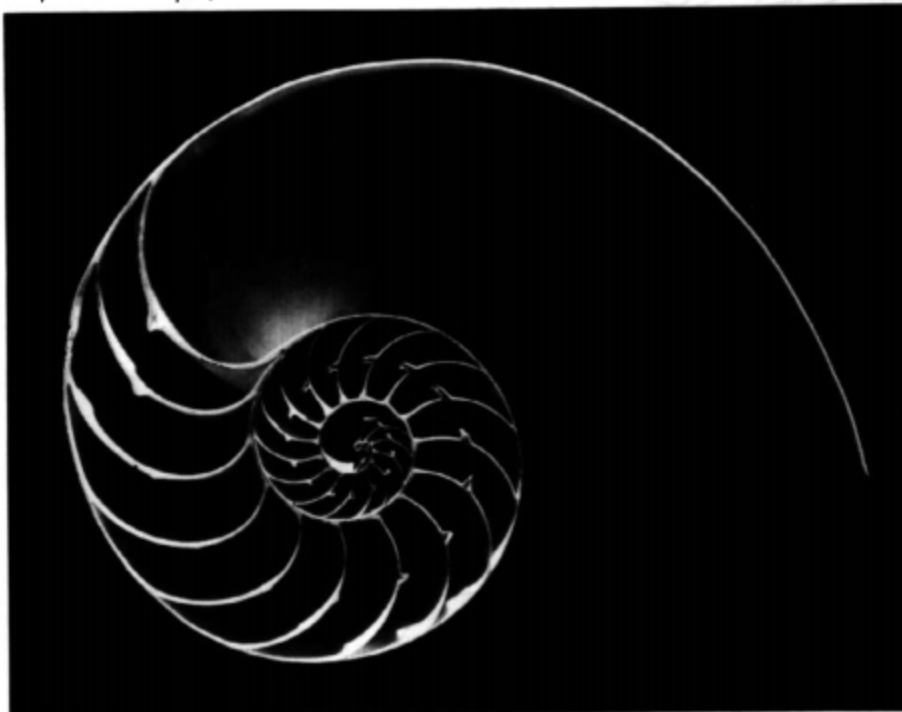
Ποια στοιχεία είναι ιδιαίτερα στις ισογώνιες σπείρες;

Να διαλέξεις μια σπείρα που έχει σχεδιάσει με τη μέθοδο της ακολουθίας.

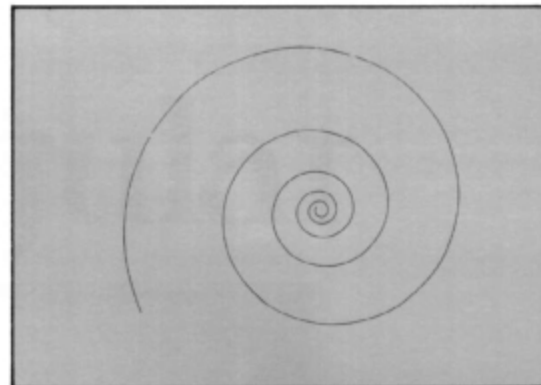
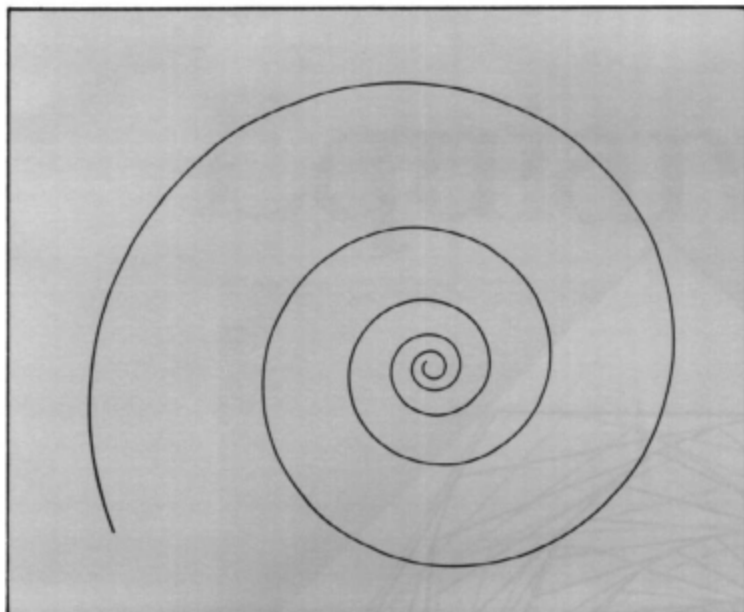
Να ελέγξεις αν οι γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

Να διαλέξεις μια σπείρα που έχει φτιάξει με τη μέθοδο των γωνιών. Να ελέγξεις αν οι ακτίνες αυξάνονται πολλαπλασιαστικά. (Ίσως θα ήταν χρήσιμο να χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι.)

Μερικά φυσικά αντικείμενα αποτελούν σπείρες. Είναι το εσωτερικό του όστρακου της εικόνας μια ισογώνια σπείρα;

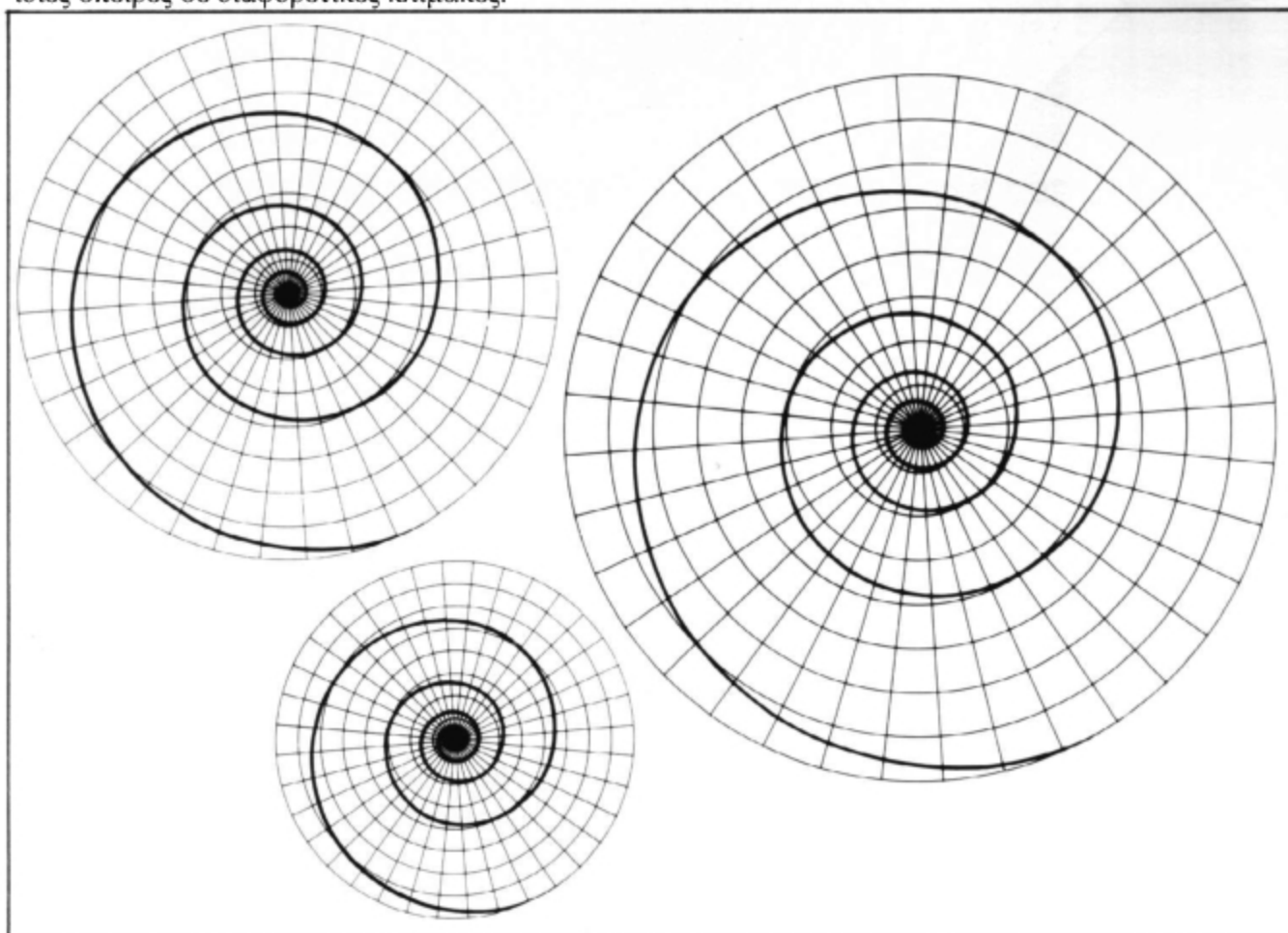


Smile 1999

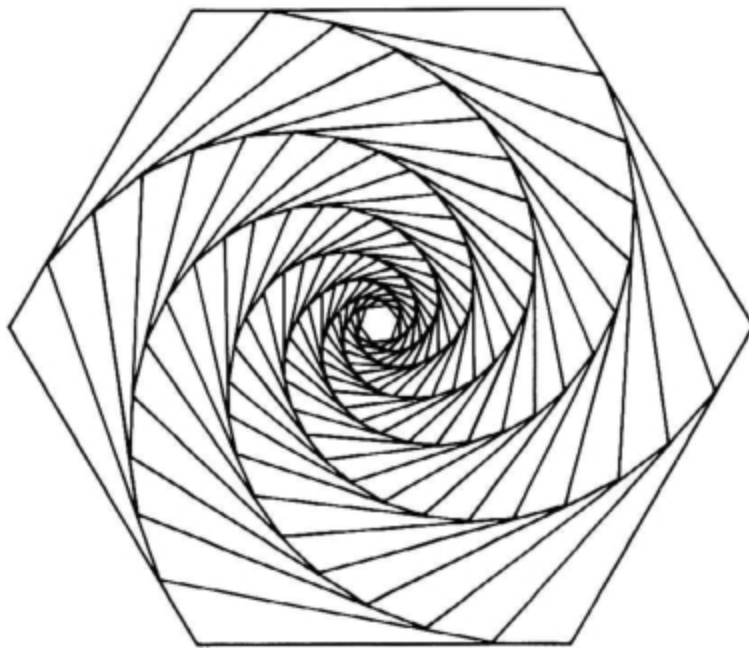


Αυτά είναι αντίγραφα της ίδιας ισογώνιας σπείρας.
Να αντιγράψεις τη μικρή σπείρα σε διαφανές χαρτί αντιγραφής και να προσπαθήσεις να την τοποθετήσεις πάνω στις δύο μεγαλύτερες σπείρες. Ταιριάζει;
Αυτό συμβαίνει με όλες τις ισογώνιες σπείρες;
Τι ισχύει για άλλες σπείρες;

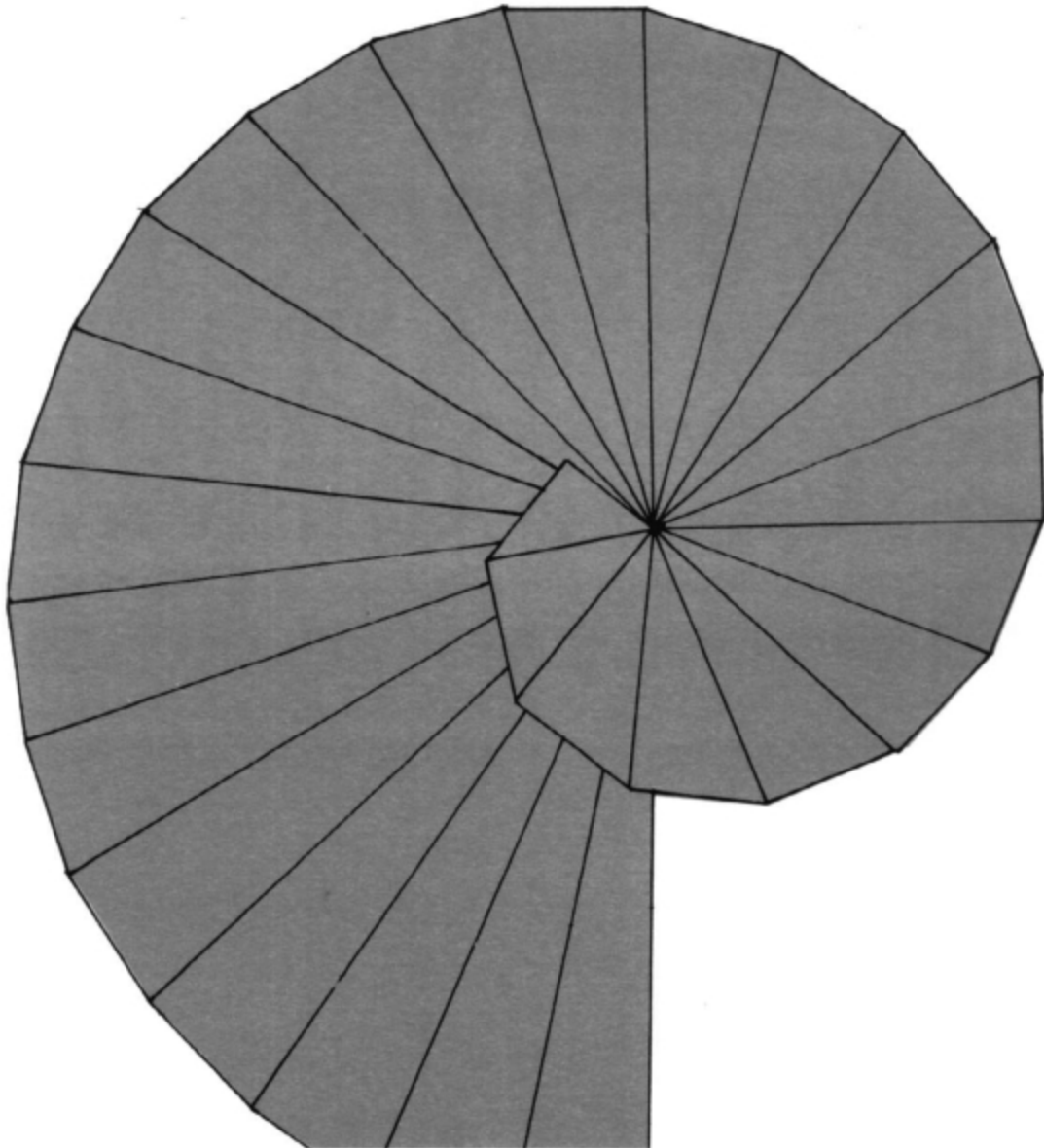
Να χρησιμοποιήσεις αντίγραφα του φύλλου εργασίας Ισογώνιες σπείρες 1999Α, για να σχεδιάσεις τις ίδιες σπείρες σε διαφορετικές κλίμακες.



Smile 1999



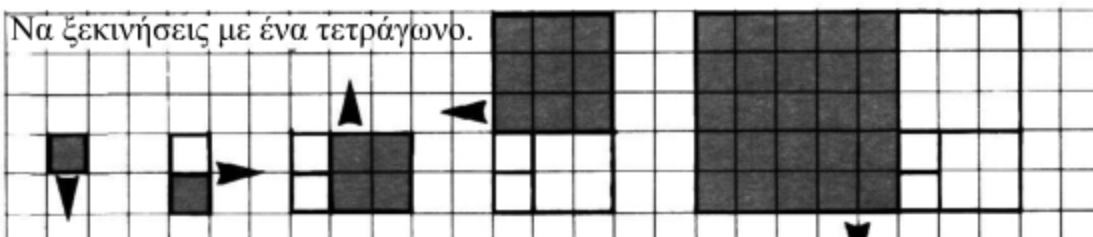
Fibonacci και σπείρες τετραγωνικής ρίζας



Η ΣΠΕΙΡΑ FIBONACCI

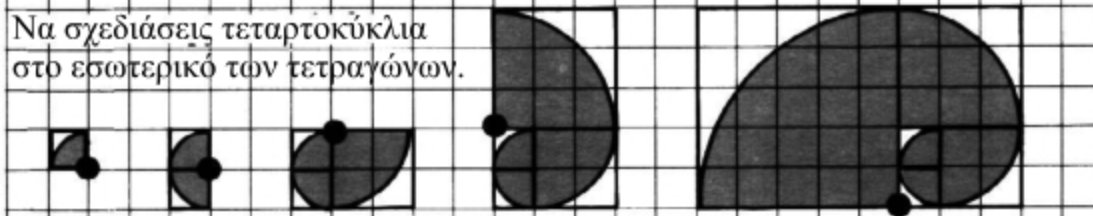
ΧΡΕΙΑΖΕΣΑΙ: ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΕΝΟ ΧΑΡΤΙ, ΧΑΡΑΚΑ, ΠΥΞΙΔΑ

Να ξεκινήσεις με ένα τετράγωνο.



Να σχεδιάσεις τα υπόλοιπα τετράγωνα ένα - ένα.

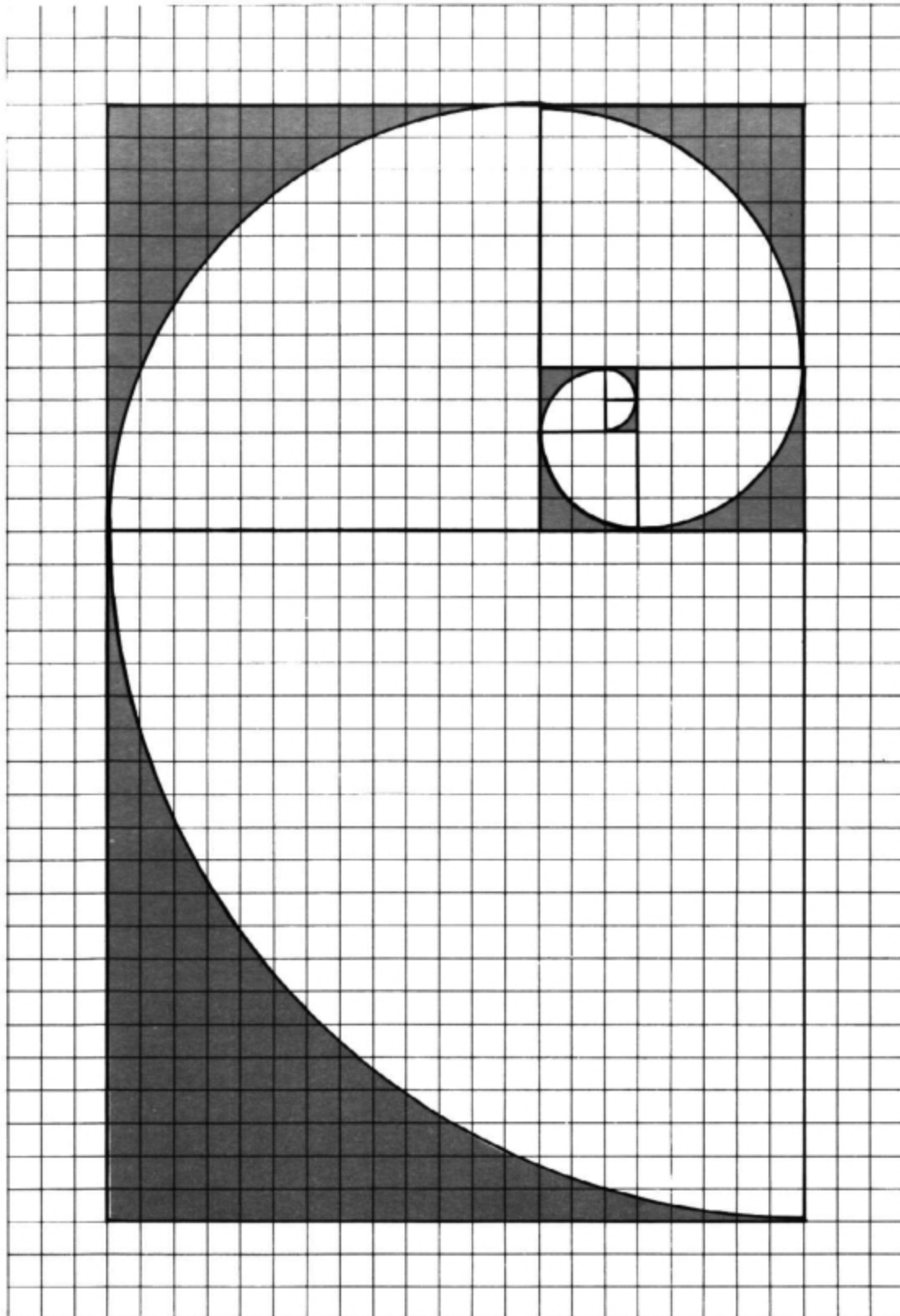
Να σχεδιάσεις τεταρτοκύκλια στο εσωτερικό των τετραγώνων.



Οι μεγάλες τελείες αντιστοιχούν στα κέντρα των πρώτων τεταρτοκυκλίων.

Να παρατηρήσεις τα τετράγωνα που πρόσθεσες.
Να σημειώσεις το μήκος των πλευρών τους: 1, 1, 2, 3, 5...

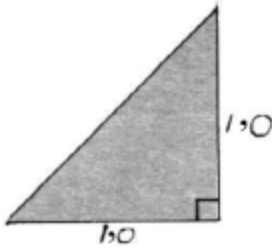
Η ακολουθία (1, 1, 2, 3, 5...) ονομάζεται ακολουθία Fibonacci.
Τι το ιδιαίτερο την χαρακτηρίζει;



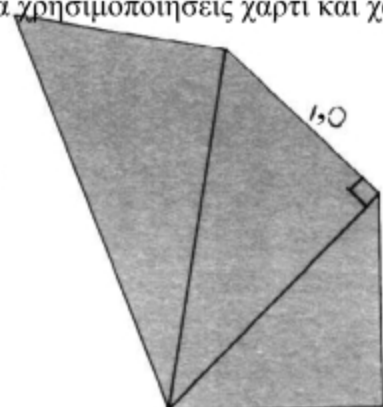
ΣΠΕΙΡΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΡΙΖΑΣ

ΧΡΕΙΑΖΕΣΑΙ: ΜΕΓΑΛΑ ΦΥΛΛΑ ΧΑΡΤΙ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΑ

Να σχεδιάσεις το παρακάτω τρίγωνο στη μέση ενός φύλλου χαρτιού. Να κάνεις το σχήμα σου μεγάλο.



Να προσθέσεις το επόμενο τρίγωνο. (Να χρησιμοποιήσεις χαρτί και χάρακα.)

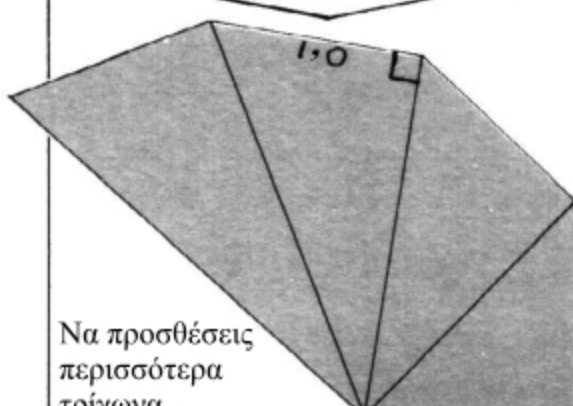


Να κάνεις έναν πίνακα, ο οποίος θα συμπεριλαμβάνει το μήκος της κάθε ακτίνας και το τετράγωνό του. (Θα τετραγωνίσεις τα μήκη των αντίστοιχων ακτίνων.)

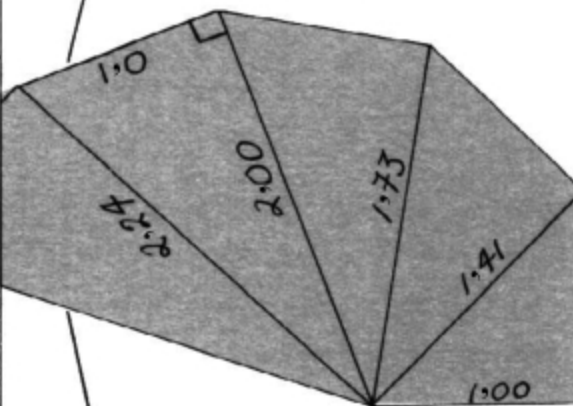
Τι παρατηρείς; Γιατί το σχήμα που προκύπτει ονομάζεται "σπείρα τετραγωνικής ρίζας";

ΑΚΤΙΝΑ	ΜΗΚΟΣ ΑΚΤΙΝΑΣ	ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΕΝΟ ΜΗΚΟΣ ΑΚΤΙΝΑΣ
1	1,00	$1,00 \times 1,00 = 1,00$
2	1,41	$1,41 \times 1,41 = 1,99$
3	1,73	$1,73 \times 1,73 = 2,99$
4	2,00	$2,00 \times 2,00 = 4,00$
5	2,24	$2,24 \times \quad =$

Να προσθέσεις περισσότερα τρίγωνα.



Να μετρήσεις το μήκος των "ακτίνων".



Smile 2001

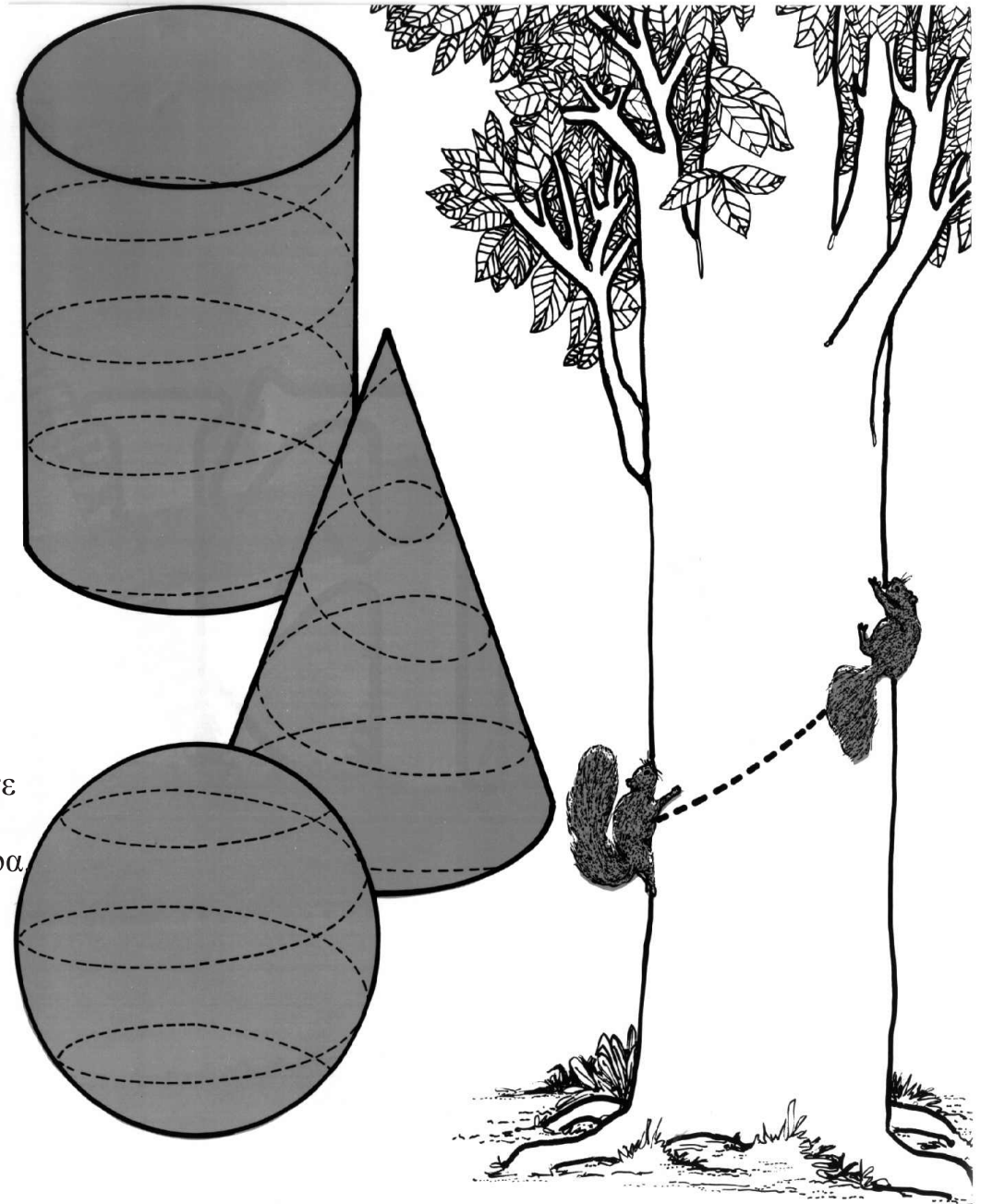
ΕΛΚΑΣ

Τι είναι ένας έλικας;

Υπάρχουν ο κυλινδρικός έλικας, ο κωνικός έλικας, ο σφαιρικός έλικας. Ασφαλώς έχετε ξαναδεί έλικα, αλλά τον αποκαλέσατε σπιδάλ. Στα μαθηματικά, χρησιμοποιούμε τη λέξη «σπιδάλ» μόνο για επίπεδα σχήματα.

Όταν ένας σκίδουρος ανεβαίνει σε ένα δένδρο ακολουθεί ελικοειδή πορεία, γιατί αυτή είναι η πιο σύντομη.

Να πάρετε μερικά στερεά σχήματα και να χρησιμοποιήσετε νήμα, για να ενώσετε δύο σημεία στην επιφάνειά τους. Τραβήξτε το νήμα ώστε να εφαρμόζει όσο γίνεται καλύτερα. Τι είδους μονοπάτια σχηματίζονται;



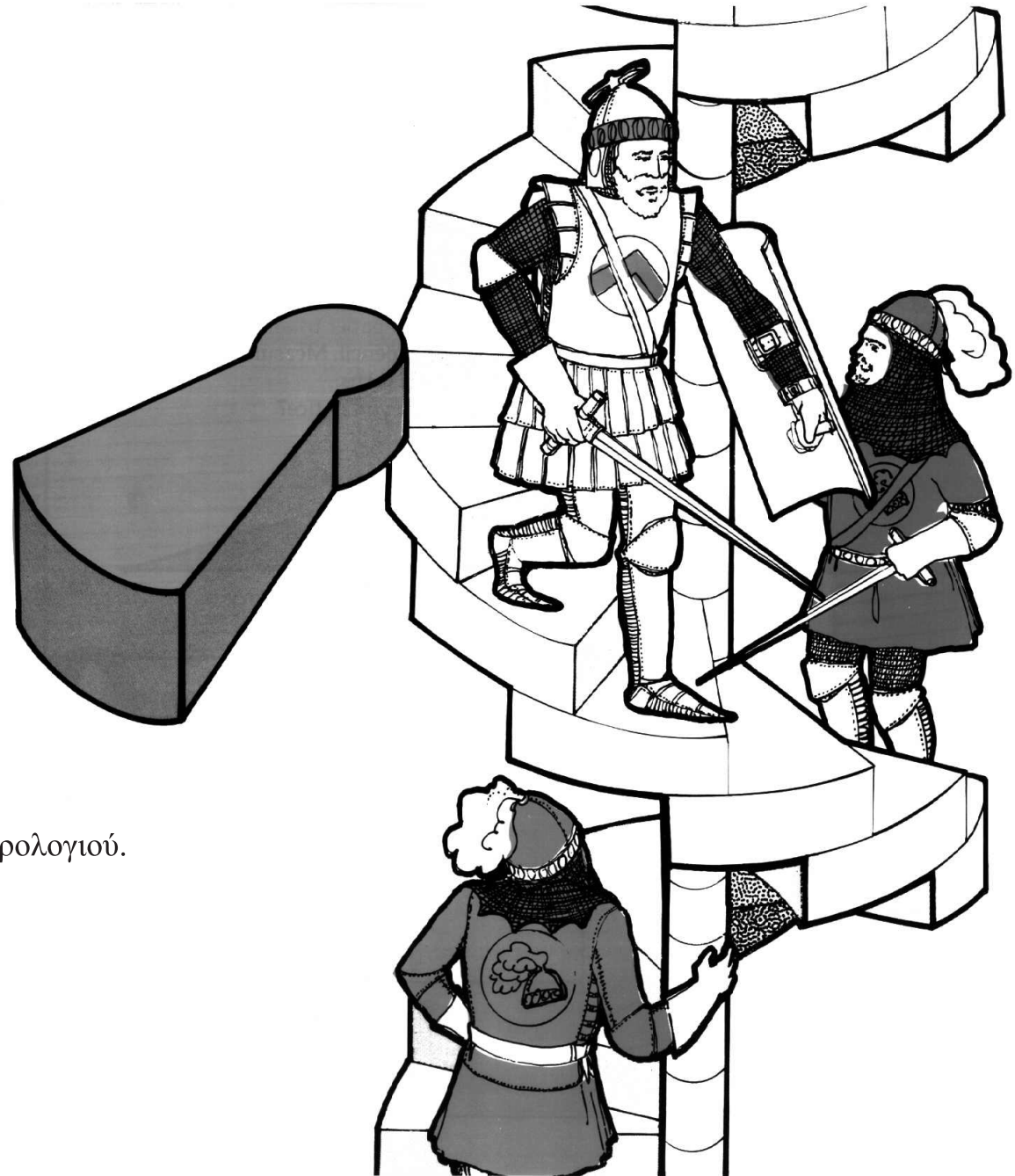
Σπειροειδής σκάλα

Οι σπειροειδείς σκάλες είναι παραδείγματα έλικα. Χρησιμοποιούνταν συχνά σε πολύ παλιά πέτρινα κτίρια. Πέτρες με αυτό το σχήμα κόβονταν και τοποθετούνταν με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχηματίζουν αυτές τις σκάλες.

Να κόψετε παρόμοια κομμάτια από φελιζόλ και να τα περάσετε σε ένα μεγάλο καρφί, για να διαπιστώσετε πώς κατασκευάζεται μια σπειροειδής σκάλα.

Σχεδόν όλες οι σπειροειδείς σκάλες στα κάστρα έστριβαν κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Τις κατασκεύαζαν έτσι ώστε αν το κάστρο δεχόταν επίθεση, οι υπερασπιστές του να μπορούν να κρατούν τα σπαθιά τους με το δεξί χέρι, ενώ οι εχθροί ήταν υποχρεωμένοι να κρατούν τα σπαθιά τους με το αριστερό χέρι.

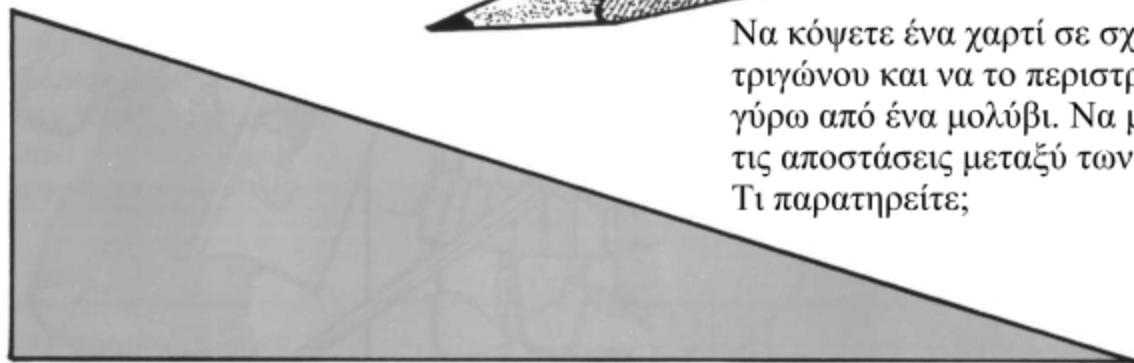
Γιατί αυτό ήταν ένα πλεονέκτημα;



Smile 2001

Πώς φτιάχνουμε έναν ΕΛΙΚΑ

1



Να κόψετε ένα χαρτί σε σχήμα
τριγώνου και να το περιστρέψετε
γύρω από ένα μολύβι. Να μετρήσετε
τις αποστάσεις μεταξύ των στροφών.
Τι παρατηρείτε;

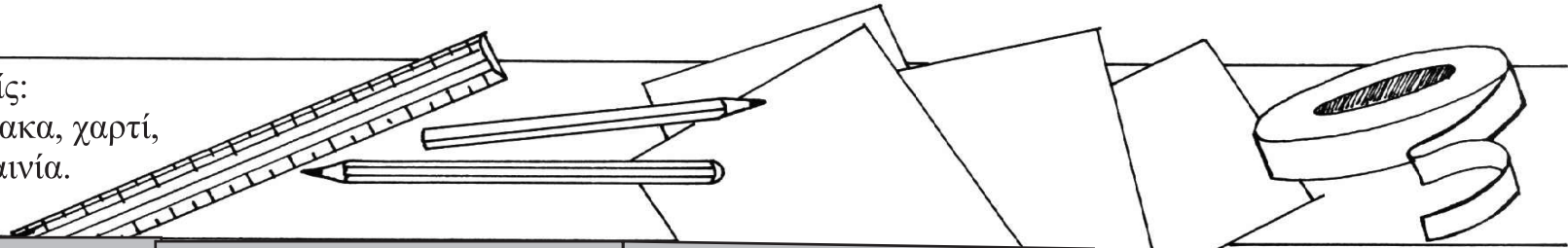


2

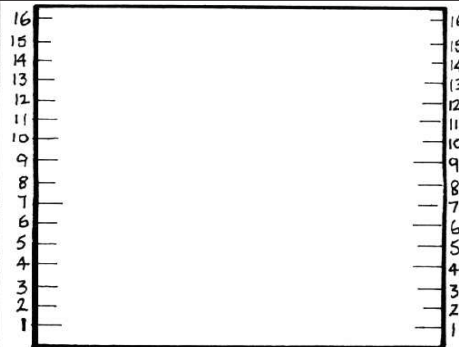
Να πάρετε μια λωρίδα λεπτού
χαρτονιού. Να την τυλίξετε σε
σπείρα. Να χρησιμοποιήσετε
κολλητική ταινία, για να στερεώσετε
τις άκρες της σπείρας.
Να μετρήσετε τις αποστάσεις
μεταξύ των στροφών.
Τι παρατηρείτε;
Να κατασκευάσετε και άλλες
σπείρες. Υπάρχει κάποιος
κάνοντας που συνδέει τους αριθμούς;

3

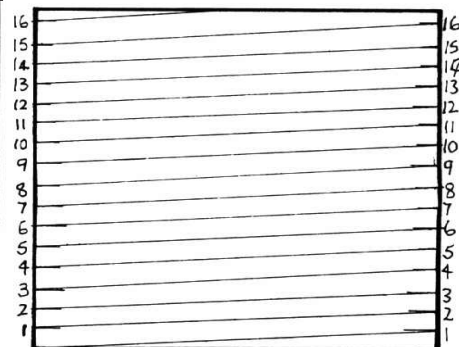
Θα χρειαστείς:
Μολύβι, χάρακα, χαρτί,
κολλητική ταινία.



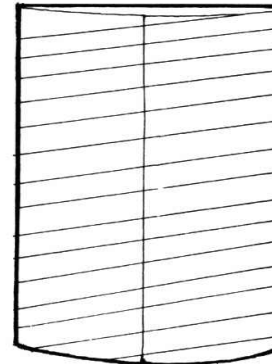
Να χωρίσεις τις δύο πλευρές της σελίδας σε ίσα μέρη και να τα αριθμήσεις.



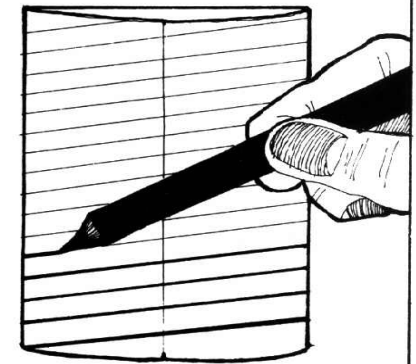
Να ενώσεις τα σημεία που βρίσκονται στα αριστερά με τα σημεία που είναι κατά ένα λιγότερο στα δεξιά.



Να τυλίξεις τη σελίδα σε ρολό, για να φτιάξεις έναν κύλινδρο και να ταιριάξεις τις άκρες των γραμμών. Να κολλήσεις τις δύο άκρες της σελίδας.

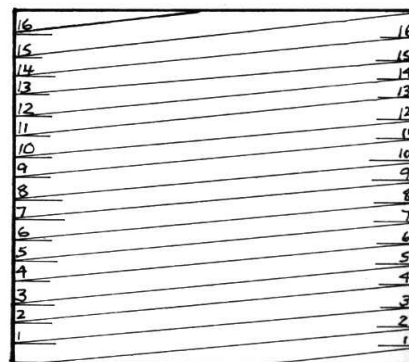


Να χρησιμοποιήσεις ένα μαρκαδόρο για να τονίσεις τις γραμμές του έλικα.

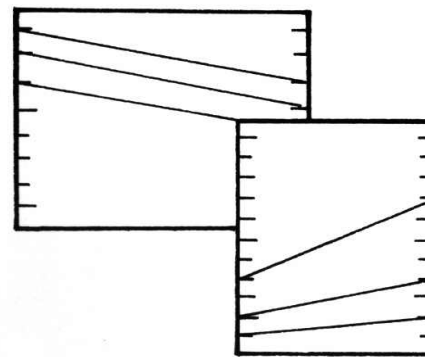


Τι θα συμβεί αν...

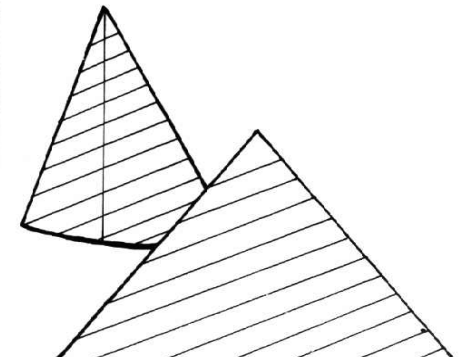
...ενώσεις τα σημεία που διαφέρουν κατά δύο; Πόσοι έλικες σχηματίστηκαν;



...ενώσεις σημεία που διαφέρουν κατά πολύ ή αν χρησιμοποιήσεις άλλους κανόνες;



...χρησιμοποιήσεις ένα τρίγωνο για να φτιάξεις έναν κώνο;



Κρυμμένος έλικας

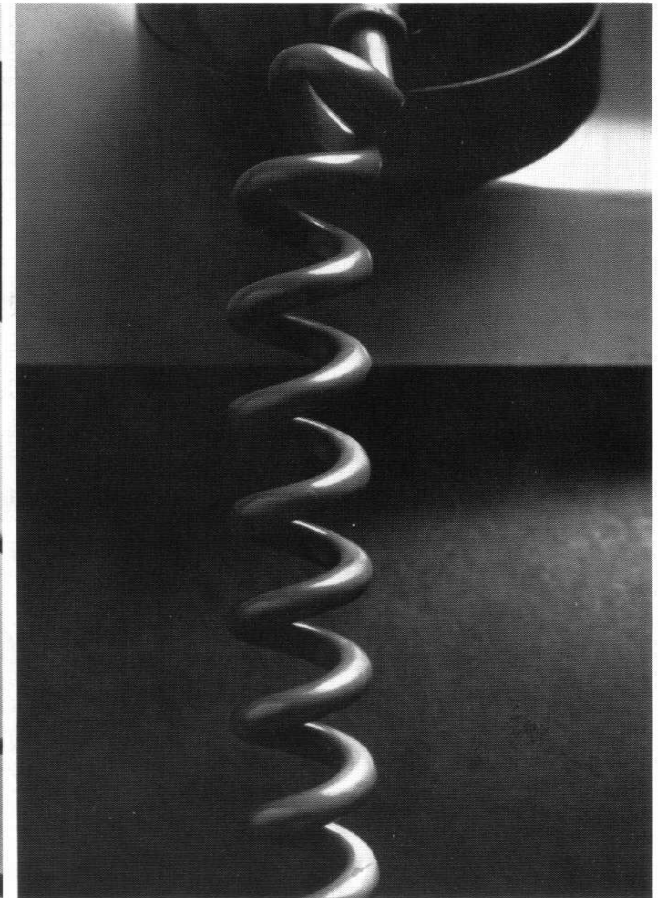
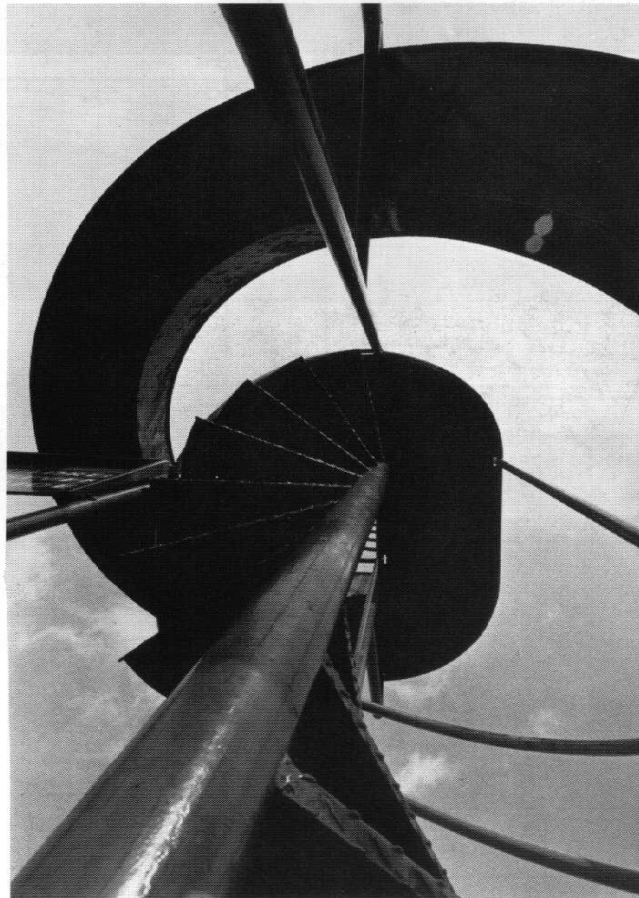
Οι εικόνες αυτές δείχνουν έλικες.

Αναγνωρίζετε τα αντικείμενα;

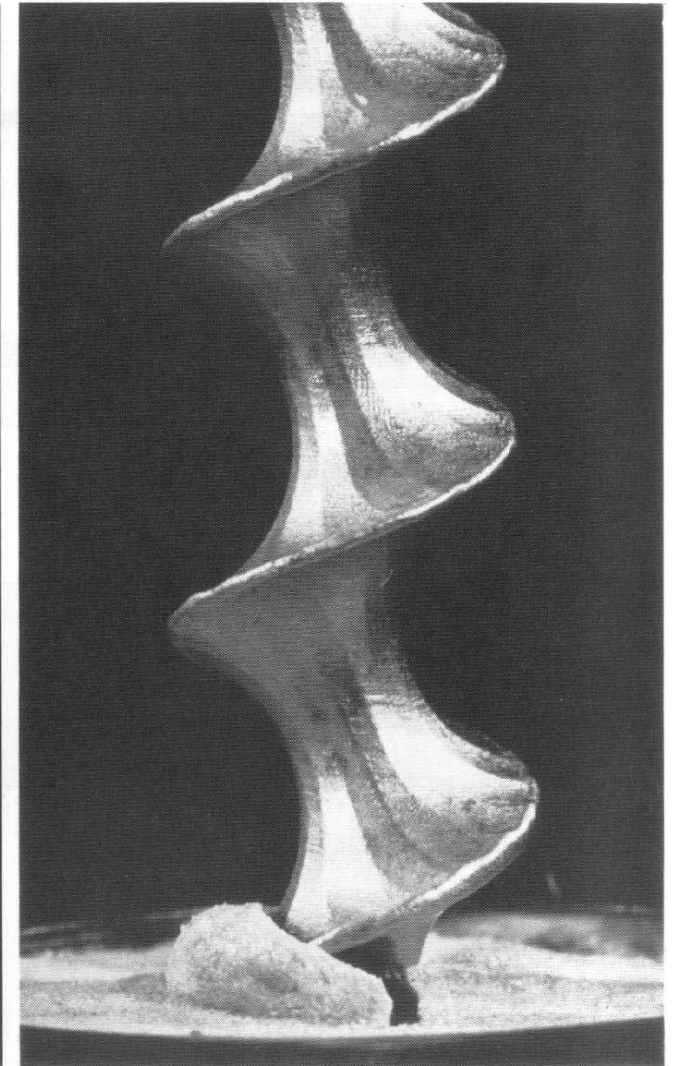
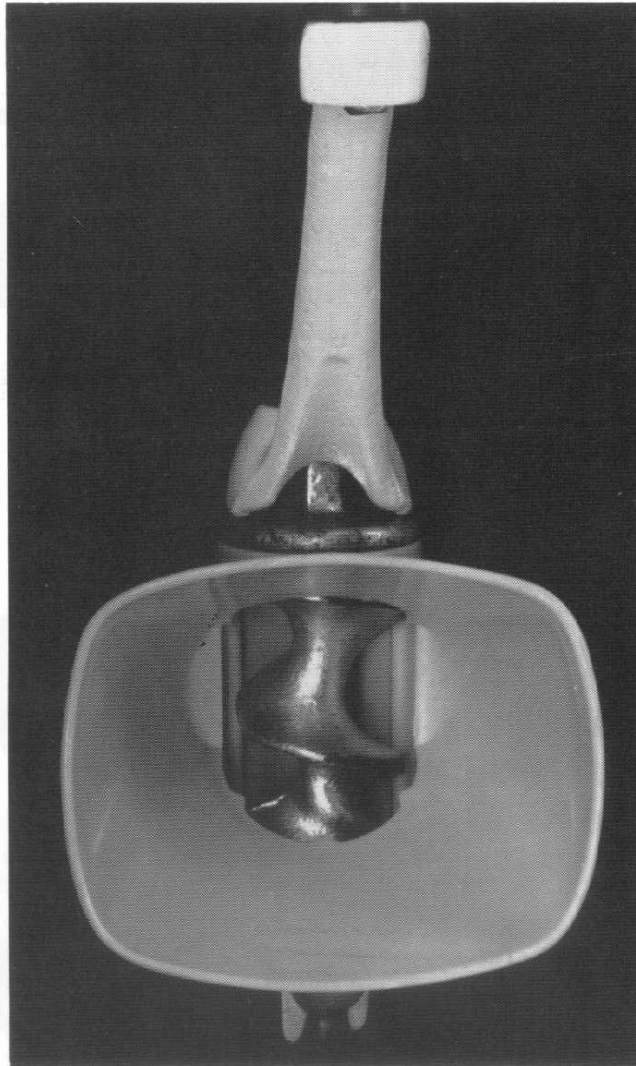
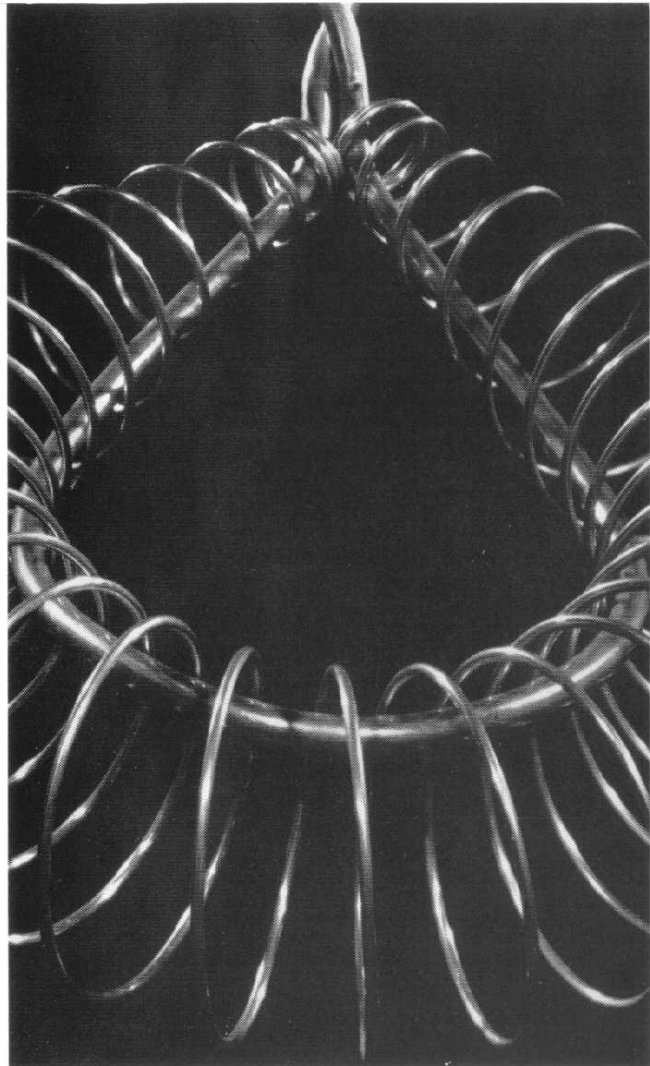
(Οι απαντήσεις βρίσκονται στην τελευταία σελίδα.)

Έλικες υπάρχουν πολλοί γύρω μας.

Να κάνετε έναν κατάλογο με διαφορετικά αντικείμενα, στα οποία χρησιμοποιούνται έλικες.



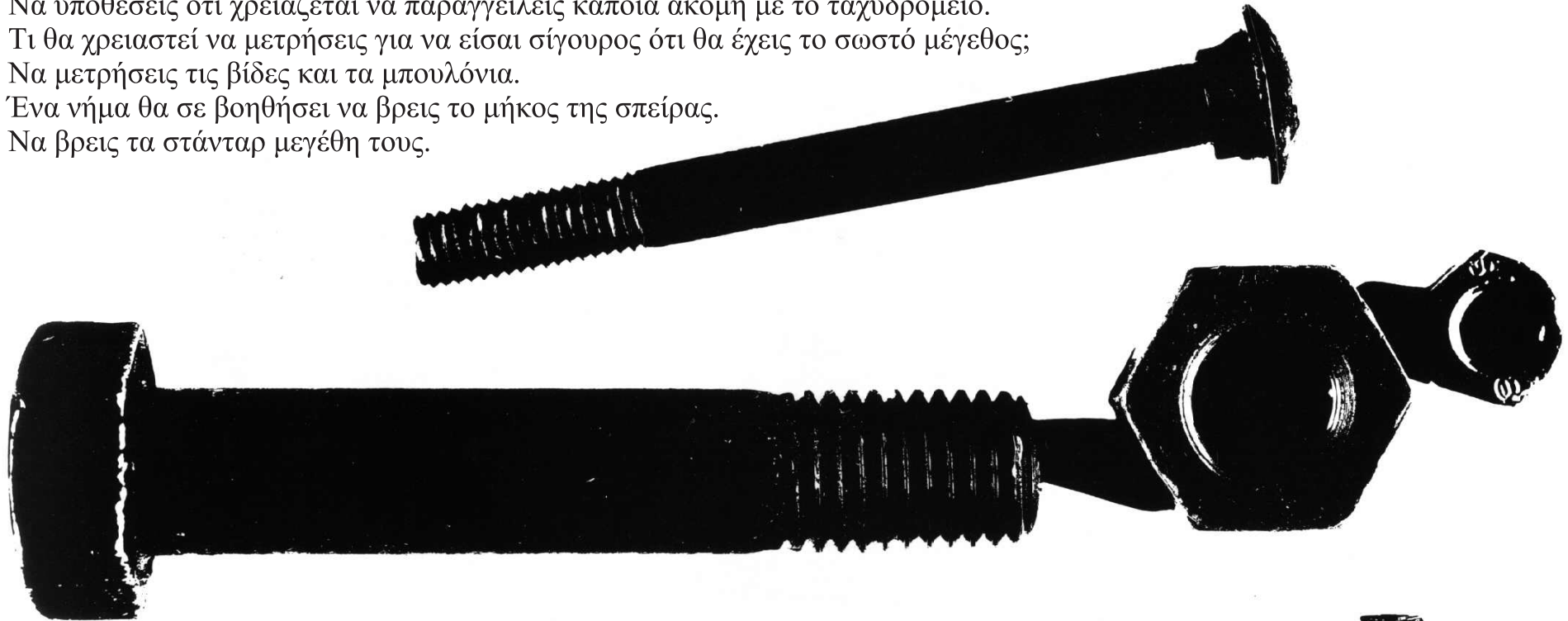
Smile 2001



Μπουλόνια και βίδες

Smile 2001

Οι βίδες και τα μπουλόνια είναι παραδείγματα ελίκων.
Τα βρίσκουμε σε πολλά διαφορετικά μεγέθη και σχήματα.
Να βρεις μερικές βίδες και μερικά μπουλόνια.
Να υποθέσεις ότι χρειάζεται να παραγγείλεις κάποια ακόμη με το ταχυδρομείο.
Τι θα χρειαστεί να μετρήσεις για να είσαι σίγουρος ότι θα έχεις το σωστό μέγεθος;
Να μετρήσεις τις βίδες και τα μπουλόνια.
Ένα νήμα θα σε βοηθήσει να βρεις το μήκος της σπείρας.
Να βρεις τα στάνταρ μεγέθη τους.

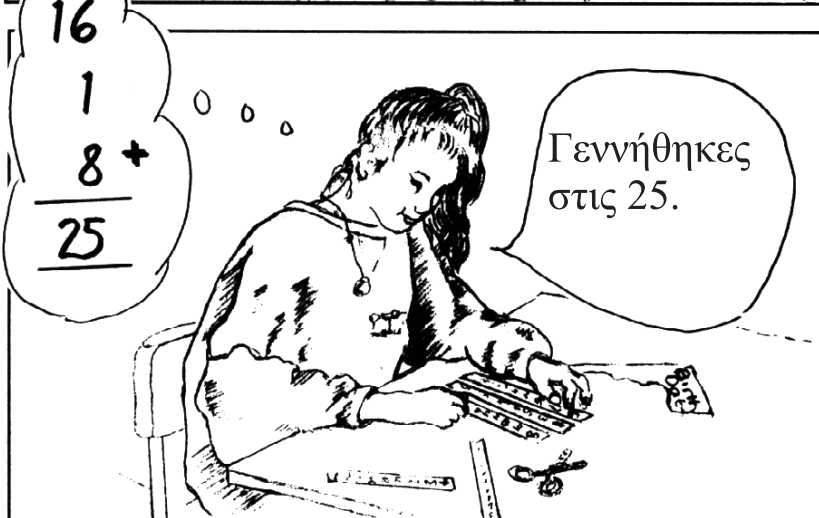
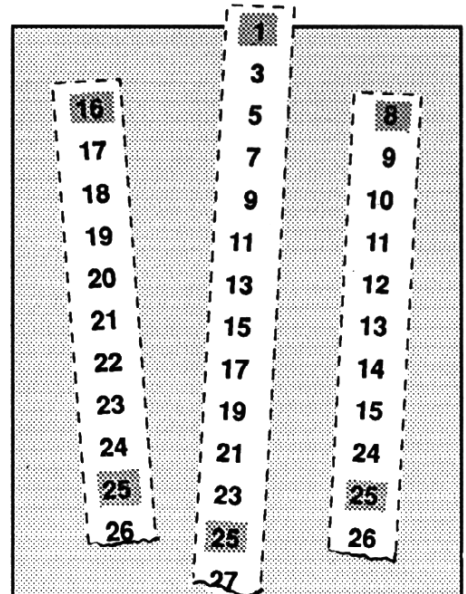


Απαντήσεις στο «κρυμμένο ελάττωμα»:
Από τα αριστοτελεία προς τα δεξιά:
Τρύπανι, τσουλήθρα, καλάθιο
ληλάφι, χυλόφωλον, χιλιπληθι
ληλάφι, χιλιπληθι, χιλιπληθι
ληλάφι, χιλιπληθι, χιλιπληθι

Ημερομηνίες γενεθλίων

Smile 2003

Θα χρειαστείς τις πέντε αριθμημένες λωρίδες από τη δραστηριότητα 2003α.



Ακολούθησε την ίδια διαδικασία για να βρεις την ημερομηνία γενεθλίων των φίλων σου.

Smile 2013

Περίμετρος

Περίμετρος = π x Διάμετρος

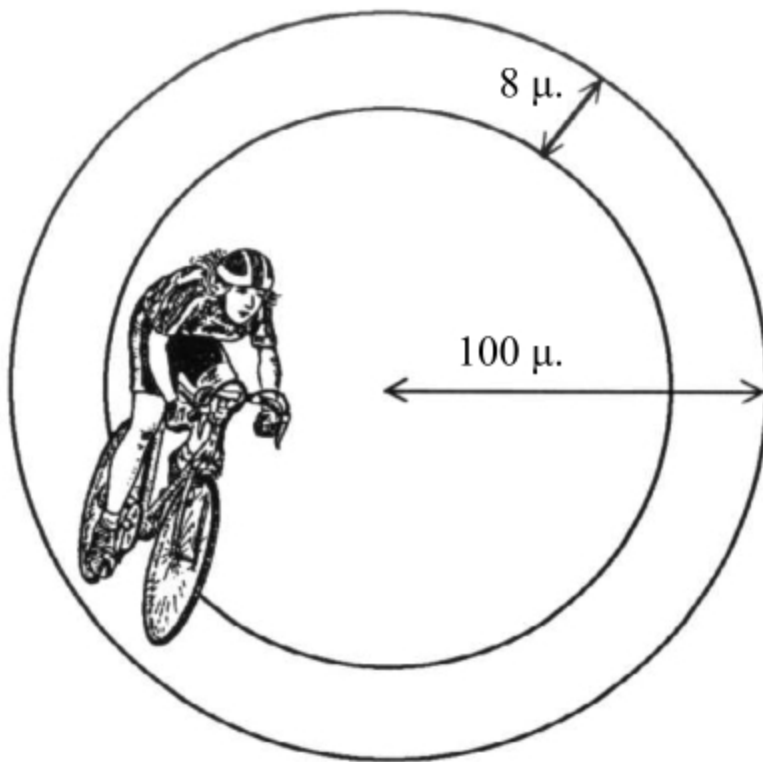
Πιθανόν να υπάρχει ένα πλήκτρο με το γράμμα π στην αριθμομηχανή σας.

Μια λογική, κατά προσέγγιση, τιμή του π είναι **3,14**.



1. Η ακτίνα της γης είναι περίπου 6.400 χμ.
Ποιο είναι το μήκος του κύκλου του Ισημερινού;

Smile 2013



2. Πόση απόσταση περισσότερη θα διανύσει μία ποδηλάτισσα, αν τρέξει στον εξωτερικό κύκλο του διαδρόμου από ότι στον εσωτερικό;

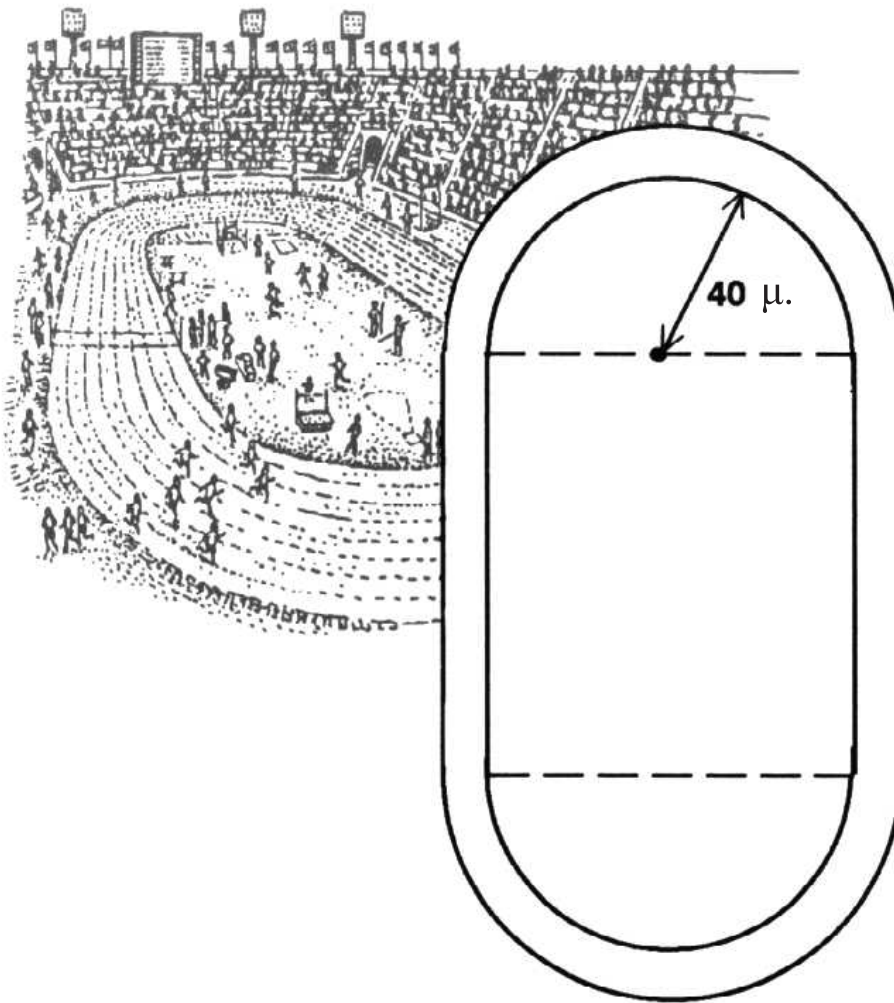
Smile 2013



3. Ο ωροδείκτης του ωρολογιού έχει μήκος 5 εκ. και ο λεπτοδείκτης έχει μήκος 10 εκ.
- α) Πόση απόσταση διανύει η άκρη του ωροδείκτη κάθε μέρα;
- β) Πόση απόσταση διανύει η άκρη του λεπτοδείκτη κάθε μέρα;

Γύρισε σελίδα

Smile 2013



4. Οι κυκλικές άκρες του διαδρόμου ενός στίβου είναι ημικύκλια με ακτίνα 40 μ. Μια πλήρης διαδρομή είναι 400 μ.

Ποιο είναι το μήκος των δύο ευθύγραμμων τμημάτων του διαδρόμου;

Στόχος

24

Ένα πρόβλημα 3 ψηφίων.

Παρακάτω, δίνονται κάποιοι τρόποι, διαφορετικοί μεταξύ τους, με τους οποίους μπορούμε να σχηματίσουμε τον αριθμό 24, χρησιμοποιώντας το ψηφίο 4.

$$4! + 4 - 4 = \boxed{24}$$

$$4! + \sqrt{4} - \sqrt{4} = \boxed{24}$$

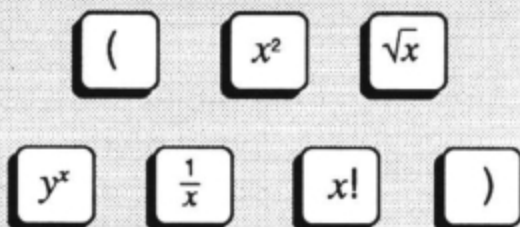
$$4! \times 4 + 4 = \boxed{24}$$

Να σχηματίσεις τον αριθμό 24, χρησιμοποιώντας κάθε φορά ένα από τα ψηφία 1 ως 9.

Κανόνες

Το κάθε ψηφίο χρησιμοποιείται τρεις φορές μόνο και κανένα άλλο ψηφίο δεν χρησιμοποιείται.

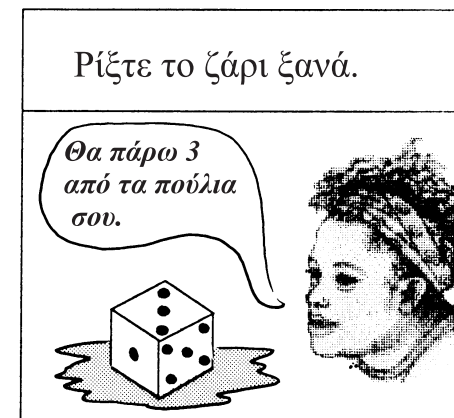
Μπορείς να χρησιμοποιήσεις τα παρακάτω κουμπιά στο κομπιουτεράκι.



Ένα δίκαιο παιχνίδι

Ένα παιχνίδι για 2 παίκτες.

Θα χρειαστείς ένα ζάρι και πούλια.



Συνεχίστε, μέχρι ο ένας παίκτης να πάρει όλα τα πούλια.

Είναι δίκαιο το παιχνίδι;

Ίσως χρειαστεί να παίξετε το παιχνίδι περίπου 20 φορές, για να διαπιστώσετε αν είναι έτσι.

Να καταγράψετε τα αποτελέσματά σας.

Να περιγράψεις και να εξηγήσεις τι συμβαίνει.

Σχεδιάζοντας την καμπύλη

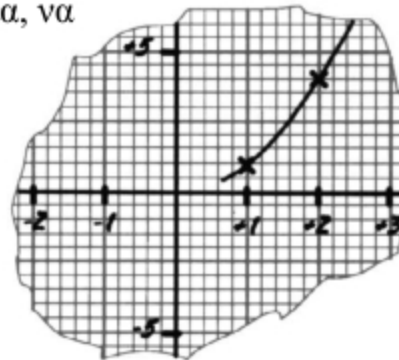
1. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον διπλανό πίνακα για την $y = x^2$

$$y = x^2$$

x	y
+5	+25
+4	
+3	
+2	+4
+1	
0	0
-1	+1
-2	
-3	
-4	+16
-5	

Να σχεδιάσεις τους άξονες με τιμές για τον άξονα x από -5 έως +5 και, στη συνέχεια, να σχεδιάσεις την καμπύλη της συνάρτησης $y = x^2$.

Να περιγράψεις τη γραφική παράσταση που προέκυψε.



2. Να συμπληρώσεις τον πίνακα για την $y = x^2 + 2$.

Να σχεδιάσεις την καμπύλη αυτής της συνάρτησης στο ίδιο διάγραμμα.

$$y = x^2 + 2$$

x	y
+5	+27
+4	+18
+3	

Να περιγράψεις τη γραφική παράσταση που προκύπτει.

3. Τι συμβαίνει στις καμπύλες της μορφής $y = x^2 + c$, αν ο c είναι αρνητικός αριθμός;

Smile 2022

Λιγότερα πλήκτρα

Θα ήταν ίσως πιο ενδιαφέρον να συνεργαστείς με κάποιον συμμαθητή σου σε αυτήν τη δραστηριότητα.

Να κάνεις τους παρακάτω υπολογισμούς με ένα κομπιουτεράκι, πιέζοντας όσο το δυνατόν λιγότερα πλήκτρα.

Να σημειώσεις τις φορές που πίεσες πλήκτρα στο φύλλο εργασίας 2022α.

α) $\frac{2,5}{5,2 + 3,6}$

β) $(5,81 + 4,6) \times (4,1 + 3,62)$

γ) $(4,2 + 3,8) : (2,6 - 1,34)$

δ) $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{7}}$

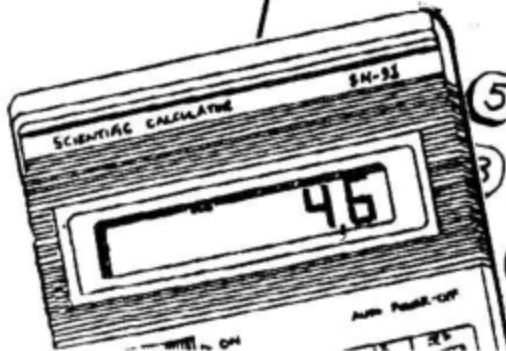
ε) $\frac{1}{\sqrt{256} + 381}$

Πρόκληση:

Μπορείς να κάνεις αυτές τις πράξεις μόνο με 10 χρήσεις πλήκτρων;

Λιγότερα πλήκτρα

Να χρησιμοποιήσεις ένα κουτάκι ανά πίεση πλήκτρου.



Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήσες πρέπει να σου έχουν δώσει τις παρακάτω απαντήσεις:

α) 0,2840909

β) 80,3652

γ) 6,3492063

δ) 0,6428571

ε) 0,0025188

Χρεώσεις βάρους αποσκευών από το Λονδίνο για τη Ρώμη.

Smile 2024

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα.

Βάρος αποσκευών σε κιλά	Χρέωση βάρους αποσκευών	
	Πρώτη θέση	Οικονομική θέση
15		
17		
19		
21		
23		
25		
27		
29		
31		
33		
35		
37		

Υπέρβαρο αποσκευών



Είναι το βάρος των 20 κιλών για τις αποσκευές ικανοποιητικό για τα περισσότερα ταξίδια;

Αξίζει να ξεπεράσει κάποιος το όριο;

Είναι δίκαιος ο τρόπος που χρησιμοποιούν οι αεροπορικές εταιρείες για να χρεώσουν την υπέρβαση του βάρους των αποσκευών;

Μπορείς να σκεφτείς έναν πιο δίκαιο τρόπο;



Οι επιβάτες που ταξιδεύουν με αεροπλάνο δικαιούνται να μεταφέρουν αποσκευές με συγκεκριμένο αριθμό κιλών χωρίς καμία χρέωση. Πρέπει, όμως, να πληρώσουν για το επιπλέον βάρος των αποσκευών τους.

Γιατί οι αεροπορικές εταιρείες χρεώνουν για το επιπλέον βάρος των αποσκευών;

Επιτρεπόμενο βάρος αποσκευών
Πρώτη θέση μέχρι 30 κ.
Οικονομική θέση μέχρι 20 κ.

Χρέωση για υπέρβαση βάρους αποσκευών
Κάθε επιπλέον κιλό (κ.) βάρος χρεώνεται με το 1% της τιμής του εισιτηρίου πρώτης θέσης.

Η Νικολέτα ταξιδεύει στην οικονομική θέση από το Λονδίνο για Νέα Υόρκη. Οι αποσκευές της ζυγίζουν 26 κ. Για τα 20 κ. δεν πληρώνει τίποτε. Για τα 6 κ. πρέπει να πληρώσει.

Κάθε κιλό χρεώνεται με το 1% των 1571 ευρώ.

$$1\% \text{ των } 1571 \text{ €} = 15,71 \text{ €}$$

$$6 \times 15,71 \text{ €} = 94,26 \text{ €}$$

Επομένως, η χρέωση της Νικολέτας για την υπέρβαση βάρους είναι 94,26 €.

Αεροπορικά εισιτήρια από Λονδίνο

Προορισμός	Πρώτη θέση €	Οικονομική θέση €
Αντίς Αμπέμπα	1089	529
Βρυξέλλες	95	95
Κάιρο	862	339
Ναϊρόμπι	1346	629
Νέα Υόρκη	1571	510
Παρίσι	111	90
Ρίο ντε Τζανέιρο	1720	801
Ρώμη	406	171
Σαν Φρανσίσκο	1774	481
Τόκιο	2284	1125

Να αντιγράψεις τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσεις.

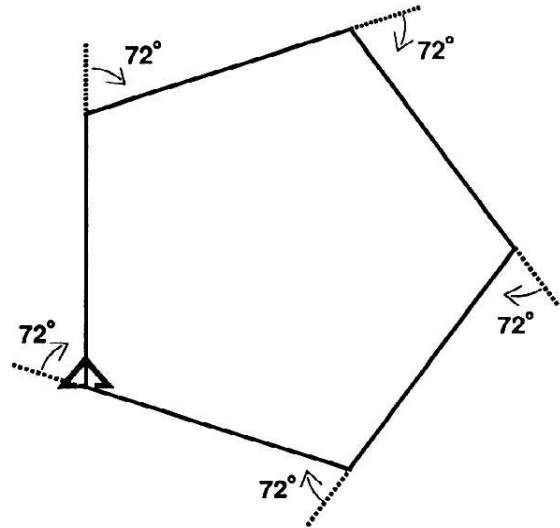
Επιβάτης	Προορισμός (από Λονδίνο)	Θέση	Βάρος αποσκευών	Υπέρβαση βάρους	Χρέωση
Νικολέτα	Νέα Υόρκη	Οικονομική	26 κ.	6 κ.	94,26 €
Πένο	Ρώμη	Πρώτη	26 κ.		
Πάολος	Ρίο ντε Τζανέιρο	Οικονομική	27 κ.		
Τάκης	Βρυξέλλες	Πρώτη	41 κ.		
Χρήστος	Τόκιο	Οικονομική	28 κ.		
Μαρία	Αντίς Αμπέμπα	Οικονομική	19 κ.		

Γύρισε σελίδα

Στρίβοντας για ένα πολύγωνο

Θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσεις τη γλώσσα LOGO σε έναν υπολογιστή.

Μια χελώνα μπορεί να σχεδιάσει ένα **κανονικό** πολύγωνο, καθώς κινείται συνεχώς προς τα μπροστά και στρέφεται κατά 72° .

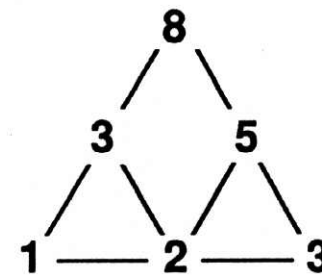
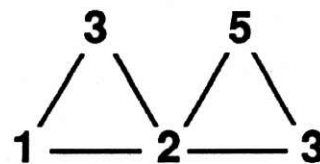


Ποιες διαφορετικές γωνίες στροφής θα επέτρεπαν στη χελώνα να σχεδιάσει άλλα κανονικά πολύγωνα;

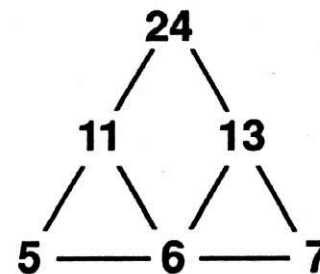
Πυραμίδες αριθμών

Smile 2026

Μια πυραμίδα «1, 2, 3,» έχει το 8 στην κορυφή της.



Μια πυραμίδα «5, 6, 7» έχει το 24 στην κορυφή της.

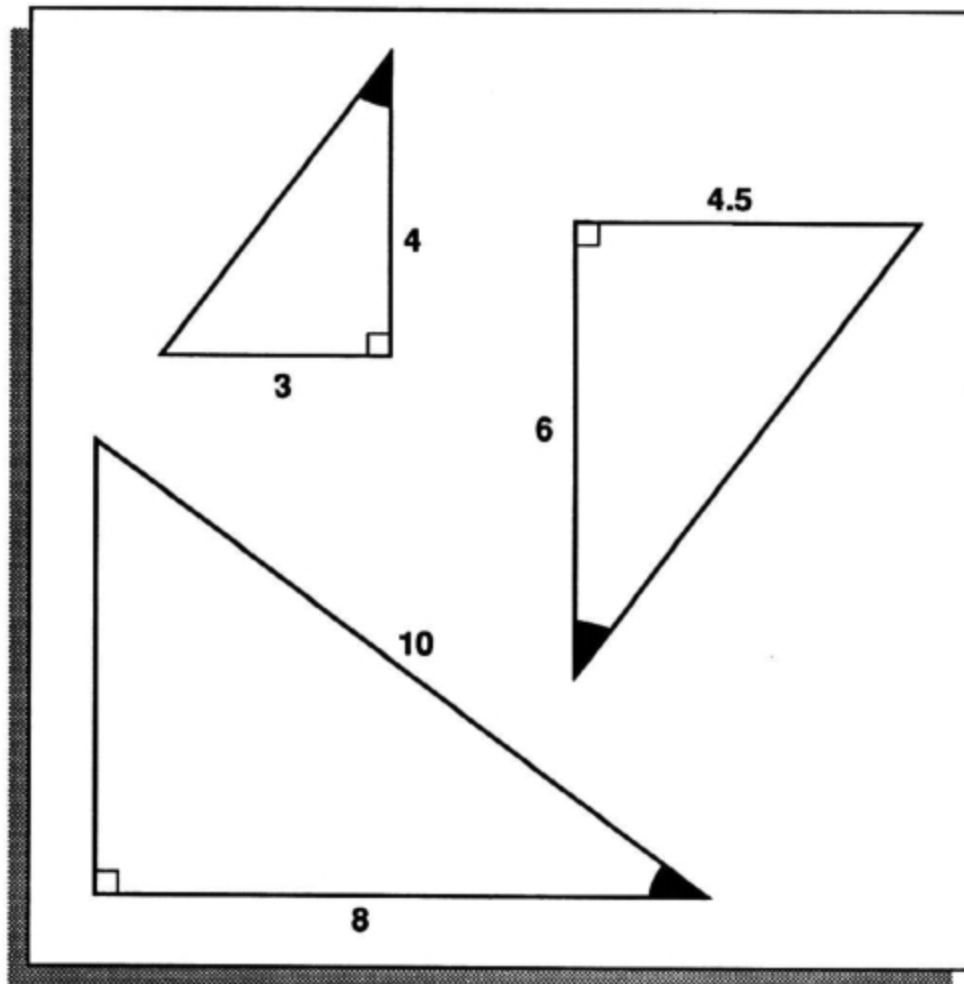


Να εξετάσεις πυραμίδες για άλλους διαδοχικούς αριθμούς.

ΟΜΟΙΑ ΤΡΙΓΩΝΑ

Τα τρίγωνα που ακολουθούν είναι μεταξύ τους όμοια.

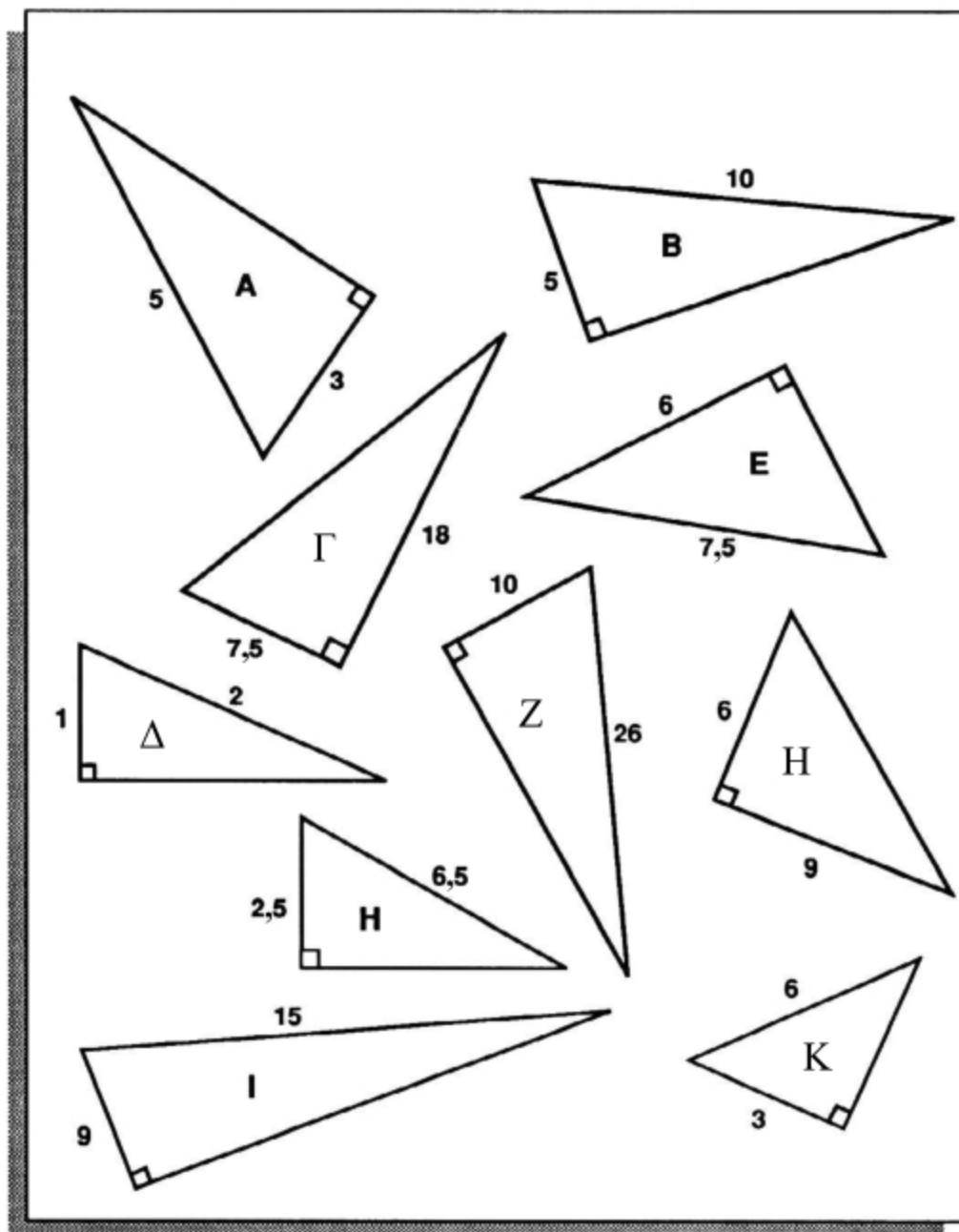
Να εξηγήσεις γιατί είναι όμοια.



Γύρισε σελίδα

Να βρεις τρεις ομάδες όμοιων τριγώνων. Ποιο τρίγωνο δεν ταιριάζει;

(Τα τρίγωνα δεν έχουν γίνει σε κλίμακα.)



Σειρές

Το $[x]$ είναι το ακέραιο μέρος του x .

Είναι ο μεγαλύτερος ακέραιος αριθμός που είναι μικρότερος ή ίσος του x .

$$\text{π.χ. } [2\frac{2}{3}] = 2 \qquad [5] = 5$$

$$[1\frac{9}{10}] = 1 \qquad [\frac{3}{7}] = 0$$

$$\left[\frac{1}{3} n \right]$$

$$\text{Εάν } n = 0, \quad \left[\frac{1}{3} \times 0 \right] = [0] = 0$$

$$n = 1, \quad \left[\frac{1}{3} \times 1 \right] = \left[\frac{1}{3} \right] = 0$$

$$n = 2, \quad \left[\frac{1}{3} \times 2 \right] = \left[\frac{2}{3} \right] = 0$$

$$n = 3, \quad \left[\frac{1}{3} \times 3 \right] = [1] = 1$$

Επομένως, η $\left[\frac{1}{3} n \right]$,
όταν το $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ δίνει τη σειρά
 $0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, \dots$

Όμοιος,
η $\left[\frac{2}{3} n \right]$, όταν το $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$,
δίνει τη σειρά $0, 0, 1, 2, 2, 3, 4, 4, \dots$

Να εξετάσεις άλλες σειρές που σχηματίζονται με αυτόν τον τρόπο.

Σχέδια με ελικοειδή τετράγωνα

Θα χρειαστείς δύο αντίγραφα του φύλλου εργασίας 2031α, το καθένα σε διαφορετικό χρώμα και ένα μεγάλο φύλλο χαρτιού.

Θα ήταν καλή ιδέα να συνεργαστείς με κάποιον συμμαθητή σου στη δραστηριότητα αυτή.

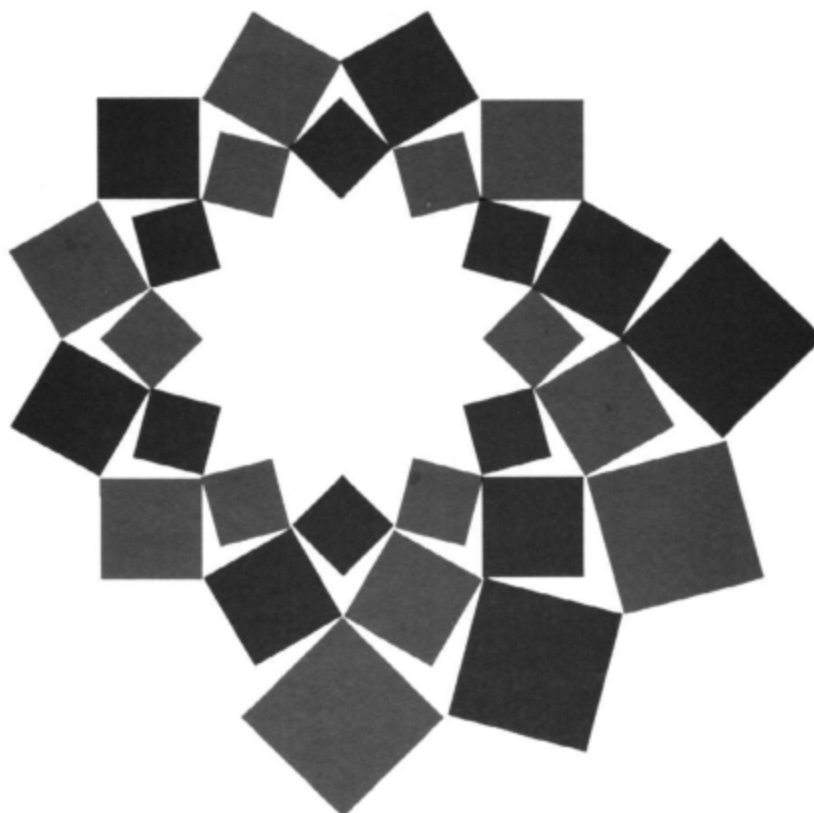
Να εξετάσεις την εικόνα που σου δίνεται παρακάτω.

Να κόψεις όλα τα τετράγωνα από τα φύλλα εργασίας.

Να χρησιμοποιήσεις όλα τα κομμάτια, για να κάνεις μια παρόμοια αφίσα.


Μόλις τελειώσεις με την αφίσα, προσπάθησε να υπολογίσεις πόσο μεγάλο θα είναι το επόμενο τετράγωνο.


Τι σχήματα μπορείς να διακρίνεις;
Μπορείς να διακρίνεις κάποιες κανονικότητες;



Σκουλαρίκια

Η Φανή και ο Γιάννης φτιάχνουν σκουλαρίκια, για να τα πουλήσουν στο παζάρι του σχολείου. Χρησιμοποιούν δίσκους από χαλκό και ασήμι με διάμετρο 1 εκ. 1,5 εκ, 2 εκ, 4 εκ και 5 εκ. αντιστοίχως.

 1 τ.εκ. χαλκού κοστίζει 1 λεπτό.

 1 τ.εκ. ασήμι κοστίζει 20 λεπτά.

 Οι κρίκοι κοστίζουν 10 λεπτά το ζευγάρι.

Το εμβαδόν του κύκλου
 $= \pi r^2$

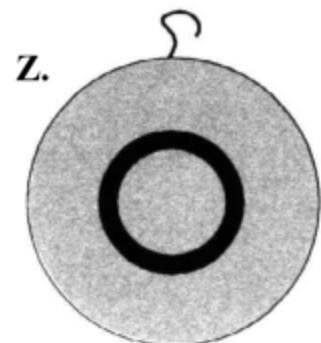
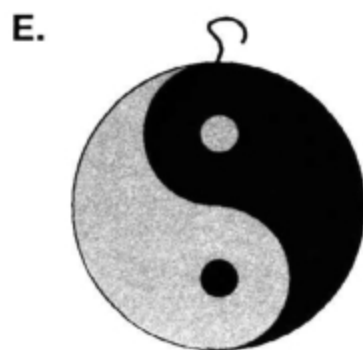
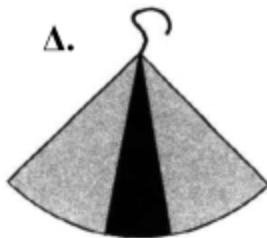
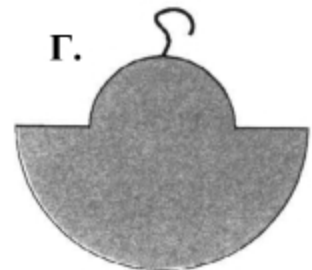
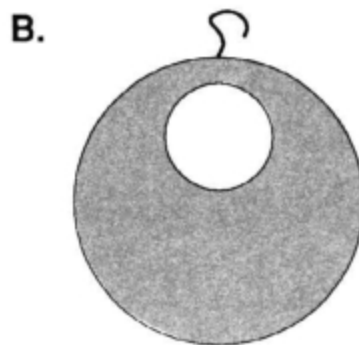
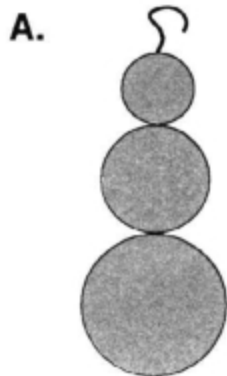
($\pi \times$ ακτίνα \times ακτίνα)

Να χρησιμοποιήσεις το κουμπί π στο κομπιου-
τεράκι σου.

Μια λογική προσέγγιση
του π είναι το 3,14.

Πόσο θα κόστιζε το κάθε ζευγάρι σκουλαρίκια για να γίνει;

Να δώσεις τις απαντήσεις σου με ακρίβεια λεπτού. Να τις στρογγυλοποιήσεις μόνο στο τέλος.



Η Φανή και ο Γιάννης θέλουν να έχουν 120% κέρδος σε κάθε ζευγάρι σκουλαρίκια που κάνουν.

Πόσο πρέπει να ζητήσουν για το ζευγάρι σκουλαρίκια τύπου Γ;

Να σχεδιάσεις και να κοστολογήσεις τα δικά σου σκουλαρίκια, χρησιμοποιώντας δίσκους από χαλκό και ασήμι.

Είναι αλήθεια;

Να επιλέξεις μία από τις προτάσεις.

Να συγκεντρώσεις μερικά δεδομένα για να αποδείξεις αν η πρόταση είναι σωστή ή λανθασμένη.

Να παρουσιάσεις την εργασία σου.

Τα παιδιά ανακυκλώνουν περισσότερα σκουπίδια από ότι οι ενήλικες.

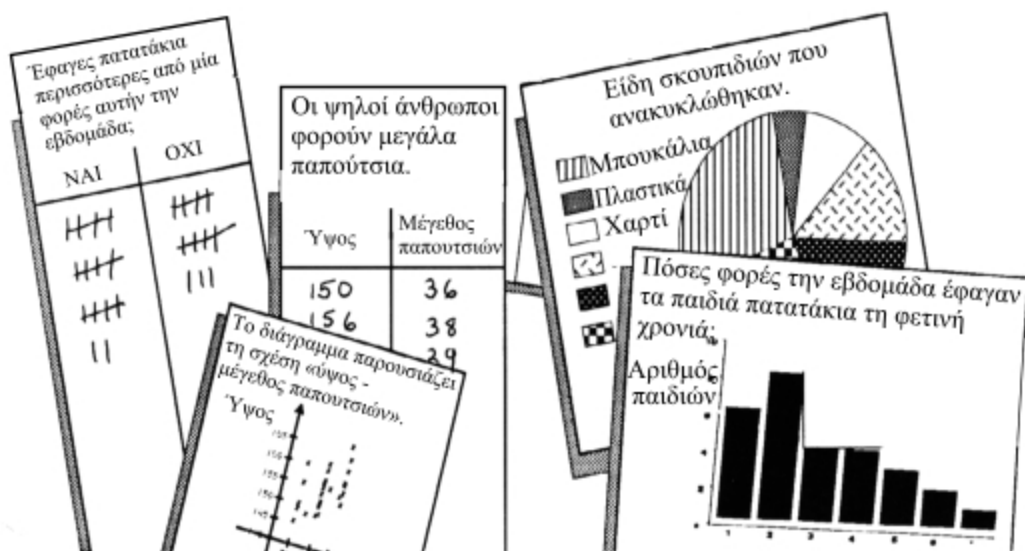
Οι περισσότεροι άνθρωποι καταναλώνουν περισσότερα πατατάκια από όσα πρέπει.

Οι ψηλοί άνθρωποι φοράνε μεγάλα παπούτσια.

Η δική σου πρόταση.

Οι δάσκαλοι αφιερώνουν περισσότερο χρόνο στα αγόρια.

Η πρόταση κάποιου άλλου.

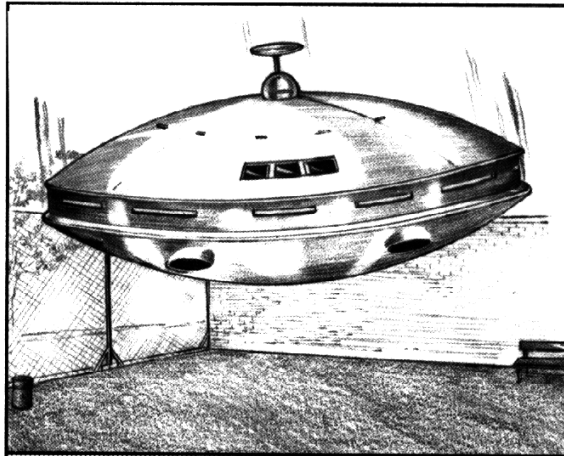


Smile 2034

Πόσο πιθανό είναι;

Μια δραστηριότητα για μια ομάδα 3 ή περισσότερων παικτών.

Θα χρειαστείς ένα αντίγραφο από το φύλλο εργασίας **2034α**.



Είναι πιθανό να προσγειωθεί ένα διαστημόπλοιο στην αυλή αύριο;



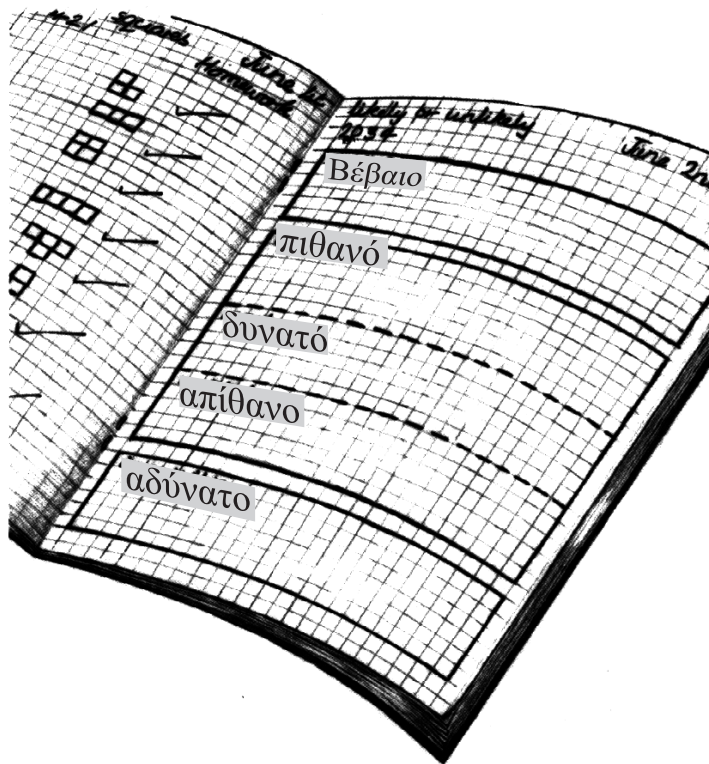
Είναι πιθανό να περάσεις καλά στο σχολείο σήμερα;

Να κόψεις το πλαίσιο με τις προτάσεις από το φύλλο εργασίας.

Γύρισε σελίδα

Smile 2034

Να συζητήσεις για αυτές τις προτάσεις. Να αποφασίσεις σε ποια από τις παρακάτω κατηγορίες θα εντάξεις την κάθε πρόταση.



Τώρα, να τις κολλήσεις ή να τις αντιγράψεις στο τετράδιό σου κατά κατηγορία.

*Να μελετήσεις τις προτάσεις που έχεις χαρακτηρίσει ως ΠΙΘΑΝΕΣ.

Ποια είναι η πιο πιθανή;

Ποια είναι η λιγότερο πιθανή;

Μπορείς να τις βάλεις σε σειρά;

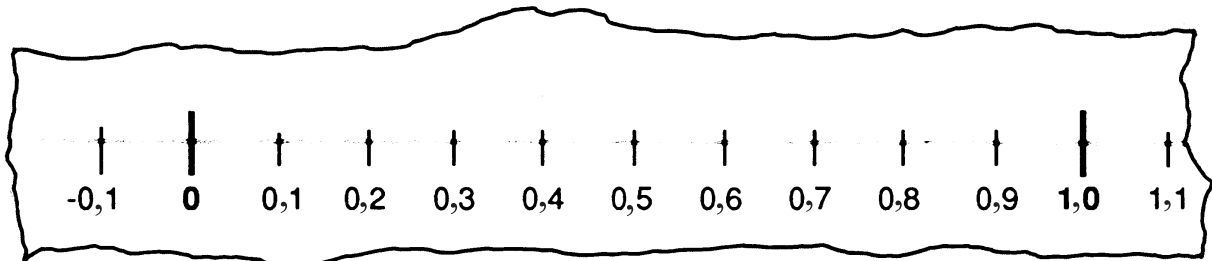
* Ποια πρόταση προκάλεσε τη μεγαλύτερη διαφωνία στην ομάδα σου;

* Με ποια πρόταση συμφωνήσατε ευκολότερα;

Να γράψεις τις δικές σου παρατηρήσεις.

Βρίσκω ισοδύναμα κλάσματα

Smile 2039



$$\frac{2}{5} = 2 : 5$$
$$= 0,4$$

$$\frac{4}{10} = 4 : 10$$
$$=$$

$$\frac{6}{15} =$$
$$=$$

1. Να βρεις άλλα κλάσματα που ισούνται με 0,4.
Αυτά είναι **ισοδύναμα κλάσματα**.
Να εξηγήσεις τι σημαίνει «ισοδύναμο».
2. Για καθένα από τα παρακάτω κλάσματα, να βρεις τουλάχιστον τρία ισοδύναμά του:
 - α) $\frac{1}{2}$
 - β) $\frac{3}{4}$
 - γ) $\frac{2}{3}$
3. Να επιλέξεις ένα άλλο κλάσμα και να βρεις μερικά κλάσματα που είναι ισοδύναμα με αυτό.

x^y πείραμα

Να χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο x^y σε ένα επιστημονικό κομπιουτεράκι.

Σε κάποια κομπιουτεράκια το συγκεκριμένο πλήκτρο μπορεί να συμβολίζεται ως y^x ή με κάποιο παρόμοιο τρόπο.



Να πιάσεις τα πλήκτρα 2 x^y 3 $=$

Τι συμβαίνει;

Να πειραματιστείς με διαφορετικές τιμές στη θέση των δύο αριθμών.

Ποια πράξη εκτελεί το πλήκτρο x^y ;

Με επιστημονικό τρόπο

1. Να εκτελέσεις τις παρακάτω πράξεις, χρησιμοποιώντας κομπιουτεράκι και να καταγράψεις τα αποτελέσματα.

$$\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0,02 \times 0,03 \\ 0,2 \times 0,3 \\ 2 \times 3 \\ 20 \times 30 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}$$

2. Να συνεχίσεις τις παρακάτω ακολουθίες και να εξηγήσεις πώς θα εμφανίζονται τα αποτελέσματα στο κομπιουτεράκι.

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 400 \times 200 & 300 \times 500 \times 700 & 500 \times 3000 \\ 4000 \times 2000 & 3000 \times 5000 \times 7000 & 5000 \times 30000 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

3. Χωρίς κομπιουτεράκι να υπολογίσεις:

$$700000 \times 2900000$$

Πώς θα έδειχνε το αποτέλεσμα το κομπιουτεράκι;

Smile 2042

Ακολουθίες



Να χρησιμοποιήσεις ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων, για να δημιουργήσεις την παρακάτω ακολουθία

(Ορισμένα κομπιουτεράκια χρησιμοποιούν *Enter* αντί για *Exe*)

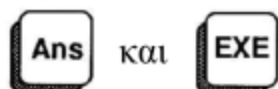


και αυτήν την ακολουθία.



Τι είδους ακολουθία προκύπτει;

Να επιχειρήσεις να δημιουργήσεις τις παρακάτω ακολουθίες, χρησιμοποιώντας τα πλήκτρα



1, 3, 5, 7....

4, 2, 0, -2....

1, 11, 121, 1331....

Με ποιο τρόπο μπορεί να προκύψει η ακολουθία 1, 0, 1, 0, 1....;

Smile 2042

Να πειραματιστείς με τις παρακάτω ακολουθίες.

$$\begin{array}{l} 0 \quad \text{EXE} \quad \text{Ans} \quad - \quad 1 \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \dots \\ 1 \quad \text{EXE} \quad \text{Ans} \quad - \quad 2 \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \dots \end{array}$$

Μπορείς να περιγράψεις τις ακολουθίες που προκύπτουν από...

$$\begin{array}{l} a \quad \text{EXE} \quad \text{Ans} \quad + \quad b \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \dots \\ a \quad \text{EXE} \quad \text{Ans} \quad - \quad b \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \dots \end{array}$$

για διαφορετικές τιμές των a και b ;

Μπορείς να περιγράψεις τις παρακάτω ακολουθίες;

$$\begin{array}{l} 1 \quad \text{EXE} \quad 2 \quad \text{Ans} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \dots \\ 1 \quad \text{EXE} \quad 3 \quad \text{Ans} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \dots \end{array}$$

Προσπάθησε να δημιουργήσεις κάποιες ακολουθίες του τύπου:

$$a \quad \text{EXE} \quad b \quad - \quad \text{Ans} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \text{EXE} \quad \dots$$

Προσπάθησε να δημιουργήσεις διαφορετικούς τύπους ακολουθιών.

Γύρισε σελίδα

Smile 2043

Κανονικότητες μοναδιαίων κλασμάτων

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{9}{14}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{4} = \frac{11}{28}$$

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

- Να εξετάσεις τις αριθμητικές κανονικότητες που σχηματίζονται με την πρόσθεση άλλων **μοναδιαίων κλασμάτων**.
- Πώς μπορείς να ελέγξεις τα αποτελέσματά σου;
- Μπορείς να βρεις έναν κανόνα που να ισχύει για τα αποτελέσματά σου;

Γύρισε σελίδα

Να επεκτείνεις την έρευνά σου, χρησιμοποιώντας μη μοναδιαία κλάσματα.

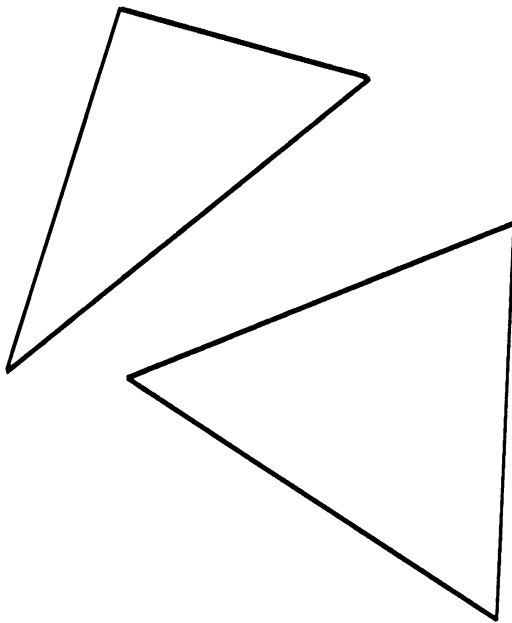
Π.χ. $\frac{2}{7} + \frac{1}{2} = \frac{11}{14}$	$\frac{1}{7} + \frac{1}{4} = \frac{11}{28}$	$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{16}{15}$
$\frac{2}{7} + \frac{1}{3} = \frac{13}{21}$	$\frac{1}{7} + \frac{2}{4} = \frac{18}{28}$	$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} =$
$\frac{2}{7} + \frac{1}{4} = \frac{15}{28}$	$\frac{1}{7} + \frac{3}{4} =$	$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} =$
.
.
.

Ο κανόνας σου ισχύει ακόμη;

Μπορείς να βρεις έναν κανόνα για την πρόσθεση οποιουδήποτε ζεύγους κλασμάτων;

Smile 2046

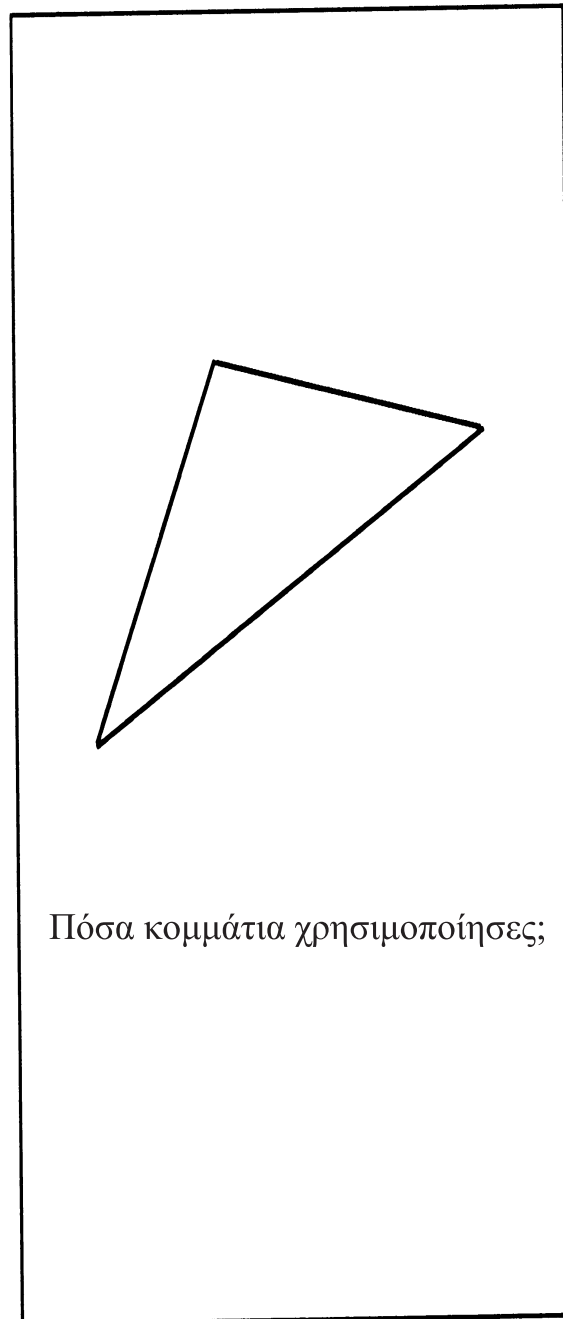
Μεγέθυνση πενταγώνων - τριγώνων



Μια δραστηριότητα για μια μικρή ομάδα.

Smile 2046

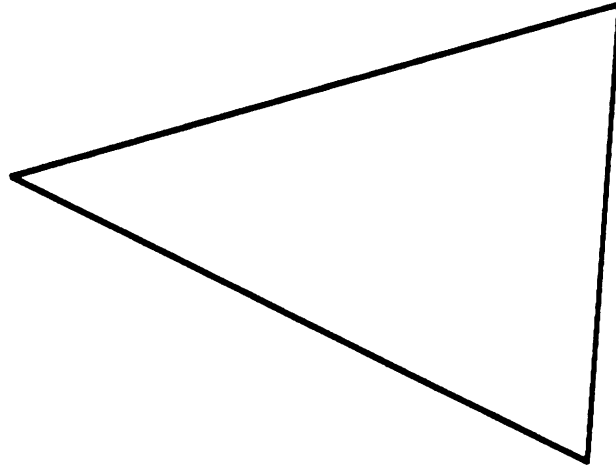
Να κατασκευάσεις ένα τρίγωνο που έχει πλευρές διπλάσιες σε μήκος από τις πλευρές του παρακάτω τριγώνου.



Να σχεδιάσεις το μεγεθυμένο τρίγωνο.

Smile 2046

Να κατασκευάσεις ένα τρίγωνο που έχει πλευρές διπλάσιες σε μήκος από τις πλευρές του παρακάτω τριγώνου.



Πόσα κομμάτια χρησιμοποίησες;

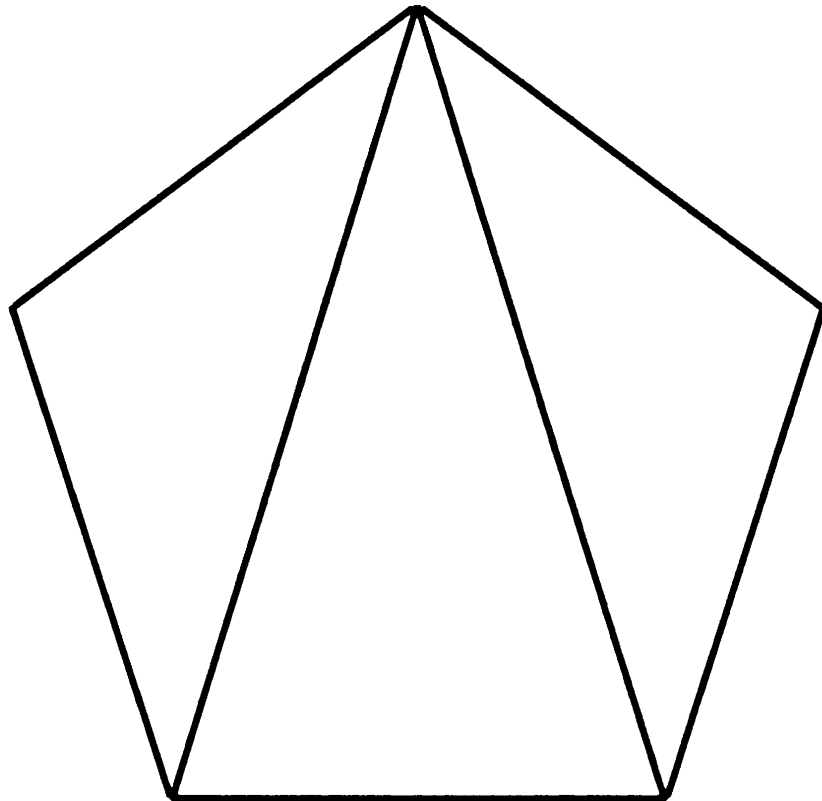
Να σχεδιάσεις το μεγεθυμένο τρίγωνο.

Να **διερευνήσεις** άλλα τρίγωνα που έχουν πλευρές 3πλάσιες σε μήκος
4πλάσιες σε μήκος. . .

Γύρισε σελίδα

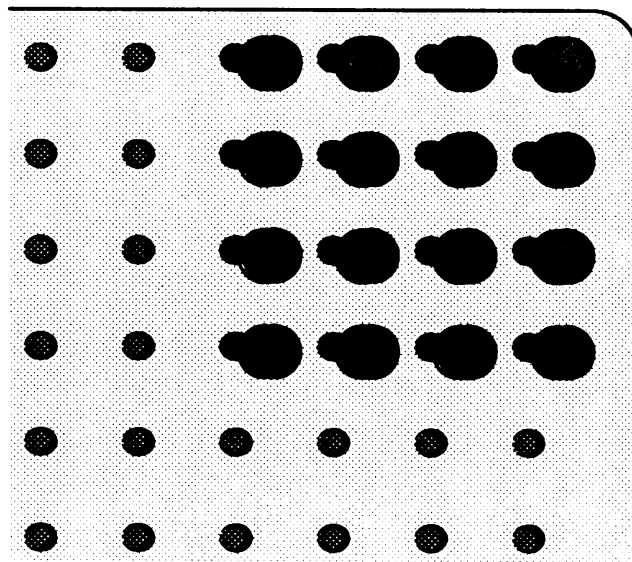
Πόσα κομμάτια θα χρειάζονται για να φτιάξεις
ένα πεντάγωνο με πλευρές διπλάσιες σε μήκος
από το παρακάτω;

Smile 2046



Να σχεδιάσεις το μεγεθυμένο πεντάγωνο.

Καρφάκια σε τετράγωνα



1) Να συνεχίσεις την ακολουθία.

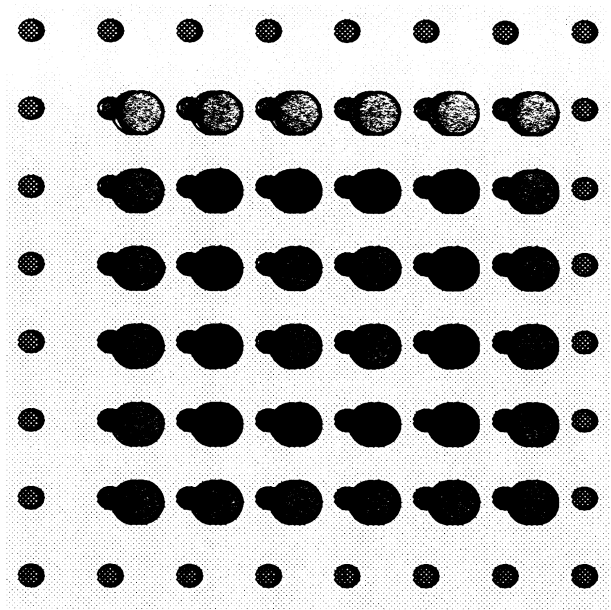
$$1 = 1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

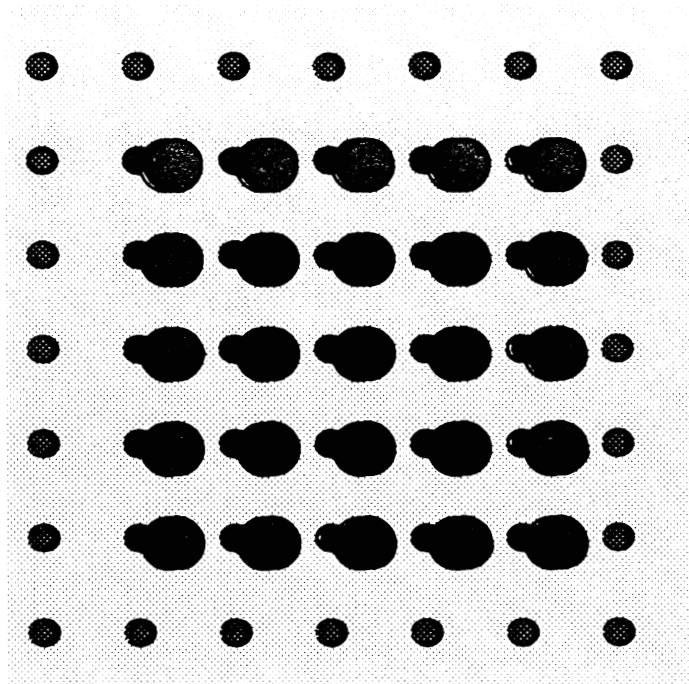
Smile 2047



2) Να συνεχίσεις την ακολουθία.

$$\begin{aligned}4 &= 4 = 2^2 \\4 + 12 &= 16 = 4^2 \\4 + 12 + 20 &= 36 = 6^2\end{aligned}$$

Smile 2047

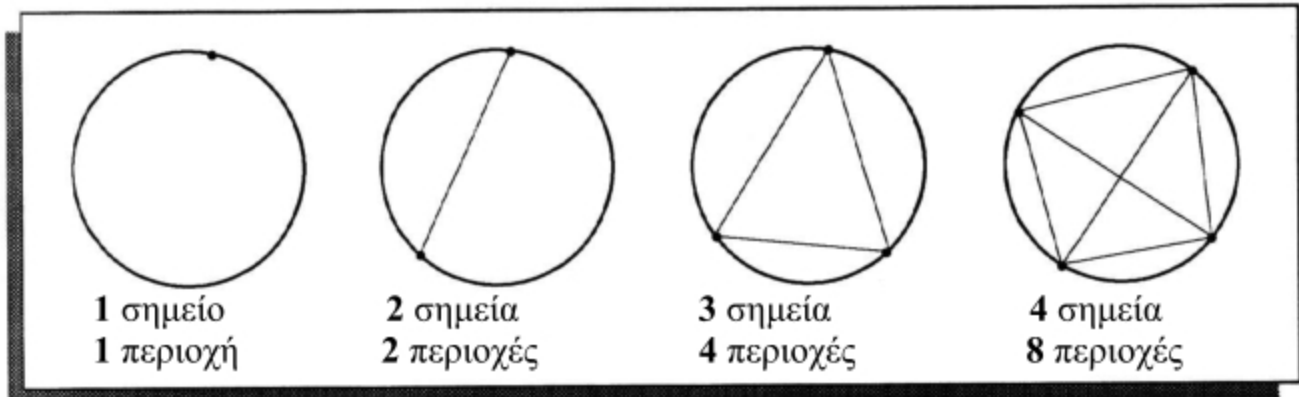


3) Να συνεχίσεις την ακολουθία.

$$\begin{aligned} 1 &= 1 = 1^2 \\ 1 + 8 &= 9 = 3^2 \\ 1 + 8 + 16 &= 25 = 5^2 \end{aligned}$$

Γύρισε σελίδα

Απρόβλεπτες ομαλότητες



Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός περιοχών που θα περιμένεις να προκύψει από

5 σημεία;

6 σημεία;

Να σχεδιάσεις κύκλους, για να διαπιστώσεις αν οι προβλέψεις σου είναι σωστές.

Τι θα περιμένεις να προκύψει από 7 σημεία;

8 σημεία;

.

.

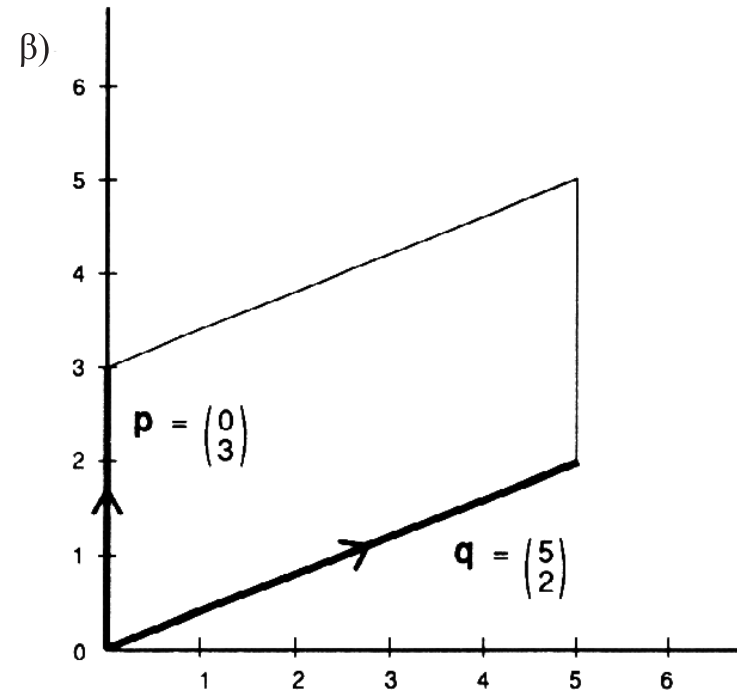
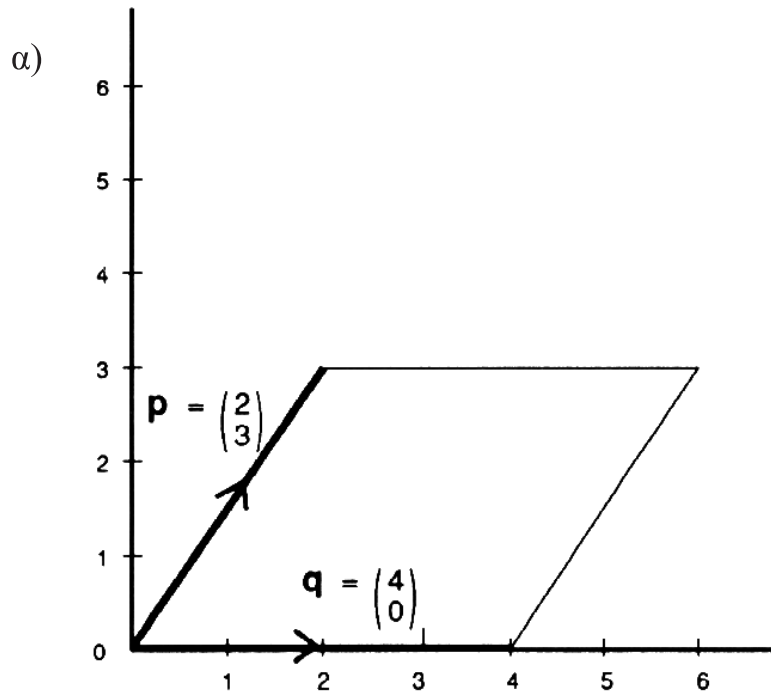
.

n σημεία;

Διανυσματικό εμβαδόν

Smile 2050

1. Αυτά τα παραλληλόγραμμα ορίζονται από τα διανύσματα p και q .

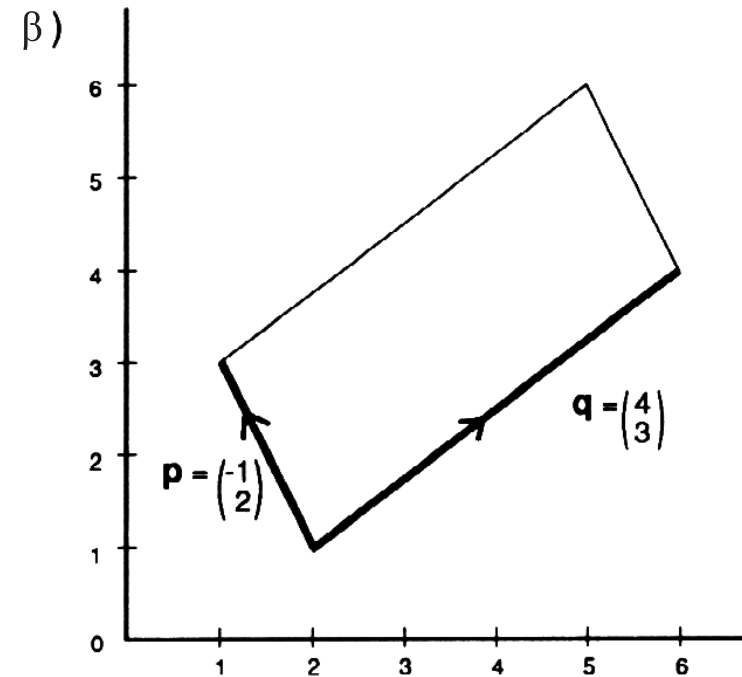
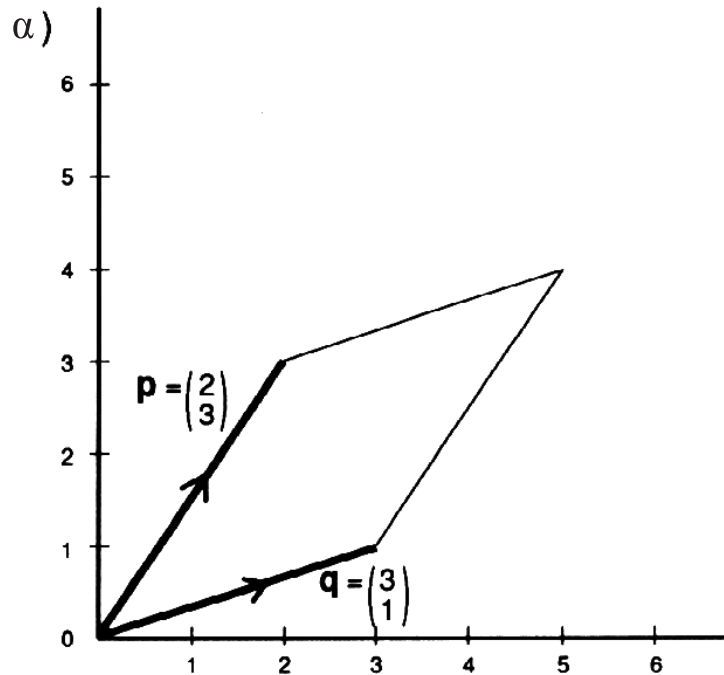


Ποιο είναι το εμβαδόν τους;

Δοκίμασε και άλλες περιπτώσεις.

Γύρισε σελίδα

2. Σε αυτά τα παραλληλόγραμμα κανένα διάνυσμα δεν βρίσκεται πάνω στους άξονες.



Ποιο είναι το εμβαδόν τους; **Δοκίμασε και άλλες περιπτώσεις.**

3. Να διατυπώσεις τον κανόνα για την εύρεση του εμβαδού οποιουδήποτε παραλληλογράμμου που σχηματίζεται από διανύσματα:

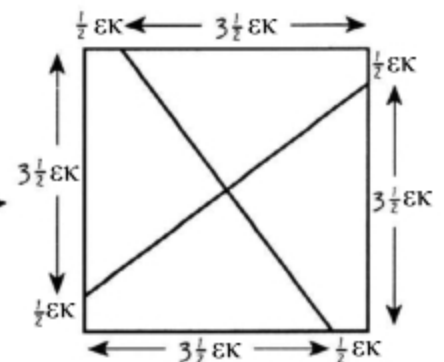
$$p = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

Ο τεμαχισμός του Πυθαγόρα

Τα τετράγωνα P, Q και R σχεδιάστηκαν επάνω στις πλευρές του ορθογώνιου τριγώνου της εικόνας.

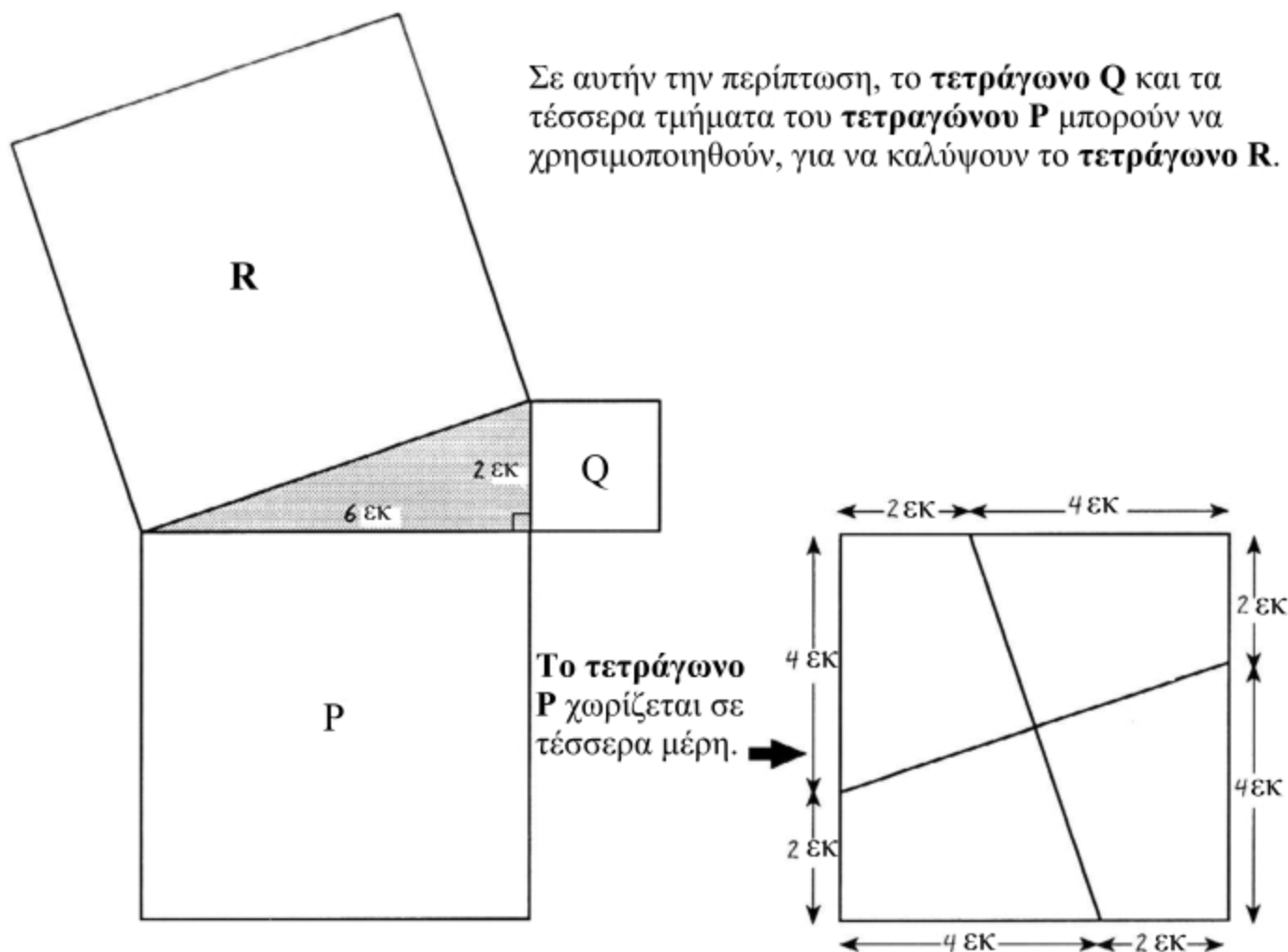


Το τετράγωνο P χωρίζεται σε τέσσερα τμήματα.



Να δείξεις με ποιο τρόπο το **τετράγωνο Q** και τα τέσσερα τμήματα του **τετραγώνου P** μπορούν να χρησιμοποιηθούν, για να καλύψουν το **τετράγωνο R**.

Γύρισε σελίδα



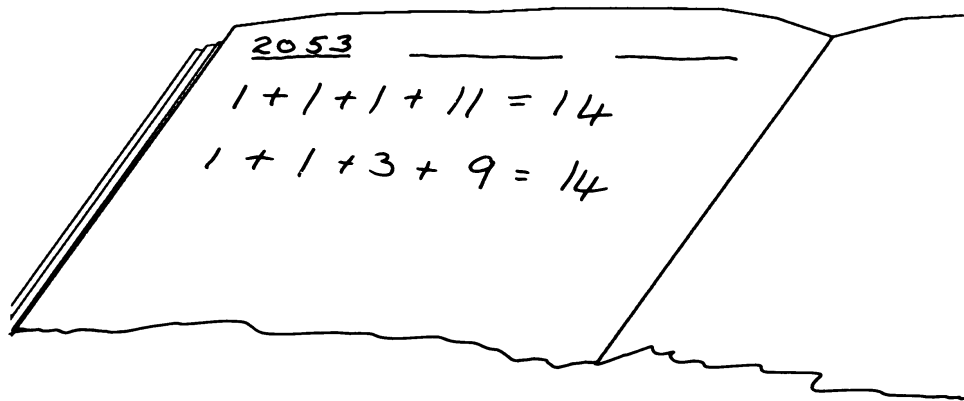
Να διερευνήσεις τον τεμαχισμό του τετραγώνου P σε ορθογώνια τρίγωνα.

Υποδείξεις Να εξετάσεις προσεκτικά το λόγο του τεμαχισμού.
Τι παρατηρείς σχετικά με τις γραμμές του τεμαχισμού;

Smile 2053

Προσθέτω περιττούς αριθμούς

Θα ήταν χρήσιμο να εργαστείς σε μικρές ομάδες.



Με πόσους τρόπους μπορείς να σχηματίσεις το **14** προσθέτοντας **4** περιττούς αριθμούς;

Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει τις απαντήσεις σου.

Τι συμβαίνει αν το πλήθος των περιττών αριθμών που προστίθενται είναι:

2 μονοί αριθμοί;

3 μονοί αριθμοί;

.

.

.

Να διερευνήσεις τι συμβαίνει με διαφορετικούς αριθμούς (αντί του 14).

.

.

.

Smile 2054

παραλληλόγραμμο

ορθογώνιο

4 ΠΛΕΥΡΕΣ

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας 2054α.

- * Να κόψεις τα σχήματα από το φύλλο εργασίας.
- * Να τα ταξινομήσεις στις 5 αυτές διαφορετικές ομάδες.
- * Να δείξεις τις ομάδες σχημάτων που δημιούργησες.
- * Να κολλήσεις τα σχήματα της κάθε ομάδας στο τετράδιό σου.

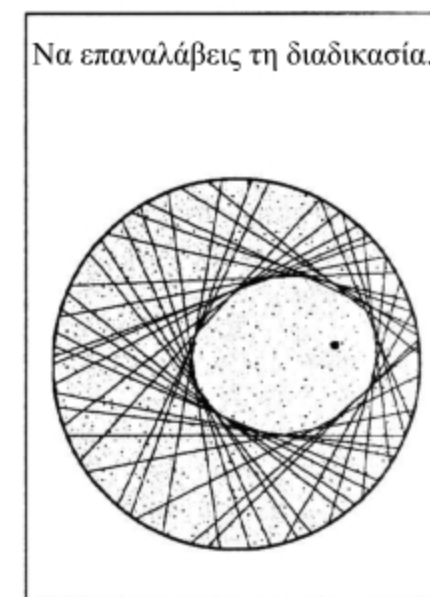
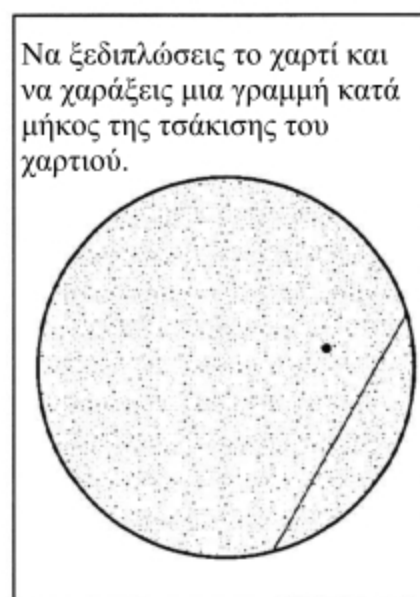
σχήμα
χαρταετού

ρόμβος

τετράγωνο

Ελλείψεις από αναδιπλώσεις

Θα χρειαστείς κυκλικό χαρτί.



Να δοκιμάσεις να βάλεις την κουκίδα σε διαφορετικές θέσεις.

Τι συμβαίνει όταν η κουκίδα βρίσκεται... πολύ κοντά στο κέντρο του κύκλου;

... πολύ κοντά στην περιφέρεια;

... σε ίσες αποστάσεις από το κέντρο και από την περιφέρεια;

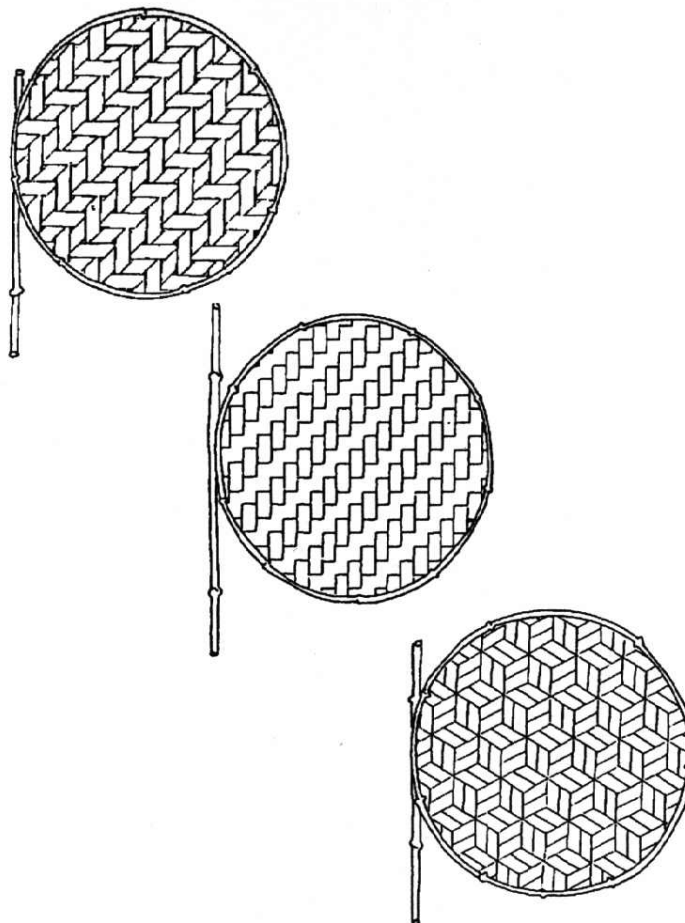
Βεντάλια

Στο Μπαγκλαντές οι άνθρωποι πλέκουν βεντάλιες με λωρίδες από καλάμι, μπαμπού ή άχυρα. Οι βεντάλιες στερεώνονται σε κυκλικά πλαίσια καμωμένα από μπαμπού.

Να χρησιμοποιήσεις λωρίδες από χαρτί και να προσπαθήσεις να διερευνήσεις τα πλεκτά ψηφιδωτά σε αυτές τις βεντάλιες από το Μπαγκλαντές.

Να παρατηρήσεις τι θα συμβεί στα ψηφιδωτά, αν χρησιμοποιήσεις λωρίδες διαφορετικού χρώματος.

Να κατασκευάσεις πλεκτά σχέδια δικής σου επινόησης και να βρεις τρόπους να τα ταξινομήσεις.



পাখা

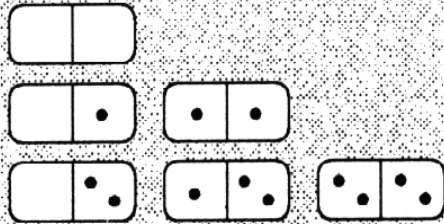
বাংলাদেশের সিলেটে বেত, বাঁশ অথবা কঞ্চি থেকে লোকেরা পাখা বানান। গোলাকার বাঁশের ফ্রেমের মধ্যে পাখাগুলি জোড়া হয়। এই সিলেটি পাখাগুলির বুনুনির ছোট ছোট চৌকোয় ভাগ করা নকশা কেমন সেটা বোঝার জন্য কাগজের লম্বা টুকরো ব্যবহার করুন।

নানা রংয়ের কাগজের টুকরো নিয়মানুগভাবে ব্যবহার করলে নকশাগুলির কি পরিবর্তন হয় সেটা লক্ষ্য করুন।

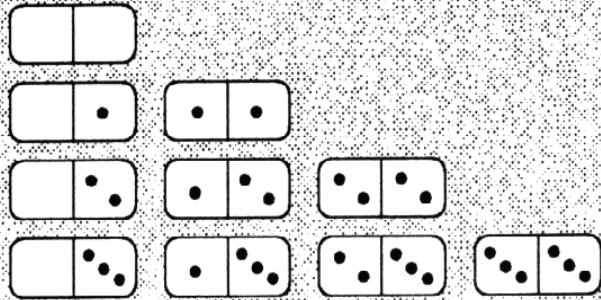
আপনার নিজের কিছু নকশা তৈরী করুন এবং তাদের শ্রেণী ভাগ করার জন্য একটা উপায় বের করুন।

Κανονικότητες με ντόμινο

Αυτό είναι ένα σετ του 2.
Υπάρχουν 6 ντόμινο.



Αυτό είναι ένα σετ του 3.
Υπάρχουν 10 ντόμινο.










1) Να σχεδιάσεις ένα σετ του 4. Πόσα είναι τα ντόμινο;

Γύρισε σελίδα

Smile 2059
Αριθμός ντόμινο

2) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό το σχεδιάγραμμα.

Σετ από ντόμινο

0	→	
1	→	
2	→	6
3	→	10
4	→	
5	→	
6	→	
7	→	
8	→	

- 3) Να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκες για να βρεις τον αριθμό των ντόμινο.
- 4) Πόσα ντόμινο υπάρχουν σε ένα σετ του 10;
- 5) Πόσα ντόμινο υπάρχουν σε ένα σετ του 15;