

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί.

Smile 1377

## Záρια

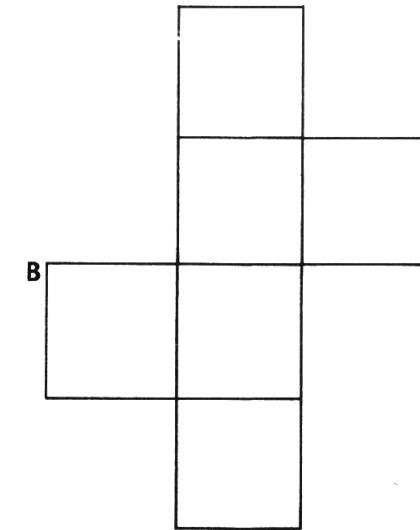
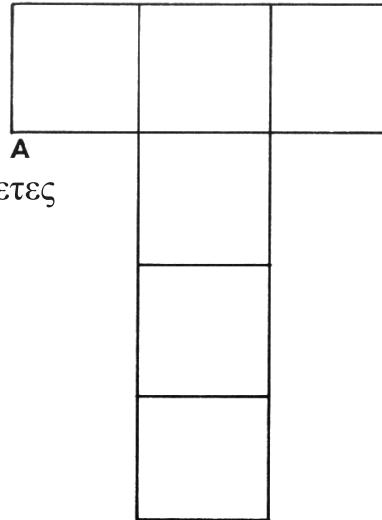
1. Να προσθέσεις τις τελείες που βρίσκονται στις αντίθετες πλευρές ενός ζαριού.

$$\begin{array}{c} \bullet\bullet \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} = 7$$

$$\begin{array}{c} \bullet \\ \cdot \end{array} + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} = \square$$

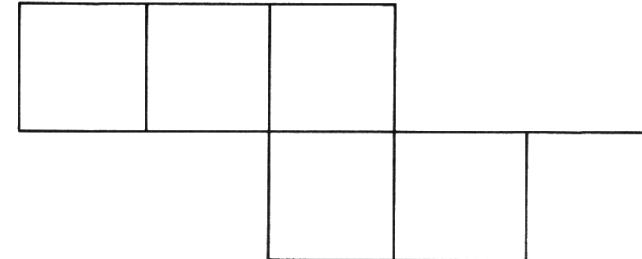
$$\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} = \square$$

2. Να αντιγράψεις τα αναπτύγματα A και B σε τετραγωνισμένο χαρτί.



3. Να σχεδιάσεις τις τελείες στο σχήμα A, έτσι ώστε να σχηματίζεται ένα ζάρι - μην ξεχνάς, οι αντίθετες πλευρές δίνουν άθροισμα 7.

Γ



4. Να κόψεις το σχήμα A... και να το διπλώσεις.

Είναι οι τελείες σου σωστά τοποθετημένες;

5. Τώρα, να σχεδιάσεις τις τελείες στα σχήματα B και Γ.

Να τα κόψεις και να ελέγξεις αν οι τελείες είναι σωστά τοποθετημένες.

6. Να κολλήσεις τα αναπτύγματα στο τετράδιό σου.

## Απεικονίσεις

Smile 1378

1. Πόσα λάστιχα; - μην ξεχάσετε τη ρεζέρβα

Αυτοκίνητα	Λάστιχα
1	→ 5
2	→ 10
3	→ 15
4	→
5	→
12	→
100	→
v	→

2. Πόσα πόδια έχει ένα έντομο;

Έντομα	Πόδια
1	→ 6
2	→ 12
3	→ 18
4	→
5	→
12	→
100	→
v	→

3. Πόσα σπιρτόξυλα;

Τρίγωγα	Σπιρτόξυλα
1	→ 3
2	→ 5
3	→ 7
4	→
5	→
12	→
100	→
v	→

4. Πόσα κομμάτια σύρμα;

Πάσσαλοι	Κομμάτια σύρμα
1	→ 0
2	→ 3
3	→ 6
4	→
5	→
12	→
100	→
v	→

Να χρησιμοποιήσεις το γενικό τρόπο έκφρασης μιας απεικόνισης  $v \rightarrow \blacksquare$ , για να περιγράψεις καθεμία από αυτές τις απεικονίσεις.

5.

0	→ 0
1	→ 4
2	→ 8
3	→ 12
4	→ 16

6.

0	→ 1
1	→ 5
2	→ 9
3	→ 13
4	→ 17

7.

0	→ 0
1	→ $\frac{1}{2}$
2	→ 1
3	→ $1\frac{1}{2}$
4	→ 2

$$50 \rightarrow$$

$$50 \rightarrow$$

$$50 \rightarrow$$

$$v \rightarrow$$

$$v \rightarrow$$

8. Ποια από τις παρακάτω απεικονίσεις θα μπορούσε να δώσει:  $3 \rightarrow 9$ ;

$$(α) v \rightarrow 3 \quad (β) v \rightarrow v+6 \quad (γ) v \rightarrow 4v+3 \quad (δ) v \rightarrow v^2 \quad (ε) v \rightarrow 3(v-1)$$

9. Να βρεις 3 διαφορετικές απεικονίσεις, οι οποίες θα μπορούσαν να δώσουν:  $4 \rightarrow 12$

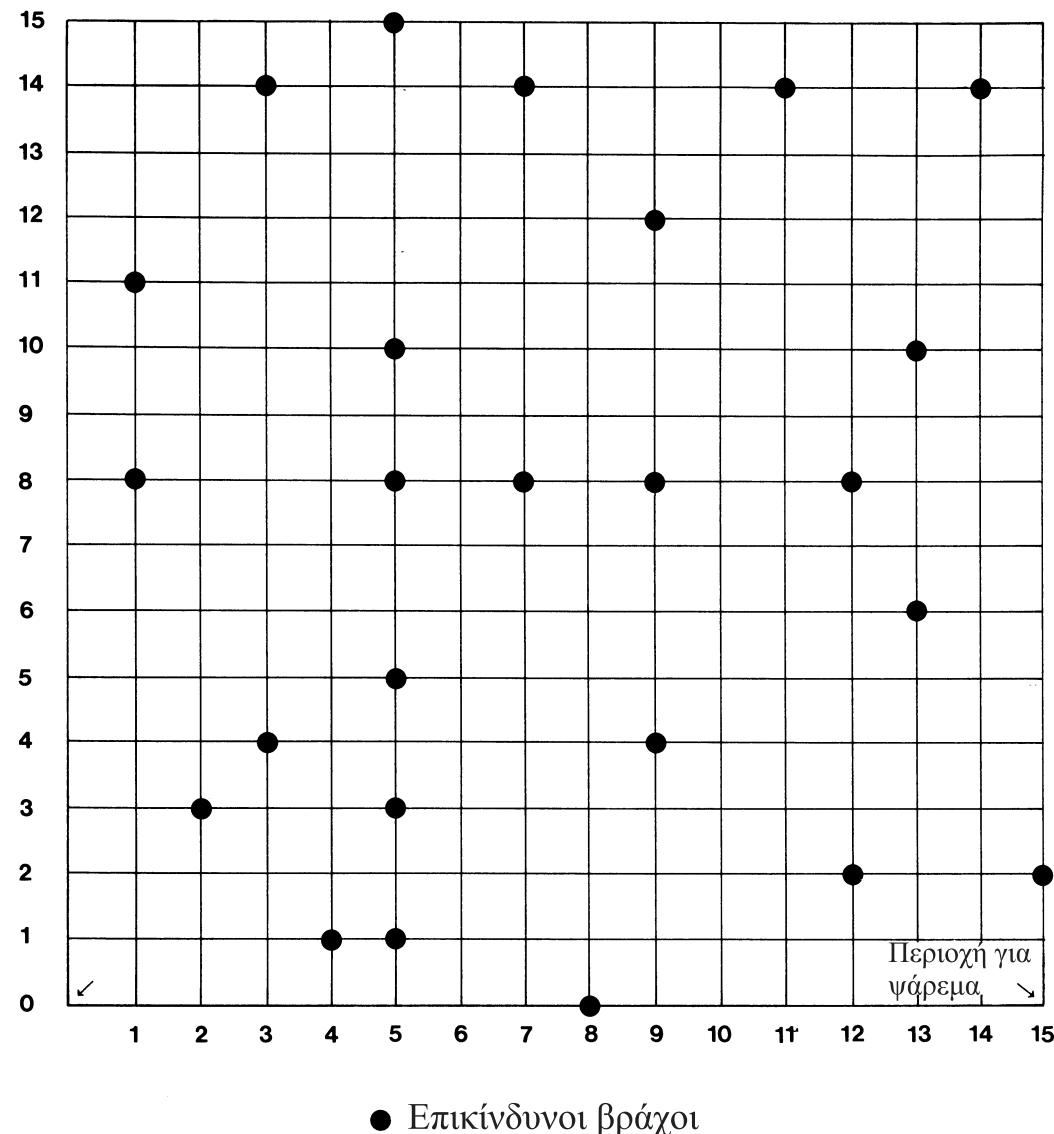
## Ψάρεμα

Μια ψαρόβαρκα ξεκινά από το λιμάνι  $(0,0)$  για να ταξιδέψει με ασφάλεια μέχρι την περιοχή για ψάρεμα  $(15,0)$ .

Πρέπει να βρίσκεται πάντα περισσότερο από ένα τετράγωνο μακριά από τους βράχους και πρέπει να βρίσκεται πάντα πάνω στις γραμμές του πλέγματος.

1. Να χρησιμοποιήσεις διαφανές χαρτί για να βρεις τη διαδρομή της βάρκας.
2. Να γράψεις την απάντησή σου με συντεταγμένες.

$(0,0) \rightarrow (0,6) \rightarrow (\square, \square) \rightarrow$



Smile 1381

# Νομίσματα

**Θα χρειαστείς νομίσματα ευρώ.**

**Να τοποθετήσεις τα νομίσματα σε στοίβες.**

**Υπάρχουν 8 νομίσματα ευρώ:  
ενός λεπτού, δύο λεπτών... 5, 10, 20, 50 λεπτών,  
1 ευρώ, 2 ευρώ**

1) Πόσο κάνει 4 φορές αυτό το ποσό;

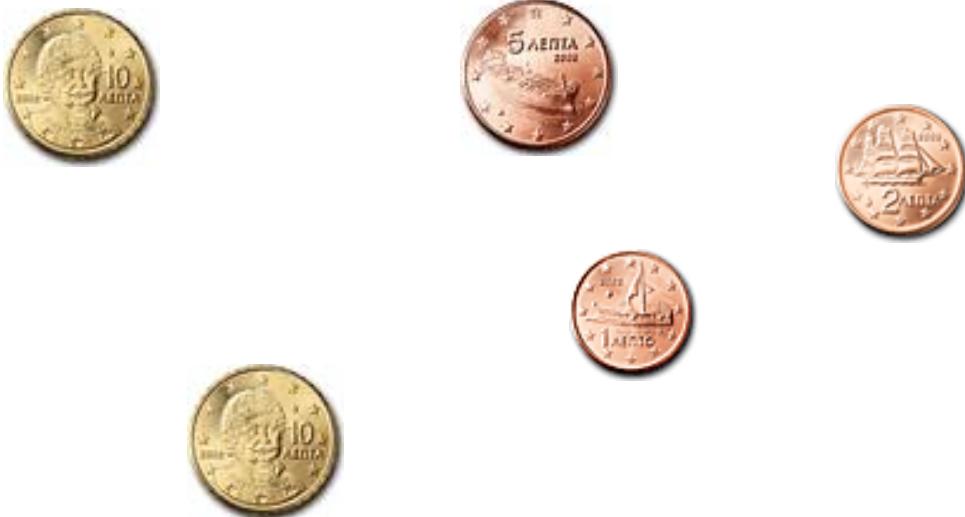
Smile 1381



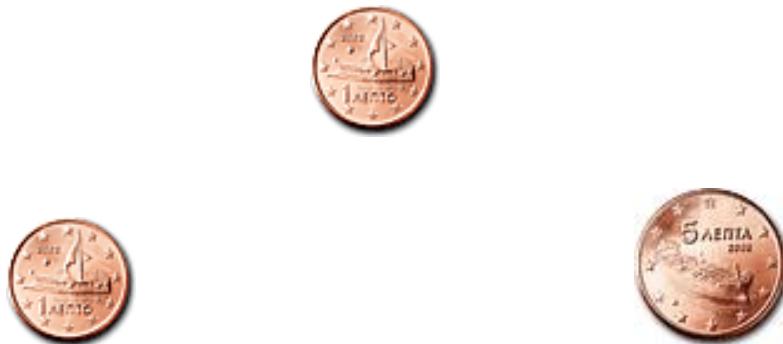
2) Πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε παιδί;



3) Πόσα χρήματα χρειάζονται ακόμη για να συμπληρωθούν 50 λεπτά;



4) Πόσο κάνει 5 φορές αυτό το ποσό;



Smile 1381

5) Πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας;

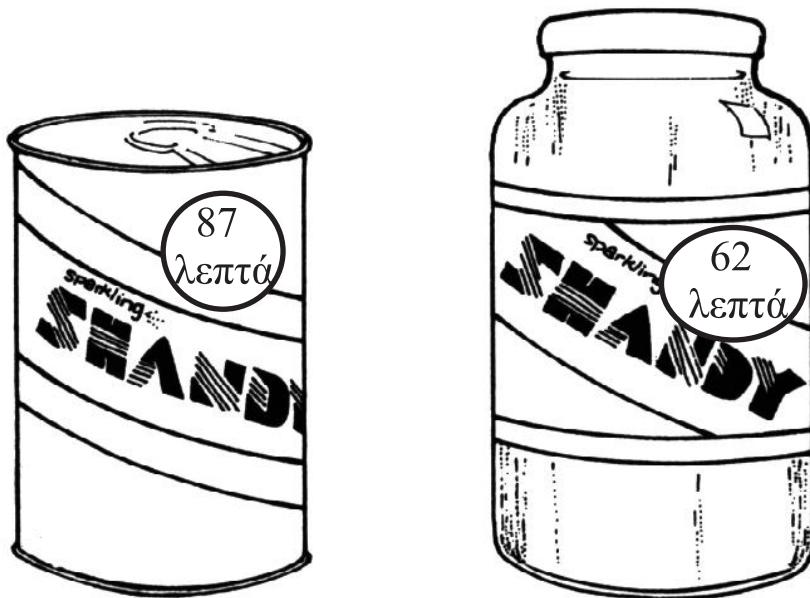


6) α. Πόσο κάνουν οι 4 σοκολάτες;  
β. Πόσα ρέστα θα πάρεις από 1 ευρώ;



Smile 1381

7) Πόσο περισσότερο κοστίζει η κονσέρβα;



8) Πόσο κάνουν όλα μαζί;



Smile 1381

9) Πόσα χρήματα χρειάζομαι ακόμη;



10) Φτάνει 1 ευρώ;



Ένας τρόπος για να βελτιώσεις τις εκτιμήσεις σου είναι να συγκρίνεις τις προβλέψεις σου με τις πραγματικές μετρήσεις.

6. Να κάνεις εκτιμήσεις για το μέγεθος των παρακάτω οκτώ αντικειμένων:

	Εκτιμήσεις	Πραγματικές μετρήσεις
To ύψος του τραπεζιού		
To μήκος ενός φακέλου		
To ύψος της δασκάλας σου		
To μήκος των μολυβιού σου		
To ύψος ενός		

7. Να κάνεις εκτιμήσεις για το μέγεθος των παρακάτω αντικειμένων. Στη συνέχεια, να συγκρίνεις τις προβλέψεις σου με τις μετρήσεις που δίνονται στο τεύχος των απαντήσεων:

To μήκος ενός μικρού αυτοκινήτου		
Tην περίμετρο αυτής της κάρτας		
To μέγεθος της θήκης ενός CD		
To ύψος μιας δωδεκαώροφης πολυκατοικίας		
To ύψος ενός διώροφου λεωφορείου		

## Καλές προβλέψεις

Ο Δημήτρης είναι καλός στις εκτιμήσεις γιατί χρησιμοποιεί το σώμα του σαν οδηγό.



1. Γιατί ο Δημήτρης εκτιμά ότι το ύψος του τραπεζιού είναι 80 εκ.;

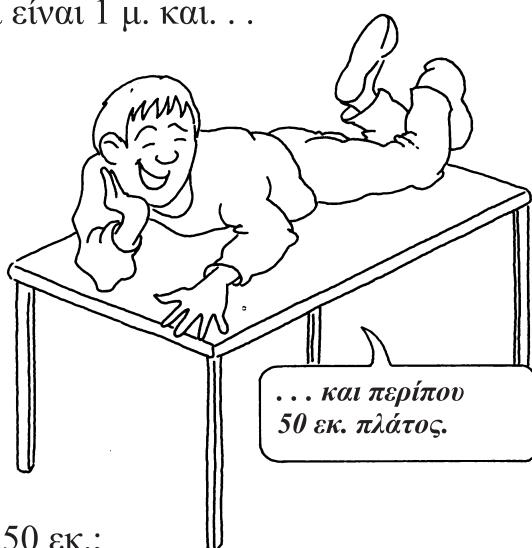


2. Γιατί ο Δημήτρης εκτιμά ότι είναι 3 ½ μ.;

### Smile 1383



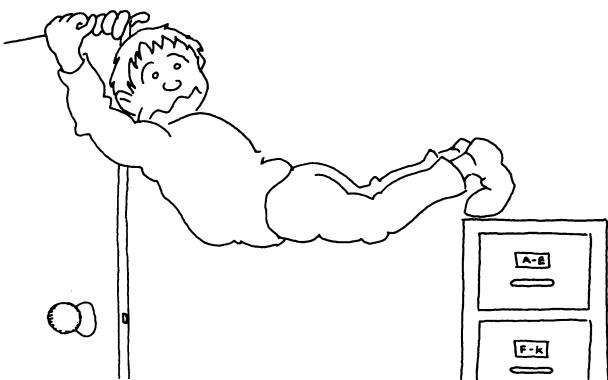
3. Πώς ο Δημήτρης εκτιμά ότι είναι 1 μ. και . . .



. . . 50 εκ.;

4. Να μετρήσεις το ύψος σου και την παλάμη σου. Ίσως σε βοηθήσουν να κάνεις εκτιμήσεις για τα παρακάτω.

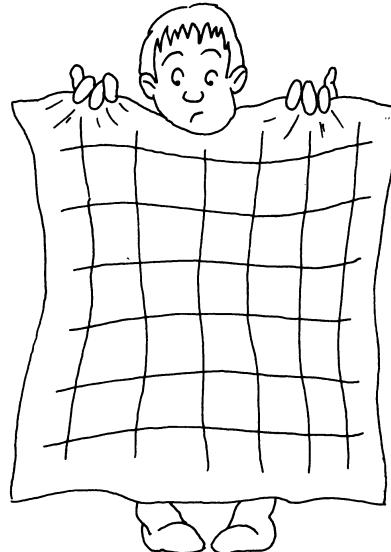
- (α) το ύψος της πόρτας
- (β) το ύψος του δωματίου
- (γ) το πλάτος μιας συρταροθήκης



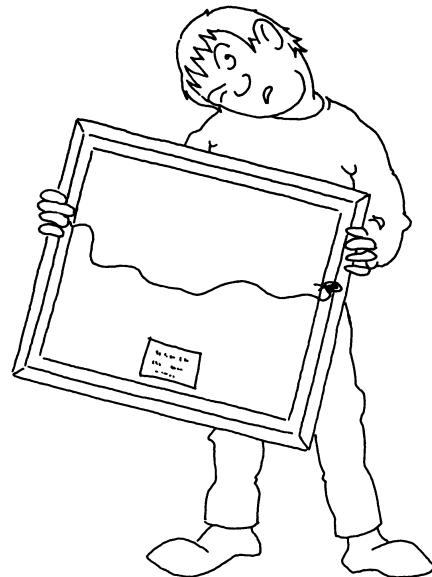
5. Ο Δημήτρης πήγε στην αγορά. . .

(α) . . . και είδε ένα τραπεζομάντιλο σε σχήμα τετραγώνου.

Όταν το κρατά όρθιο φτάνει μέχρι τους ώμους του. Πρέπει να το αγοράσει;



(β) . . . μέτρησε ένα κάδρο και βρήκε ότι είναι  $4 \frac{1}{2}$  παλάμες πλατύ. Θα ταιριάζει στην εσοχή του δωματίου του, η οποία έχει 85 εκ. φάρδος;

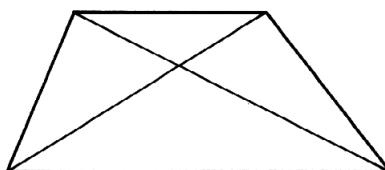
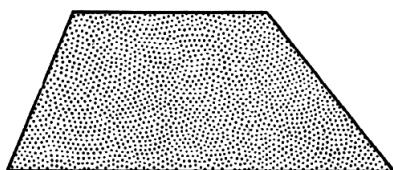


Γύρισε σελίδα

## ΔΙΑΓΩΝΙΟΙ

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί, διαφανές χαρτί και ένα χάρακα.

Smile 1384

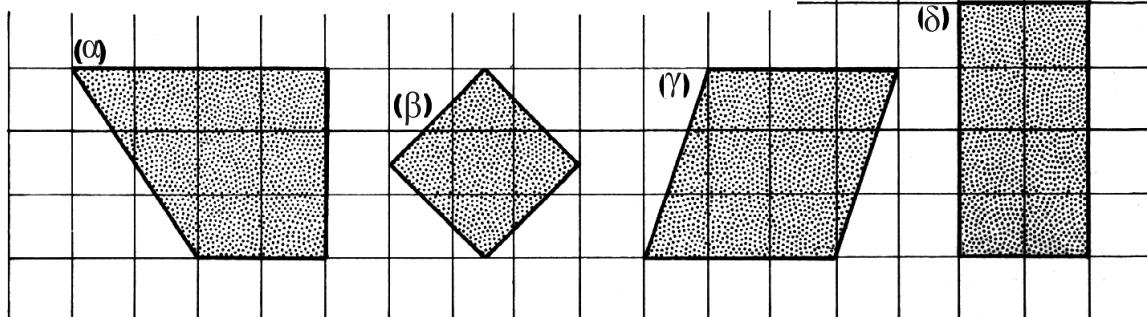


Ένα τετράπλευρο έχει 4 πλευρές.

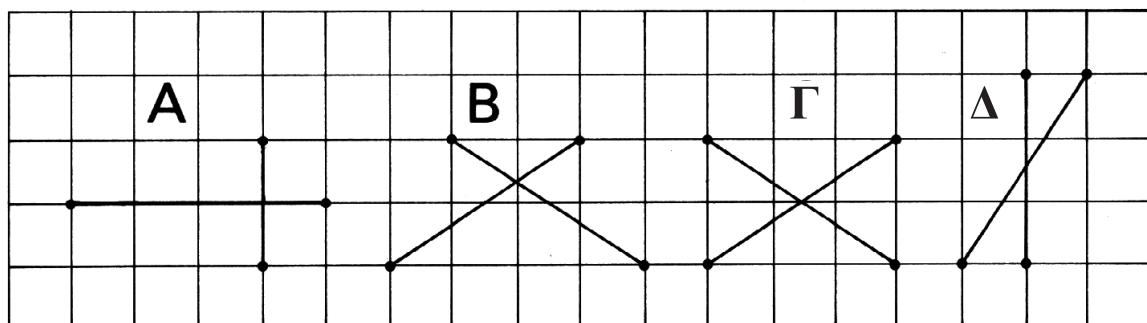
1. Να αντιγράψεις αυτά τα τετράπλευρα.

Να σχεδιάσεις τις διαγωνίους τους.

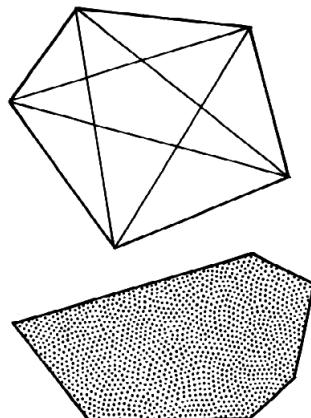
Ένα τετράπλευρο έχει δύο διαγωνίους.



2. Να αντιγράψεις αυτές τις διαγωνίους. Να σχεδιάσεις τα σχήματα στα οποία ανήκουν.



3. Πόσες διαγωνίους έχει αυτό το πεντάγωνο;



4. Πόσες διαγωνίους έχει αυτό το εξάγωνο;

## Smile 1385

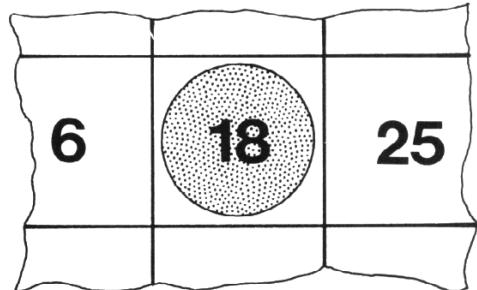
Θα χρειαστείς 2 ζάρια, 20 κόκκινες και 20 μπλε μάρκες.

### ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ

Να ρίξεις τα δύο ζάρια και να πολλαπλασιάσεις τα αποτελέσματα μεταξύ τους.



Να χρησιμοποιήσεις μια μάρκα για να καλύψεις τον αριθμό που βρήκες στον πίνακα.



Ο επόμενος παίκτης.

Νικητής είναι ο παίκτης που θα τοποθετήσει πρώτος 3 πιόνια στη σειρά.

10	2	12	4	18	6
20	6	3	9	2	12
36	10	6	18	25	5
8	5	16	12	4	15
20	3	24	6	1	30
12	30	8	15	24	4

Smile 1387

## 3-διάστατη τρίλιζα

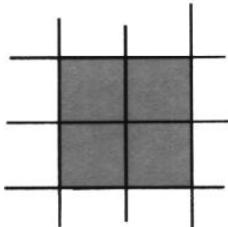
Να παίξεις την 3-διάστατη τρίλιζα.



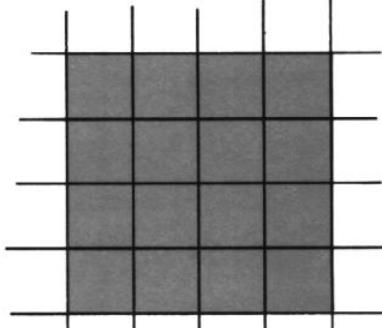
Νικήτρια είναι η τρίλιζα με τα μαύρα πουλιά.

Διπλασιάζοντας τα μήκη των πλευρών ενός τετραγώνου.....  
σχηματίζεις ένα μεγαλύτερο τετράγωνο.

1. Να αντιγράψεις τα παρακάτω και να σημειώσεις το εμβαδόν.



Εμβαδόν = 4 τ. εκ.



Εμβαδόν = ..... τ. εκ.

Να αντιγράψεις τα παρακάτω σχήματα. Στη συνέχεια, να σχεδιάσεις δίπλα σε καθένα από αυτά ένα σχήμα, οι πλευρές του οποίου είναι διπλάσιες σε μήκος.

2. Εμβαδόν = █ τ. εκ.

3. Εμβαδόν = █ τ. εκ.

4. Εμβαδόν = █ τ. εκ.

5. Εμβαδόν = █ τ. εκ.

6. Είναι το εμβαδόν κάθε μεγάλου σχήματος διπλάσιο από το εμβαδόν του μικρού σχήματος;

7. Να παρατηρήσεις το μικρότερο τετράγωνο στην ερώτηση 1. Πόσα ακόμη μικρότερα τετράγωνα θα χρειαζόσουν για να καλύψεις το μεγαλύτερο;

8. Σε καθένα από τα σχέδια των ερωτήσεων 2, 3, 4 και 5, πόσα μικρότερα σχήματα θα χρειαζόσουν για να καλύψεις το μεγαλύτερο;

9. Προσπάθησε να διπλασιάσεις τα μήκη ορισμένων δικών σου σχημάτων.

10. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις.  
«Όταν διπλασιάζω τις πλευρές ενός σχήματος, το εμβαδόν γίνεται... φορές μεγαλύτερο»

Τι θα συμβεί στο εμβαδόν, αν τριπλασιάσεις τις πλευρές αυτών των σχημάτων;

**Αναποδογύρισε τους πίνακες**

Smile 1394

Θα χρειαστείς μερικά αντίγραφα του τετραγώνου πολλαπλασιασμού.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>22</b>	<b>24</b>
<b>3</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>15</b>	<b>18</b>	<b>21</b>	<b>24</b>	<b>27</b>	<b>30</b>	<b>33</b>	<b>36</b>
<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>28</b>	<b>32</b>	<b>36</b>	<b>40</b>	<b>44</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>45</b>	<b>50</b>	<b>55</b>	<b>60</b>
<b>6</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>24</b>	<b>30</b>	<b>36</b>	<b>42</b>	<b>48</b>	<b>54</b>	<b>60</b>	<b>66</b>	<b>72</b>
<b>7</b>	<b>14</b>	<b>21</b>	<b>28</b>	<b>35</b>	<b>42</b>	<b>49</b>	<b>56</b>	<b>63</b>	<b>70</b>	<b>77</b>	<b>84</b>
<b>8</b>	<b>16</b>	<b>24</b>	<b>32</b>	<b>40</b>	<b>48</b>	<b>56</b>	<b>64</b>	<b>72</b>	<b>80</b>	<b>88</b>	<b>96</b>
<b>9</b>	<b>18</b>	<b>27</b>	<b>36</b>	<b>45</b>	<b>54</b>	<b>63</b>	<b>72</b>	<b>81</b>	<b>90</b>	<b>99</b>	<b>108</b>
<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>60</b>	<b>70</b>	<b>80</b>	<b>90</b>	<b>100</b>	<b>110</b>	<b>120</b>
<b>11</b>	<b>22</b>	<b>33</b>	<b>44</b>	<b>55</b>	<b>66</b>	<b>77</b>	<b>88</b>	<b>99</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>132</b>
<b>12</b>	<b>24</b>	<b>36</b>	<b>48</b>	<b>60</b>	<b>72</b>	<b>84</b>	<b>96</b>	<b>108</b>	<b>120</b>	<b>132</b>	<b>144</b>

Αυτή η κάρτα περιέχει τους αριθμούς, οι οποίοι εμφανίζονται σε ένα συνηθισμένο πίνακα πολλαπλασιασμού.

1. Το 48 εμφανίζεται 4 φορές. Σε έναν πίνακα πολλαπλασιασμού, να χρωματίσεις με κόκκινο τα τετραγωνάκια με το 48.

Να γράψεις     $4 \times 12 = 48$   
                          $6 \times 8 = 48$   
                          $8 \times 6 = 48$   
                          $12 \times 4 = 48$

Να βρεις μερικούς άλλους αριθμούς, οι οποίοι εμφανίζονται αρκετές φορές στον πίνακα.

Να χρησιμοποιήσεις διαφορετικά χρώματα, για να τους σκιάσεις.

Να γράψεις τους πολλαπλασιασμούς που ισχύουν.

2. Το 36 εμφανίζεται 5 φορές.

Ποιοι αριθμοί εμφανίζονται περιττές φορές;

Χρωμάτισε τον καθένα με διαφορετικό χρώμα σε έναν άλλο πίνακα πολ/σμού.

Τι ιδιαίτερο συμβαίνει με αυτούς τους αριθμούς;

3. Η εμφάνιση των αριθμών στις ερωτήσεις (1) και (2) έχει μια συμμετρία.

Χάραξε τη γραμμή συμμετρίας.

Να εξηγήσεις γιατί ο πίνακας του πολλαπλασιασμού είναι συμμετρικός.

4. Να γράψεις έναν κατάλογο όλων των αριθμών κάτω από το 50 που δεν

εμφανίζονται στον πίνακα πολλαπλασιασμού.

Να σχολιάσεις αυτούς τους αριθμούς.

**Κανονικότητες στον πίνακα πολλαπλασιασμού**

Smile 1395

Θα χρειαστείς έναν πίνακα πολλαπλασιασμού και μια αριθμομηχανή.

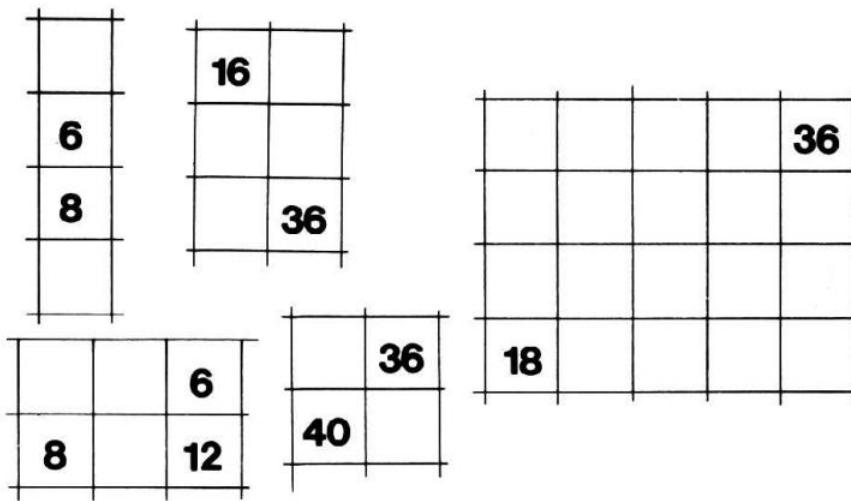
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>22</b>	<b>24</b>
<b>3</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>15</b>	<b>18</b>	<b>21</b>	<b>24</b>	<b>27</b>	<b>30</b>	<b>33</b>	<b>36</b>
<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>28</b>	<b>32</b>	<b>36</b>	<b>40</b>	<b>44</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>45</b>	<b>50</b>	<b>55</b>	<b>60</b>
<b>6</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>24</b>	<b>30</b>	<b>36</b>	<b>42</b>	<b>48</b>	<b>54</b>	<b>60</b>	<b>66</b>	<b>72</b>
<b>7</b>	<b>14</b>	<b>21</b>	<b>28</b>	<b>35</b>	<b>42</b>	<b>49</b>	<b>56</b>	<b>63</b>	<b>70</b>	<b>77</b>	<b>84</b>
<b>8</b>	<b>16</b>	<b>24</b>	<b>32</b>	<b>40</b>	<b>48</b>	<b>56</b>	<b>64</b>	<b>72</b>	<b>80</b>	<b>88</b>	<b>96</b>
<b>9</b>	<b>18</b>	<b>27</b>	<b>36</b>	<b>45</b>	<b>54</b>	<b>63</b>	<b>72</b>	<b>81</b>	<b>90</b>	<b>99</b>	<b>108</b>
<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>60</b>	<b>70</b>	<b>80</b>	<b>90</b>	<b>100</b>	<b>110</b>	<b>120</b>
<b>11</b>	<b>22</b>	<b>33</b>	<b>44</b>	<b>55</b>	<b>66</b>	<b>77</b>	<b>88</b>	<b>99</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>132</b>
<b>12</b>	<b>24</b>	<b>36</b>	<b>48</b>	<b>60</b>	<b>72</b>	<b>84</b>	<b>96</b>	<b>108</b>	<b>120</b>	<b>132</b>	<b>144</b>

Χρησιμοποίησε έναν πίνακα πολλαπλασιασμού ή κατασκεύασε ένα δικό σου.  
Αν τον σχεδιάσεις μόνος-η σου, να βεβαιωθείς ότι είναι σωστός.

1. Μπορείς να βρεις το παρακάτω ορθογώνιο παραλληλόγραμμο μέσα στον πίνακα;

<b>18</b>	<b>24</b>	<b>30</b>
<b>21</b>	<b>28</b>	<b>35</b>

Όλα τα παρακάτω ορθογώνια παραλληλόγραμμα προέρχονται από τον πίνακα πολλαπλασιασμού. Να τα αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τους αριθμούς που λείπουν.



Γύρισε σελίδα

2 .(α) Να βρεις αυτό το τετράγωνο 3 X 3.

Smile 1395

Να προσθέσεις τους 4 σκιασμένους αριθμούς

$$9+16+20+27 = \boxed{\quad}$$

<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>16</b>	<b>18</b>	<b>20</b>
<b>24</b>	<b>27</b>	<b>30</b>

Να προσθέσεις τους 4 αριθμούς που βρίσκονται

$$8+10+24+30 = \boxed{\quad}$$

Να πολλαπλασιάσεις τον αριθμό στο

κέντρο με το 4.

$$18 \times 4 = \boxed{\quad}$$

*Tι συμβαίνει;*

Να διαλέξεις 2 ή περισσότερα τετράγωνα 3X3 από τον πίνακα πολλαπλασιασμού και να διαπιστώσεις αν ισχύει ο ίδιος κανόνας.

(β) Να βρεις αυτό το 4X4 τετράγωνο.

Να προσθέσεις τους 4 σκιασμένους αριθμούς

$$7+18+18+32 = \boxed{\quad}$$

<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>18</b>
<b>18</b>	<b>21</b>	<b>24</b>	<b>27</b>
<b>24</b>	<b>28</b>	<b>32</b>	<b>36</b>

Υπάρχουν και άλλες τετράδες αριθμών με το ίδιο άθροισμα σε αυτό το τετράγωνο.  
Πόσες μπορείς να βρεις;

Να επιλέξεις ένα άλλο τετράγωνο 4X4 και να διαπιστώσεις αν ισχύει ο ίδιος κανόνας.

(γ) Να διαλέξεις μερικά μεγαλύτερα τετράγωνα και μερικά ορθογώνια παραλληλόγραμμα.  
Να αναζητήσεις σε αυτά τετράδες αριθμών με το ίδιο άθροισμα.

3. Να διαλέξεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>
<b>18</b>	<b>24</b>	<b>30</b>	<b>36</b>
<b>21</b>	<b>28</b>	<b>35</b>	<b>42</b>

Να πολλαπλασιάσεις τους αριθμούς στις απέναντι γωνίες:

$$15 \times 42 = \boxed{\quad}$$

$$30 \times 21 = \boxed{\quad}$$

Να διερευνήσεις αν αυτός ο κανόνας ισχύει και σε άλλα ορθογώνια παραλληλόγραμμα.

Ισχύει **πάντα** αυτός ο κανόνας;

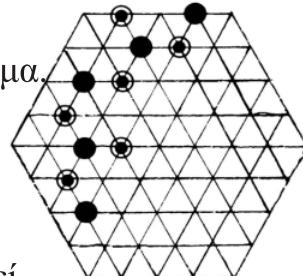
Μπορείς να εξηγήσεις γιατί;

Θα χρειαστείς κόκκινες και μπλε μάρκες.

Smile 1398

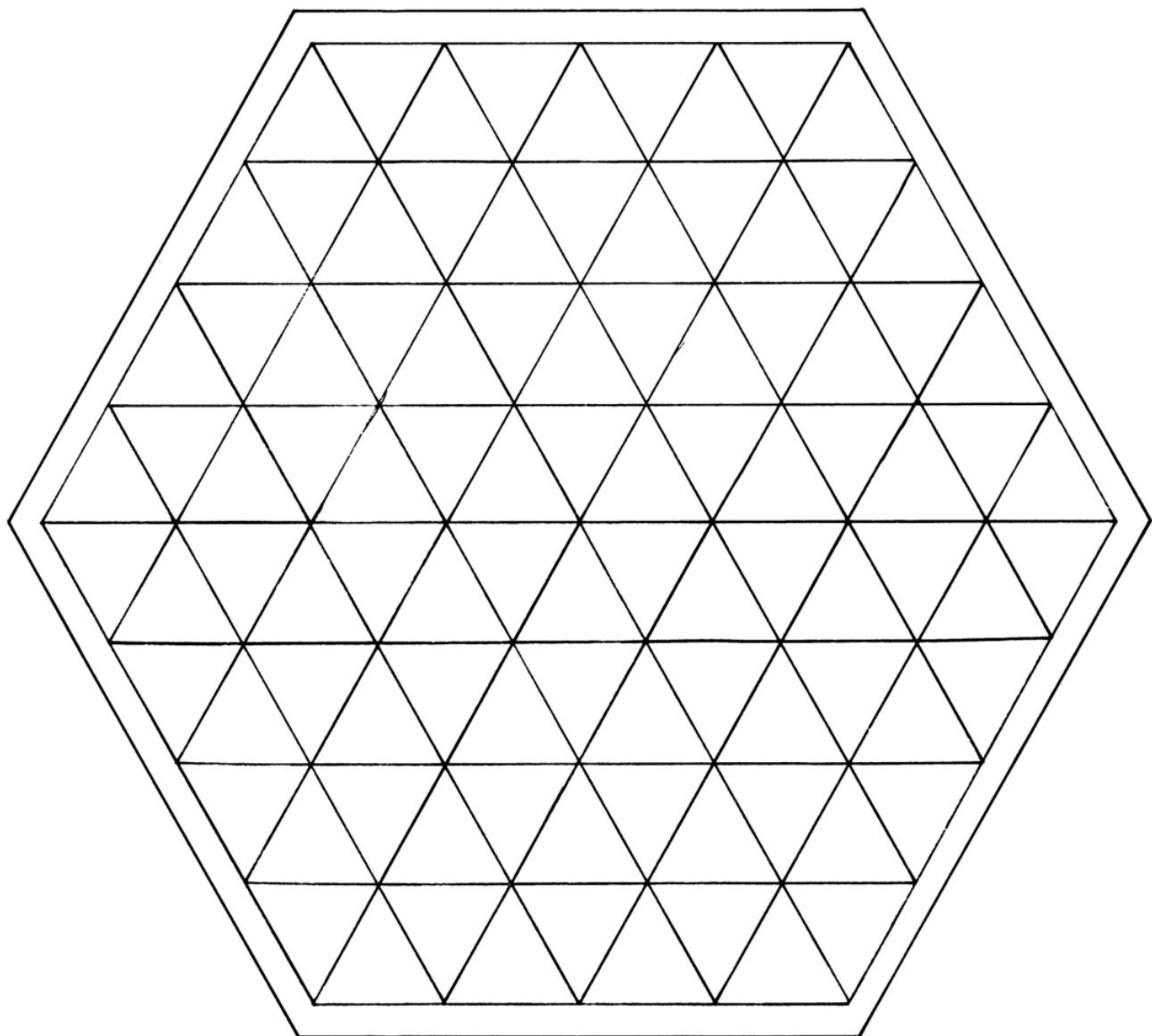
**Εμπόδια** - ένα παιχνίδι για 2 παίκτες.

Ο Κόκκινος τοποθετεί τη μάρκα του σε μία κορυφή στο πλέγμα.



Ο Μπλε τοποθετεί τη μάρκα του σε μία κορυφή δίπλα στον αντίπαλό του... όχι, όμως, δίπλα στη δική του μάρκα.

Κερδίζεις κάθε φορά που εμποδίζεις τον αντίπαλό σου να κινηθεί.



Αν διασκέδασες παίζοντας «εμπόδια», μπορείς να κάνεις το παιχνίδι πιο δύσκολο, χρησιμοποιώντας ένα μεγαλύτερο εξάγωνο για να παίξεις.

Smile 1404

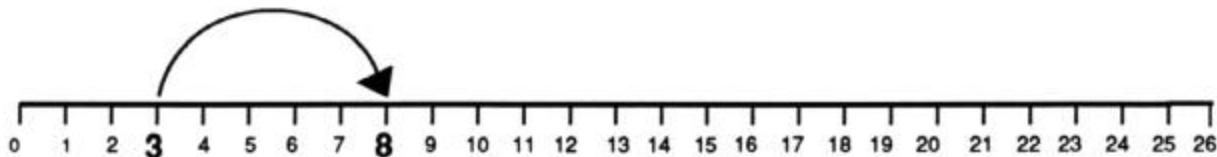
## ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΡΑΣΗΣ

Η **3 + n = 8** είναι μια εξίσωση.

Για να λύσεις την εξίσωση, θα πρέπει να βρεις την τιμή του n για να είναι το άθροισμα σωστό.

Η αριθμογραμμή θα σε βοηθήσει.

Να ξεκινήσεις από το 3 και να προχωρήσεις μέχρι το 8.



$$3 + n = 8$$

$$3 + 5 = 8$$

Έτσι,  $n = 5$

Ένα ακόμη παράδειγμα:

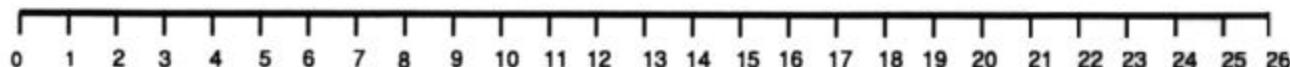
$$5 + n = 11$$

$$5 + 6 = 11$$

Έτσι,  $n = 6$

Να γυρίσεις σελίδα και να λύσεις τις ακόλουθες εξισώσεις βρίσκοντας την τιμή του n.

Αυτή η αριθμογραμμή μπορεί να σε βοηθήσει.



**A** Να βρεις την τιμή του  $n$  για καθεμία από τις ακόλουθες εξισώσεις:

- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| 1) $7 + n = 10$  | 6) $17 + n = 24$  |
| 2) $8 + n = 13$  | 7) $19 + n = 25$  |
| 3) $6 + n = 17$  | 8) $15 + n = 22$  |
| 4) $12 + n = 20$ | 9) $11 + n = 21$  |
| 5) $13 + n = 21$ | 10) $18 + n = 24$ |

**B** Μπορείς να λύσεις αυτές τις εξισώσεις χωρίς να χρησιμοποιήσεις την αριθμογραμμή;  
Αν όχι, να φτιάξεις μια μεγαλύτερη αριθμογραμμή, έτσι ώστε να μπορείς να μετράς  
μέχρι το 50.

- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| 1) $27 + n = 35$ | 6) $21 + n = 43$  |
| 2) $24 + n = 30$ | 7) $27 + n = 47$  |
| 3) $36 + n = 41$ | 8) $27 + n = 46$  |
| 4) $34 + n = 42$ | 9) $23 + n = 41$  |
| 5) $25 + n = 31$ | 10) $18 + n = 37$ |

## ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Smile 1405

Δίνεται η εξίσωση

---

$$3n = 18$$

Αυτός είναι ένας σύντομος τρόπος για να γράψουμε την εξίσωση.

$$3 \times n = 18$$

Επομένως, ποιος αριθμός, αν τον πολλαπλασιάσουμε με το 3, δίνει 18;

---

$$3 \times 6 = 18$$

---

$$\text{Άρα } n = 6$$

Δίνεται ένα διαφορετικό παράδειγμα:

$$4n = 28$$

$$4 \times n = 28$$

$$\text{Άρα } n = 7$$

---

Να βρεις την τιμή του **n** στις ακόλουθες εξισώσεις:

**A**

- |              |               |
|--------------|---------------|
| 1) $4n = 20$ | 6) $8n = 32$  |
| 2) $6n = 24$ | 7) $5n = 35$  |
| 3) $3n = 21$ | 8) $7n = 42$  |
| 4) $5n = 15$ | 9) $4n = 36$  |
| 5) $7n = 21$ | 10) $8n = 40$ |

**B**

- |              |               |
|--------------|---------------|
| 1) $5n = 45$ | 6) $3n = 72$  |
| 2) $7n = 91$ | 7) $5n = 85$  |
| 3) $6n = 84$ | 8) $7n = 98$  |
| 4) $4n = 72$ | 9) $6n = 90$  |
| 5) $8n = 96$ | 10) $4n = 68$ |

# Ισότητα και ανισότητα

Smile 1406

Αν προσθέσεις το 6 στο 7, παίρνεις το **ίδιο αποτέλεσμα** με το αν προσθέσεις το 7 στο 6.

Το **10 - 3 δεν είναι ίσο** με το **3 - 10**.

$$10 - 3 \neq 3 - 10$$

Να αντιγράψεις αυτές τις ισότητες και να βάλεις το σωστό σημάδι ανάμεσα σε καθένα από τα παρακάτω: = ή ≠

**A**

1) 8 + 3	3 + 8	6) 3 × 6	6 × 3
2) 4 + 9	9 + 4	7) 10 : 2	2 : 10
3) 7 - 4	4 - 7	8) 18 - 10	10 - 18
4) 6 × 7	7 × 6	9) 21 : 3	3 : 21
5) 4 + 0	0 + 4	10) 14 - 6	6 - 14

**B**

1) 27 + 14	14 + 27	6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$
2) 36 - 49	49 - 36	7) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$
3) 15 : 5	5 : 15	8) 0,6 + 0,3	0,3 + 0,6
4) 15 × 5	5 × 15	9) 0,5 - 0,2	0,2 - 0,5
5) 100 : 10	10 : 100	10) 1 : 2	2 : 1

Όπου υπάρχει το σημείο της ισότητας, ισχύει πάντα η **αντιμεταθετική ιδιότητα**.  
Μπορείς να προσθέσεις το 7 στο 6 ή το 6 στο 7 και η απάντηση να είναι **πάντα η ίδια**.

Αυτό σημαίνει ότι η **πράξη της πρόσθεσης** είναι αντιμεταθετική.

Ποιες από αυτές τις πράξεις είναι αντιμεταθετικές;

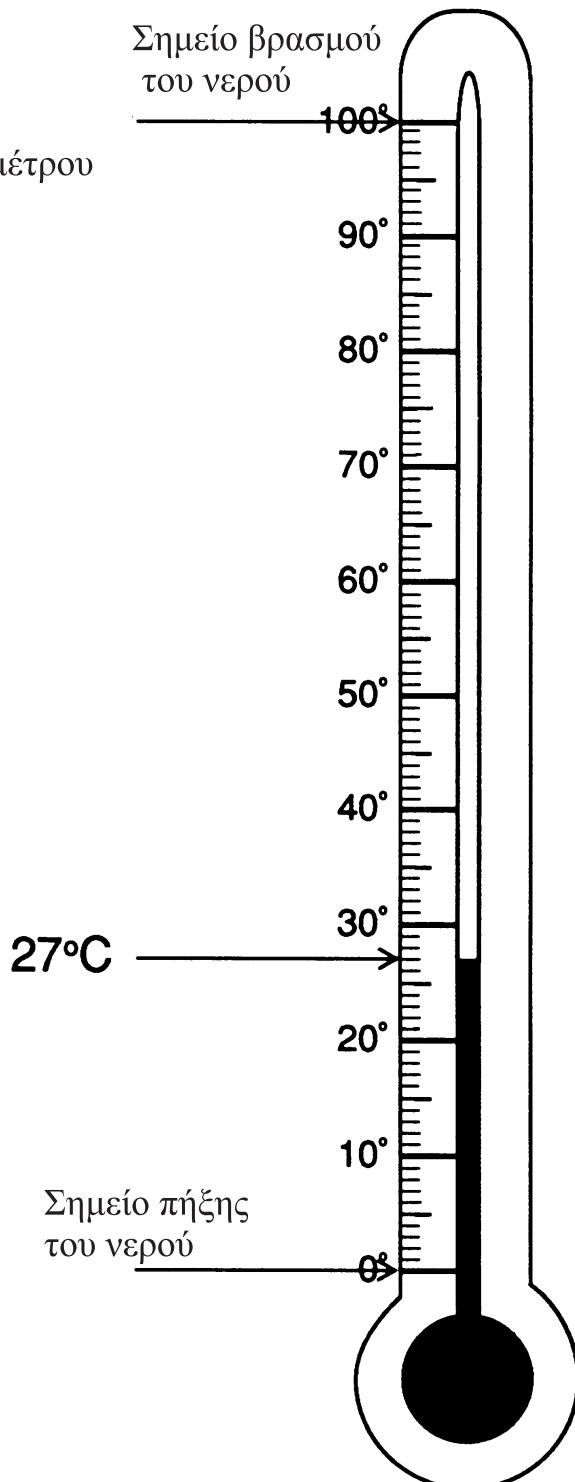
- Η αφαίρεση
- Ο πολλαπλασιασμός
- Η διαίρεση

Να εξηγήσεις τα αποτελέσματά σου.

## Ενδείξεις στο θερμόμετρο

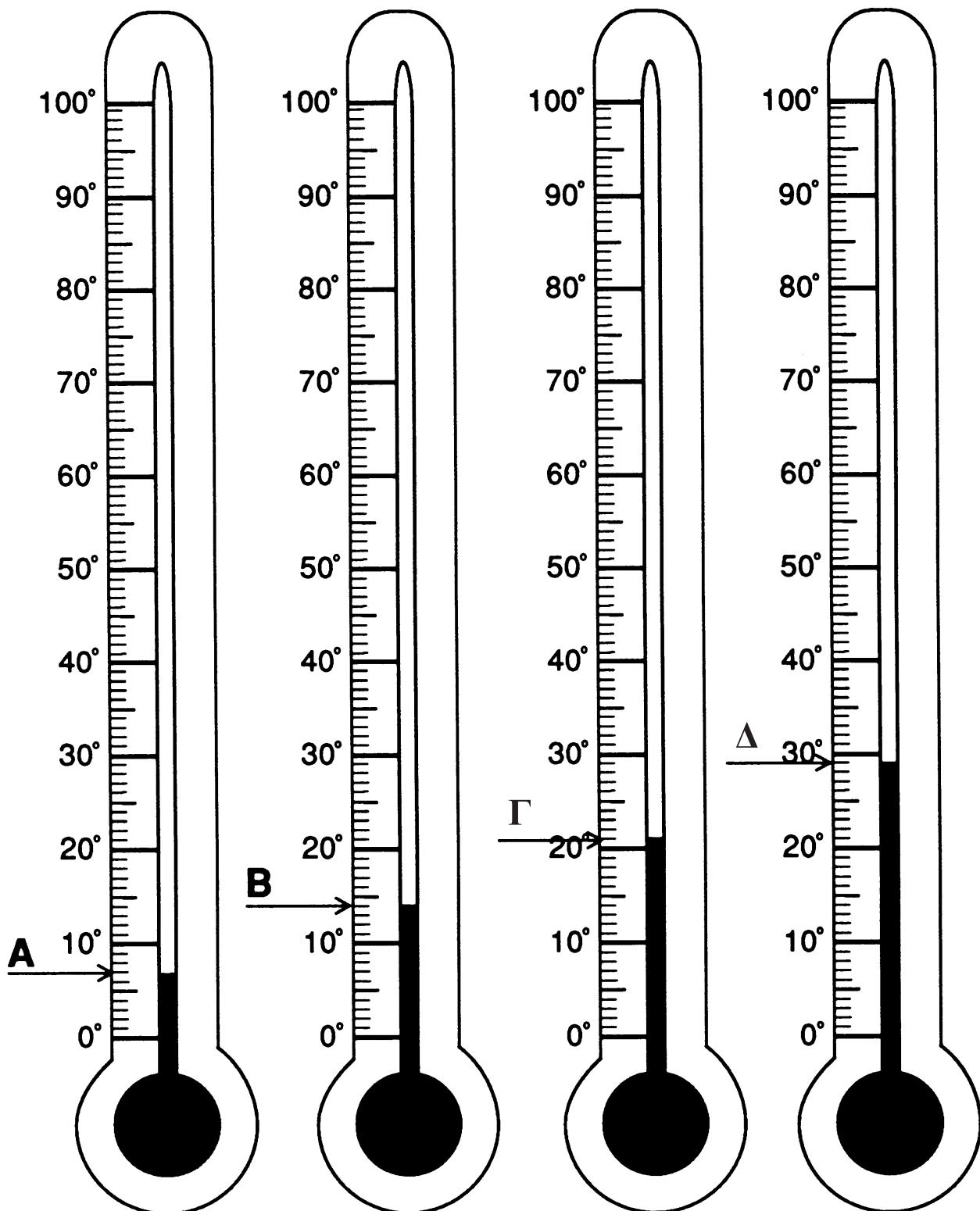
Η κλίμακα μέτρησης αυτού του θερμομέτρου είναι σε βαθμούς Κελσίου (C).

Η θερμοκρασία που δείχνει το θερμόμετρο είναι  
**27°C.**



Smile 1408

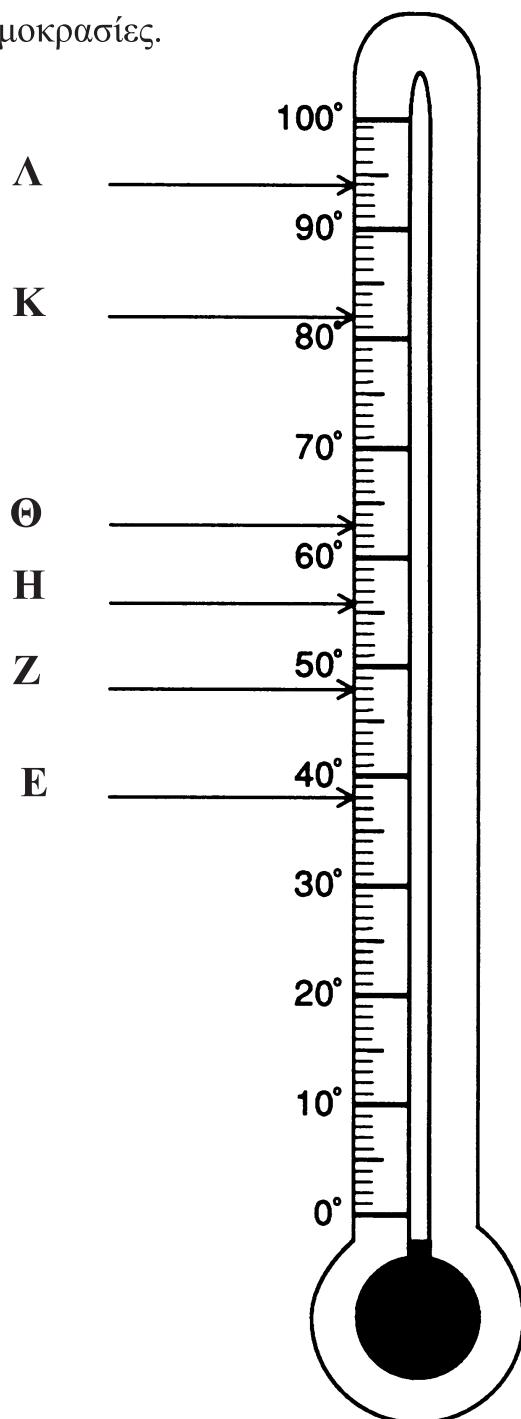
Να καταγράψεις τις θερμοκρασίες που δείχνουν αυτά τα θερμόμετρα  
σε βαθμούς Κελσίου.  
( $^{\circ}\text{C}$ )



## Smile 1408

Ποιες θερμοκρασίες θα καταγραφούν όταν το υγρό φτάσει στο ύψος που δείχνουν τα βέλη;

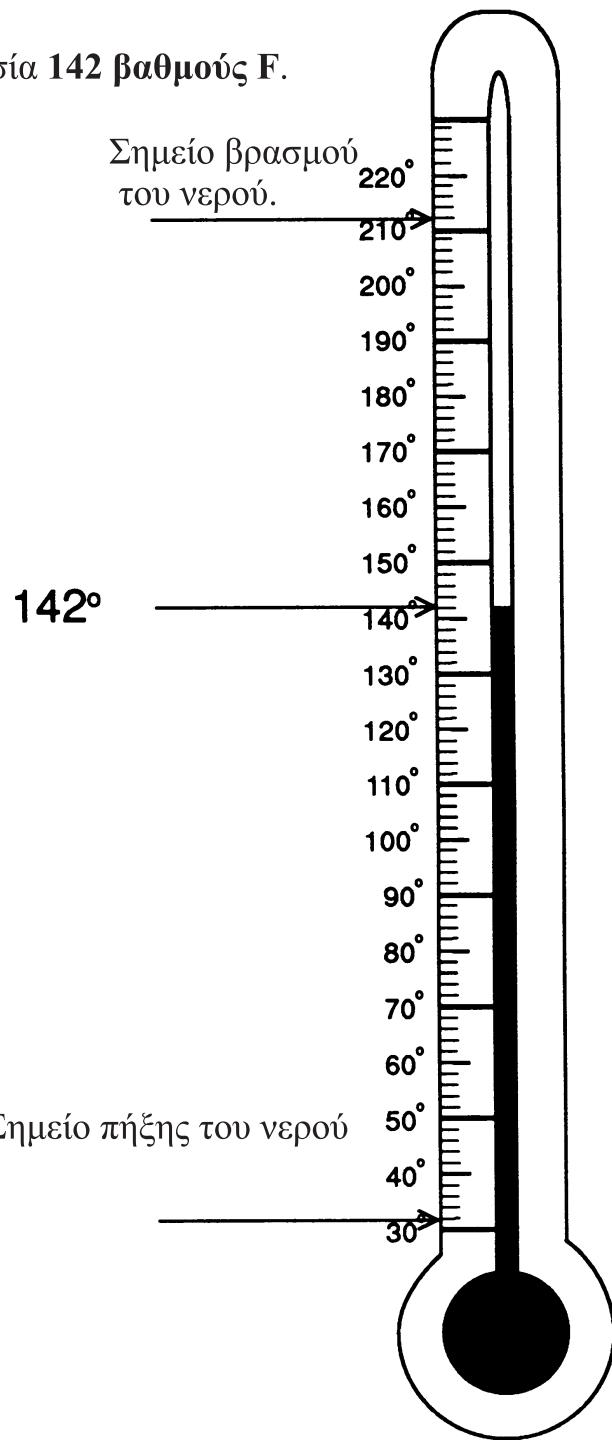
Να φτιάξεις μια λίστα με αυτές τις θερμοκρασίες.



## Smile 1408

Η κλίμακα μέτρησης αυτού του θερμομέτρου είναι σε βαθμούς Φαρενάιτ (F).

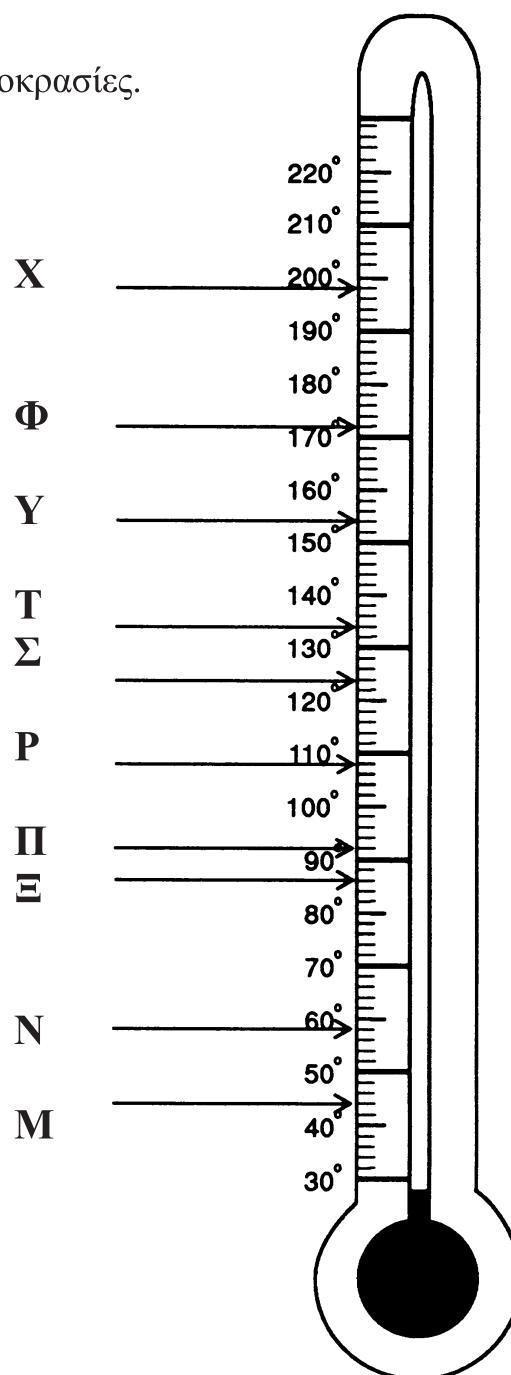
Το θερμόμετρο δείχνει θερμοκρασία **142 βαθμούς F.**



## Smile 1408

Ποιες θερμοκρασίες θα καταγραφούν όταν το υγρό φτάσει στο ύψος που δείχνουν τα βέλη;

Να φτιάξεις μια λίστα με αυτές τις θερμοκρασίες.

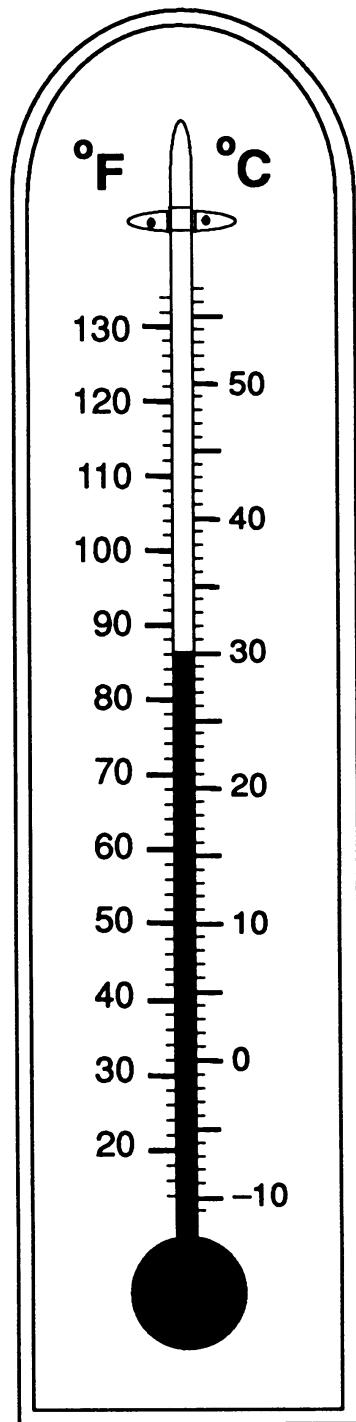


## Smile 1408

Αυτό το θερμόμετρο δείχνει ταυτόχρονα βαθμούς σε κλίμακα Φαρενάιτ (F)  
και σε κλίμακα Κελσίου (C).

Το θερμόμετρο δείχνει θερμοκρασία  
86 βαθμούς F ή 30 βαθμούς C.

86°F ή 30°C →

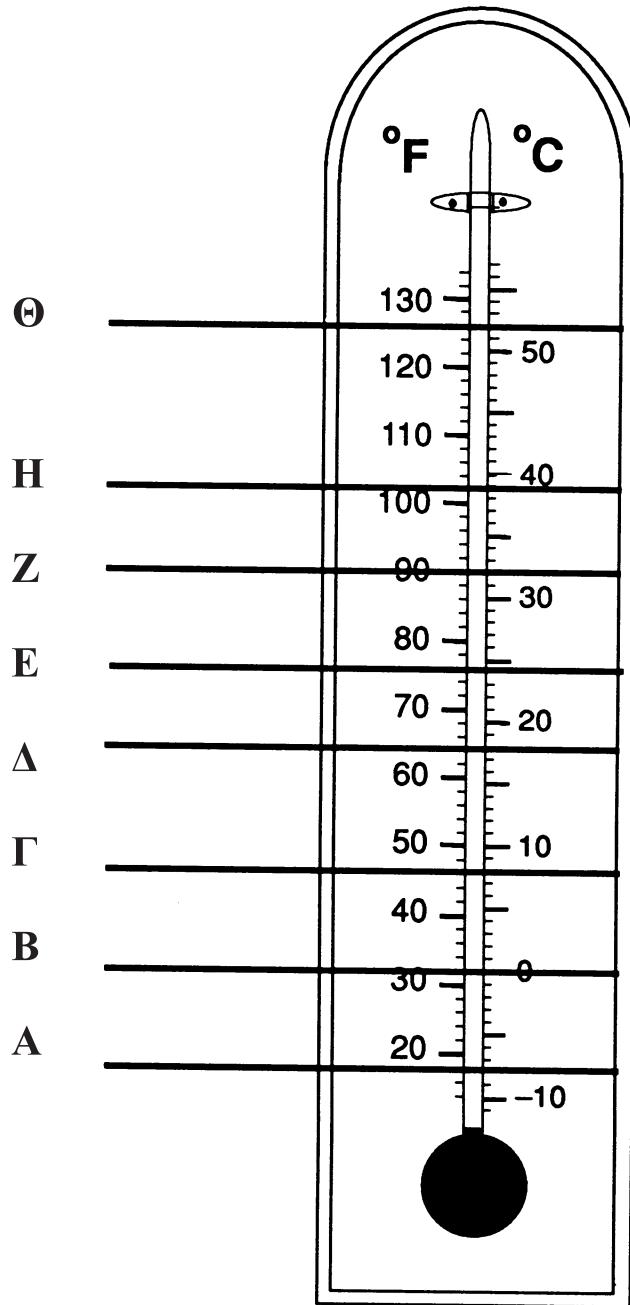


## Smile 1408

Ποιες θερμοκρασίες θα καταγραφούν όταν το υγρό φτάσει στο ύψος που δείχνουν τα βέλη;

Να φτιάξεις μια λίστα με αυτές τις θερμοκρασίες, με όσο πιο μεγάλη ακρίβεια μπορείς:

- (α) σε βαθμούς Φαρενάιτ
- (β) σε βαθμούς Κελσίου



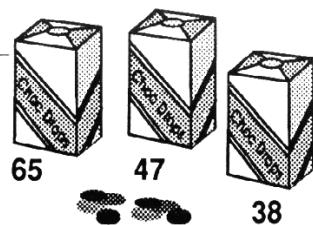
## Μέσος όρος

Smile 1409

**Για να βρεις το μέσο όρο από ένα σύνολο τιμών**

- Βρίσκεις το άθροισμα των τιμών
- Διαιρείς το άθροισμα με τον αριθμό των τιμών.

Καθένα από αυτά τα τρία κουτιά περιέχει διαφορετικό αριθμό από γλυκά.



Το άθροισμά τους είναι 150.

Αν τα είχαν μοιράσει εξίσου στα τρία κουτιά, τότε κάθε κουτί θα περιείχε 50 γλυκά.

**Οι βαθμοί του Σαρίφ (στα 100)**

Καλλιτεχνικά	Γλώσσα	Ιστορία	Φυσικές Επιστήμες	Γαλλικά	Γεωγραφία	Μαθηματικά
44	37	29	31	29	36	25

Σύνολο βαθμολογίας = **231**  
(44 + 37 + 29 + 31 + 29 + 36 + 25)

Αριθμός μαθημάτων = **7**

Μέσος όρος =  **$\frac{231}{7} = 33$**

Ο μέσος όρος της βαθμολογίας του Σαρίφ είναι 33.

$$\begin{array}{r} \text{Σύνολοκός αριθμός γλυκών } 65 \\ 47 \\ + 38 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Μέσος όρος των} \\ \text{τριών αριθμών} \end{array} \quad 150 : 3 = 50$$

Ο μέσος όρος του αριθμού των γλυκών είναι 50.

1. Η βαθμολογία του Θάνου (στα 100):

Αγγλικά	Ιστορία	Φυσ. Επ/μες	Γαλλικά	Γεωγραφία	Μαθηματικά	Τέχνες
34	20	31	25	28	42	37

Να βρεις το μέσο όρο της βαθμολογίας του Θάνου.

2. Ο αριθμός των σπίρτων σε καθένα από τα δέκα κουτιά είναι:



Τι θα έπρεπε να γράψει ο κατασκευαστής για το μέσο όρο σπίρτων σε κάθε κουτί;

3. Ο αριθμός των αυτοκινήτων που περνούν ανά ώρα από μια διάβαση είναι:

Χρόνος	1η ώρα	2η ώρα	3η ώρα	4η ώρα	5η ώρα	6η ώρα
Αυτοκίνητα	75	83	204	66	90	86

Να βρεις το μέσο όρο του αριθμού των αυτοκινήτων που περνούν από τη διάβαση ανά ώρα.

4. Κάποιοι μαθητές συνέλεξαν τα παρακάτω ποσά για φιλανθρωπικούς σκοπούς:

Nίκος	Κατερίνα	Τζένη	Χαρά	Γκέλη
25	18	29	31	22

Να βρεις το μέσο όρο του ποσού που αναλογεί σε κάθε μαθητή.

Smile 1411

## Ρωμαϊκή γραφή αριθμών

Ο τρόπος γραφής των αριθμών από τους Ρωμαίους χρησιμοποιήθηκε για πολλά χρόνια μετά την πτώση της Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας.

Στο ρωμαϊκό σύστημα γραφής των αριθμών, οι μικροί αριθμοί γράφονται:

Για παράδειγμα:

I για το 1  
V για το 5  
X για το 10

και

III = 3  
XIII = 13  
XVIII = 18

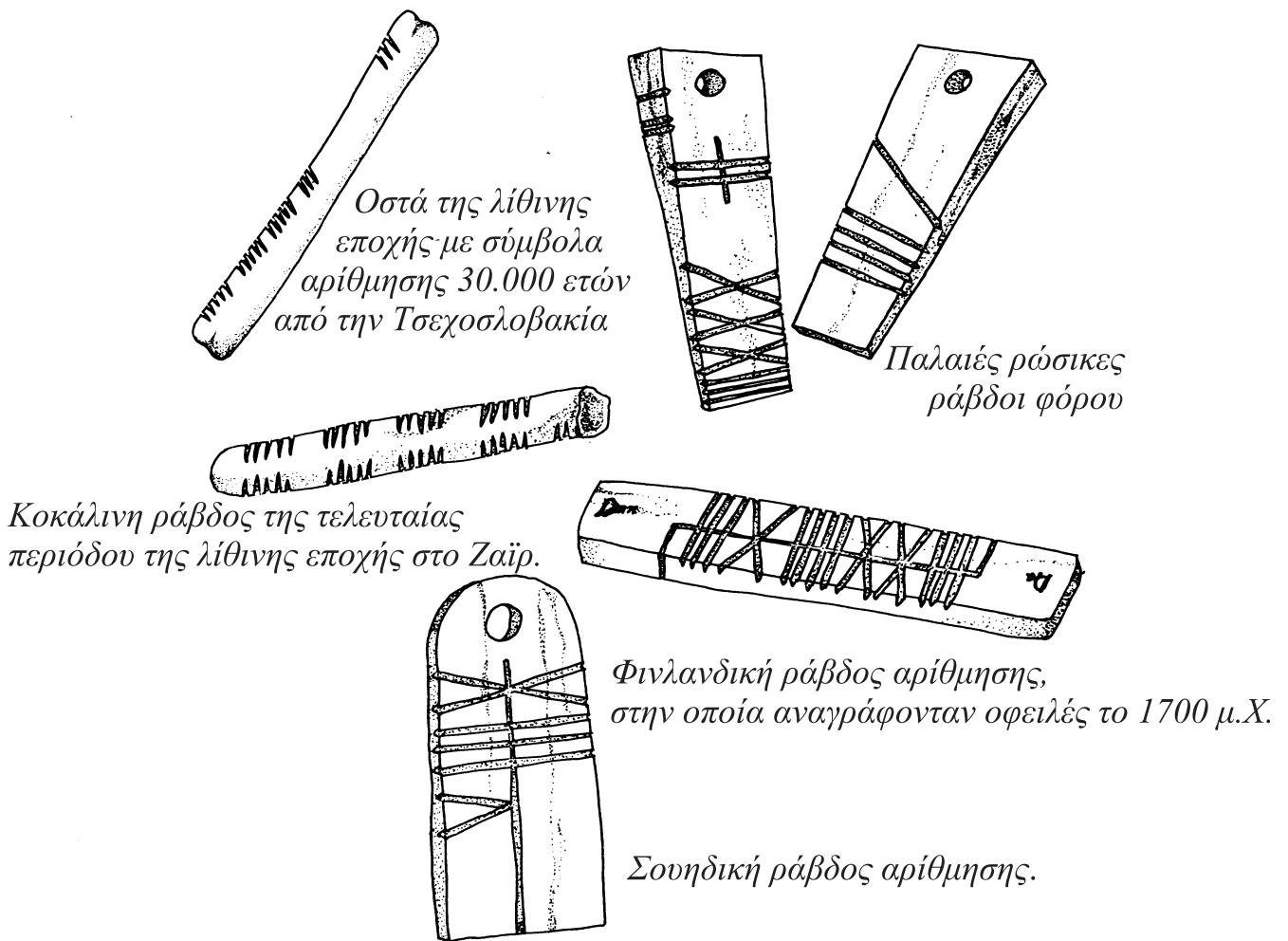


Να μετατρέψεις τα παρακάτω στο σημερινό σύστημα γραφής των αριθμών:

- |        |        |         |            |
|--------|--------|---------|------------|
| 1. II  | 3. VII | 5. XXXV | 7. VIII    |
| 2. XII | 4. XX  | 6. XXVI | 8. XXXVIII |

## Smile 1411

Τα σύμβολα I, V και X έχουν χρησιμοποιηθεί πάνω σε ξύλινες ράβδους αρίθμησης για εκατοντάδες χρόνια.



Οι ράβδοι αρίθμησης χρησιμοποιούνταν ακόμη στη Σουηδία, στις αρχές αυτού του αιώνα.

9. Μπορείς να βρεις κάποια σχέση ανάμεσα στο V και στο X;

Smile 1411

Για να γράψουν μεγαλύτερους αριθμούς, οι Ρωμαίοι χρησιμοποιούσαν:

L για το	50
C για το	100
D για το	500
M για το	1000

Για παράδειγμα:  
**CCC = 300**  
**MCCIII = 1203**  
**DC = 600**

Να μετατρέψεις τους παρακάτω αριθμούς στο σημερινό σύστημα γραφής:

- |         |             |
|---------|-------------|
| 10. CC  | 14. MCCLI   |
| 11. MMM | 15. MCCCLXI |
| 12. CL  | 16. MDCLXVI |
| 13. CLV | 17. MMVIII  |

Δεν γνωρίζουμε με βεβαιότητα γιατί χρησιμοποιήθηκαν τα σύμβολα L και D.  
Οι λέξεις Centrum και Mille αρχίζουν από τα γράμματα C και M του λατινικού αλφαριθμητικού.

Γύρισε σελίδα

Για να αποφύγουν τη μεγάλη λίστα συμβόλων για αριθμούς όπως το 9, οι Ρωμαίοι έγραφαν IX, που σημαίνει «1 λιγότερο από το 10».

18. Να εξηγήσεις γιατί οι Ρωμαίοι έγραφαν CM για το 900.
19. Πώς θα μετέφραζες το XC;
20. Να εξηγήσεις γιατί το MCM είναι το 1900.

Να μετατρέψεις τα παρακάτω:

- |         |               |           |
|---------|---------------|-----------|
| 21. XIX | 23. MMCM      | 25. LXXIX |
| 22. CXC | 24. MMCMXXIII | 26. MDLIX |

27. Πώς μπορείς να πεις ότι ένας αριθμός περιέχει το 9, το 90 ή το 900;

28. Από το Μεσαίωνα χρησιμοποιούσαν την ίδια ιδέα για να γράψουν IV αντί για III. Να το εξηγήσεις.

Να μετατρέψεις τα παρακάτω:

- |          |               |
|----------|---------------|
| 29. XCIV | 30. MCMLXXXIV |
|----------|---------------|

Αν θέλεις να μάθεις περισσότερα σχετικά με τον τρόπο γραφής των αριθμών από τους Ρωμαίους, μπορείς να ανατρέξεις στη βιβλιοθήκη.

4.

- Σκέψου έναν αριθμό**
- Να προσθέσεις 2
- Να πολλαπλασιάσεις με το 3
- Να αφαιρέσεις 6
- Να διαιρέσεις με το 3
- Να αφαιρέσεις τον αριθμό που αρχικά σκέφτηκες

Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα με σημαίες.

Να δοκιμάσεις ξεκινώντας με:

- (α) έναν ακέραιο αριθμό (ένα μη θετικό ακέραιο)
- (β) ένα κλάσμα ή ένα δεκαδικό αριθμό
- (γ) έναν αρνητικό αριθμό
- (δ) ένα γράμμα

5. Να επινοήσεις ένα παιχνίδι, το οποίο να καταλήγει πάντα στο 3.

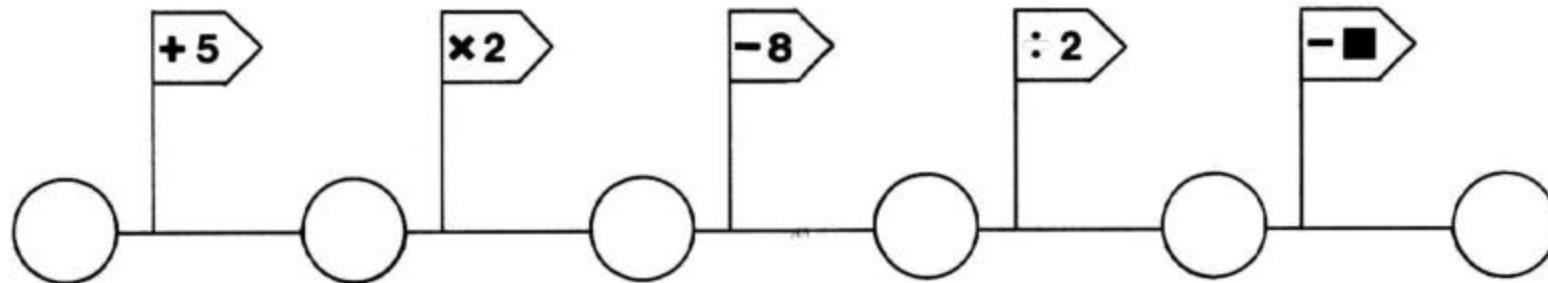
## Αριθμητική σπαζοκεφαλιά

- Να βρεις έναν αριθμό
- Να προσθέσεις 5
- Να πολλαπλασιάσεις με το 2
- Να αφαιρέσεις 8
- Να διαιρέσεις το αποτέλεσμα με το 2
- Να αφαιρέσεις τον αριθμό που αρχικά σκέφτηκες

Να επιχειρήσεις να παίξεις αυτό το παιχνίδι μερικές φορές.

1. Τι αποτελέσματα προκύπτουν, όταν ξεκινήσεις με:
  - α) το 100
  - β) το 1000
  - γ) ένα κλάσμα ή ένα δεκαδικό
  - δ) έναν αρνητικό αριθμό

Μπορείς να δώσεις κάποια εξήγηση για τα αποτελέσματα που προκύπτουν;



Τα διαγράμματα με σημαίες αποτελούν ένα χρήσιμο τρόπο, για να σημειώσεις τις πράξεις που εκτελείς.

2. Να χρησιμοποιήσεις το διάγραμμα με σημαίες της παραπάνω εικόνας μία ή δύο φορές μέχρι να βεβαιωθείς ότι το έχεις καταλάβει.

3. Για να αποδείξεις ότι το παιχνίδι πάντα ισχύει, ίσως σε βοηθήσει να ξεκινήσεις με x (ή με y ή με z ή ...). Να χρησιμοποιήσεις το ίδιο διάγραμμα με σημαίες.

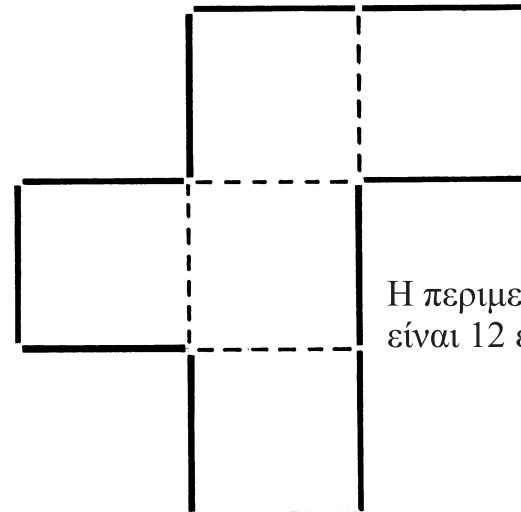
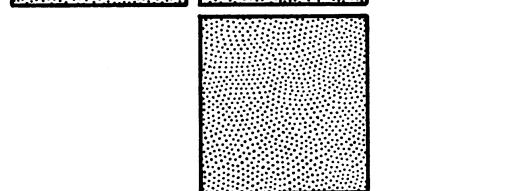
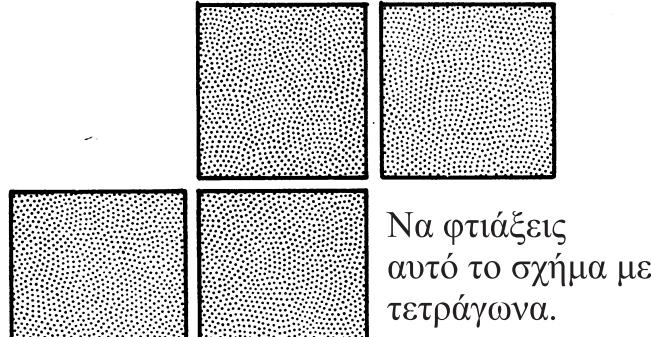
Να γράψεις x στον πρώτο κύκλο και, στη συνέχεια, να σημειώσεις το αποτέλεσμα της πράξης σε κάθε φάση, καθώς θα προχωράς.

Τελειώνεις καταλήγοντας στο 1;

Γύρισε σελίδα

Θα χρειαστείς τετράγωνα πούλια (με πλευρά 1 εκατοστού).

## Περίμετρος δώδεκα εκατοστών



1. Να βρεις όσα περισσότερα σχήματα μπορείς με περίμετρο 12 εκατοστά.  
Να τα σχεδιάσεις στο τετράδιό σου.
2. Μπορείς να φτιάξεις ένα σχήμα με περίμετρο 12 εκατοστά χρησιμοποιώντας:  
8 τετράγωνα;  
6 τετράγωνα;
3. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός τετραγώνων που θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις για να φτιάξεις ένα σχήμα με περίμετρο 12 εκατοστά;  
Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός τετραγώνων που θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις;

Θα χρειαστείς τα πούλια από το φύλλο εργασίας **1417Α**.

Smile 1417

## Δεκάδες - ένα παιχνίδι για 2 παίκτες


1. Μοίρασε τα πούλια σε κάθε παίκτη.
2. Ο καθένας με τη σειρά του να τοποθετήσει ένα πούλι σε οποιοδήποτε ελεύθερο τετράγωνο.
3. Προσπάθησε να συμπληρώσεις μια γραμμή με 3 πούλια που να δίνουν συνολικό άθροισμα 10. Η γραμμή που θα συμπληρωθεί μπορεί να έχει οποιαδήποτε κατεύθυνση.  
Όταν σχηματίσεις μια τέτοια γραμμή, παίρνεις τα 3 πούλια.
4. Το παιχνίδι τελειώνει όταν χρησιμοποιηθούν όλα τα πούλια ή όταν γεμίσει ο πίνακας.
5. Νικητής είναι ο παίκτης που έχει χρησιμοποιήσει τα περισσότερα πούλια.

Smile 1421

Θα χρειαστείς μερικά μικρά τετράγωνα.

## ΣΧΗΜΑΤΑ ΜΕ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ

1 τετράγωνο



1 σχήμα

2 τετράγωνα



1 σχήμα



3 τετράγωνα



2 σχήματα



4 τετράγωνα



5 σχήματα



5 τετράγωνα



?

?

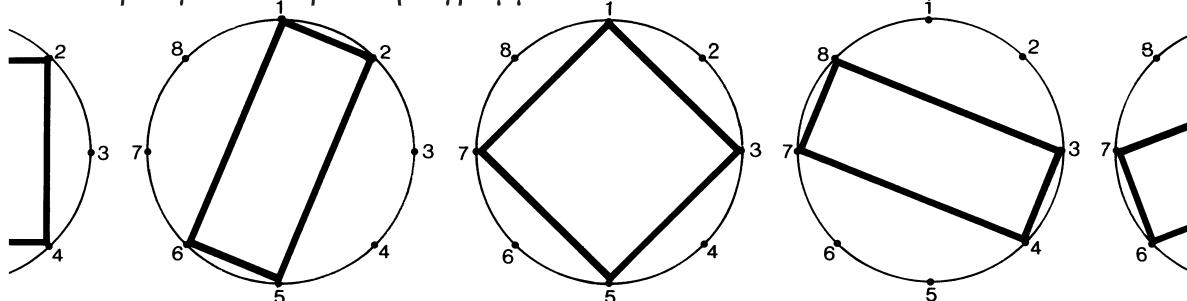


?

## Ορθογώνια παραλληλόγραμμα μέσα σε κύκλους

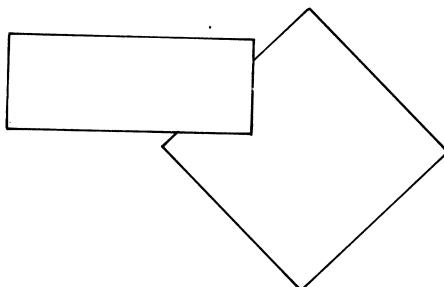
Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας 1422Α.

Σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 8 ίσα μέρη μπορείς, αν ενώσεις τις τελείες, να σχεδιάσεις πολλά ορθογώνια παραλληλόγραμμα. . .



. . . αλλά μόνο 2 από αυτά θα είναι διαφορετικά!

Προσπάθησε να σχεδιάσεις μόνος σου ορθογώνια παραλληλόγραμμα.



Πόσα διαφορετικά ορθογώνια παραλληλόγραμμα μπορείς να φτιάξεις σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 12 ίσα μέρη;

Πόσα διαφορετικά ορθογώνια παραλληλόγραμμα μπορείς να φτιάξεις σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 16 ίσα μέρη;

Θα χρειαστείς κομπιουτεράκι.

Smile 1423

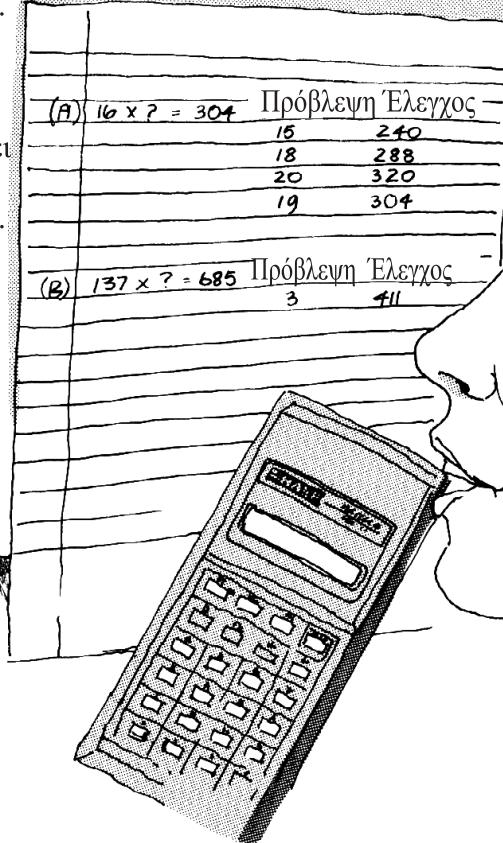
## Προβλέψεις με το κομπιουτεράκι

$$16 \times ? = 304$$

Νομίζω ότι θα μπορούσε να είναι το 15.  
Θα χρησιμοποιήσω το κομπιουτεράκι για να το ελέγξω.  
240... Είναι πολύ μικρότερο.  
Θα δοκιμάσω το 18. Είναι και πάλι πολύ μικρότερο.

Θα δοκιμάσω το 20.  
Αυτή τη φορά είναι πολύ μεγαλύτερο...

Αλλά έχω πλησιάσει πολύ.  
Θα δοκιμάσω το 19.  
Θαυμάσια, είναι σωστό.



Δοκίμασε να κάνεις το ίδιο με τις παρακάτω ισότητες:

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| 1. $137 \times ? = 685$ | 6. $? \times 46 = 966$   |
| 2. $? \times 21 = 147$  | 7. $4956 = 354 \times ?$ |
| 3. $19 \times ? = 247$  | 8. $? \times 214 = 2568$ |
| 4. $? \times 23 = 529$  | 9. $25 \times ? = 625$   |
| 5. $24 \times ? = 384$  | 10. $25 \times ? = 6250$ |

# Μαντεύω το αποτέλεσμα της διαίρεσης

$$72 : \blacksquare = 6$$

7 2 1 8 = ....

Εκτιμώ ότι θα είναι το 8. Θα πληκτρολογήσω  
Όχι, το αποτέλεσμα είναι πολύ μεγαλύτερο.

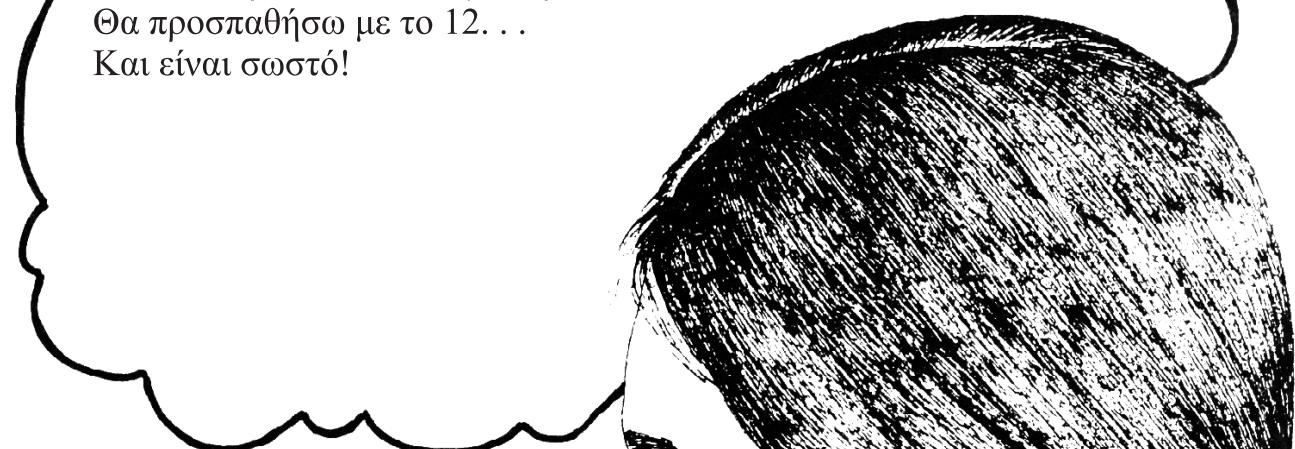
Θα προσπαθήσω με το 11. 7 2 1 1 1 1 1 ....

Το αποτέλεσμα είναι ακόμη πολύ μεγαλύτερο από το 6.

Θα προσπαθήσω με το 13. . .  
Τώρα το αποτέλεσμα είναι πολύ μικρότερο.

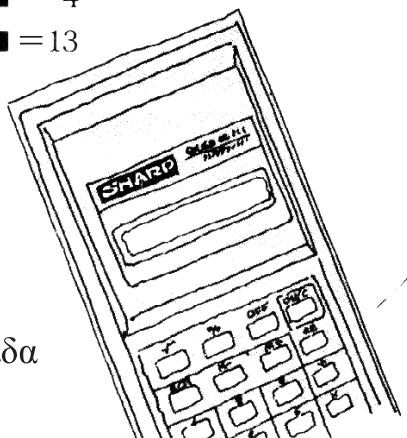
Τότε, θα πρέπει να είναι μεταξύ του 11 και του 13. . .

Θα προσπαθήσω με το 12. . .  
Και είναι σωστό!



Να κάνεις το ίδιο με τα παρακάτω:

1.  $64 : \blacksquare = 4$
2.  $104 : \blacksquare = 13$



Γύρισε σελίδα

Είναι πιο εύκολο να βρω το σωστό αποτέλεσμα,  
αν σημειώνω τις προβλέψεις μου.  
Από τον πίνακα μπορώ να καταλάβω πότε είμαι κοντά στο  
σωστό αποτέλεσμα.

(a) 72 : ■ = 6	
Πρόβλεψη	
8	Yπολογισμός στο κομπιουτεράκι
11	6,54545
13	5,53846
12	6
72 : 12 = 6	
(b) 96 : ■ = 12	
Πρόβλεψη	
10	Yπολογισμός στο κομπιουτεράκι
9	9,6
	10,666

3. Να υπολογίσεις το παρακάτω.  
Να φτιάξεις μια λίστα με τις  
προβλέψεις σου.

$$84 : ■ = 12$$

Να λύσεις τα παρακάτω με  
τον ίδιο τρόπο.  
(Τα αποτελέσματα είναι  
πάντα φυσικοί αριθμοί.)

- |                |                  |
|----------------|------------------|
| 4. 54 : ■ = 6  | 10. 56 : ■ = 8   |
| 5. 105 : ■ = 7 | 11. 168 : ■ = 56 |
| 6. 52 : ■ = 13 | 12. 144 : ■ = 6  |
| 7. 81 : ■ = 9  | 13. 520 : ■ = 52 |
| 8. 75 : ■ = 15 | 14. 136 : ■ = 8  |
| 9. 90 : ■ = 15 | 15. 136 : ■ = 17 |

## Μια πλούσια θεία

Smile 1425

Ο Τέλης έχει μια πλούσια θεία, η οποία είναι μαθηματικός. Του έγραψε ένα γράμμα.

*Αγαπητέ μου Τέλη,*

*Τώρα που είμαι αρκετά μεγάλη (σήμερα κλείνω τα 70),  
θέλω να σου δώσω κάποια από τα χρήματά μου. Θα σου  
δίνω ένα ποσό κάθε χρόνο, αρχίζοντας από τώρα.  
Μπορείς να επιλέξεις όποιον από τους παρακάτω τρόπους  
θέλεις για να γίνει αυτό.  
α) 100 ευρώ τώρα, 90 ευρώ τον επόμενο χρόνο, 80 τον  
μεθεπόμενο, κ.ο.κ.*

*β) 10 ευρώ τώρα, 20 τον επόμενο χρόνο, 30 τον μεθεπό-  
μενο, κ.ο.κ.*

*γ) 10 ευρώ τώρα,  $1\frac{1}{2}$  φορά περισσότερα τον επόμενο  
χρόνο,  $1\frac{1}{2}$  φορά περισσότερα τον μεθεπόμενο κ.ο.κ.*

*δ) 1 ευρώ τώρα, 2 ευρώ τον επόμενο χρόνο, 4 τον μεθεπό-  
μενο, 8 το χρόνο μετά κ.ο.κ.*

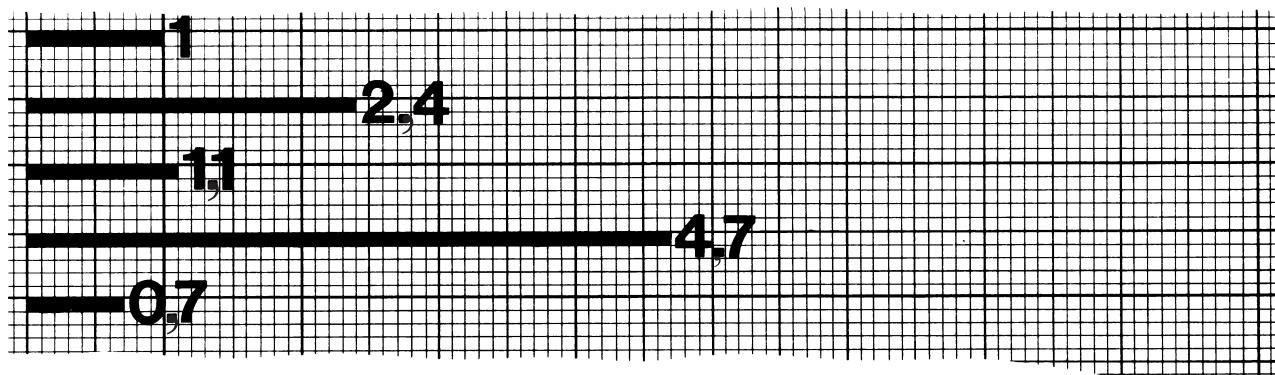
*Ασφαλώς, ο τρόπος που θα επιλέξεις θα ισχύει όσο ζω.  
Περιμένω με ανυπομονησία να μάθω ποια διαδικασία  
προτιμάς και γιατί.*

*Με αγάπη  
Η θεία Άρτεμις*

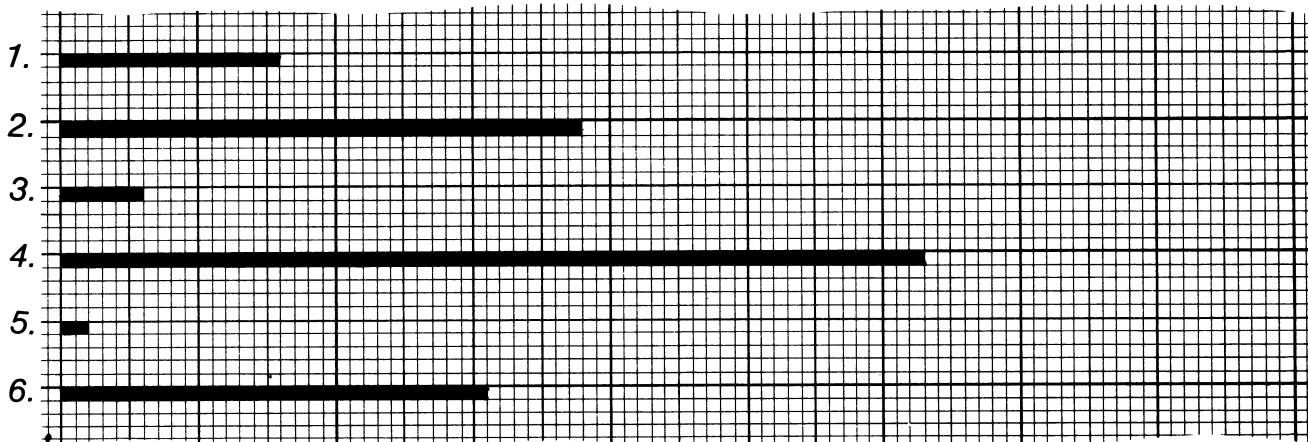
Να απαντήσεις σε αυτό το γράμμα.

## Γραμμές με δεκαδικούς αριθμούς

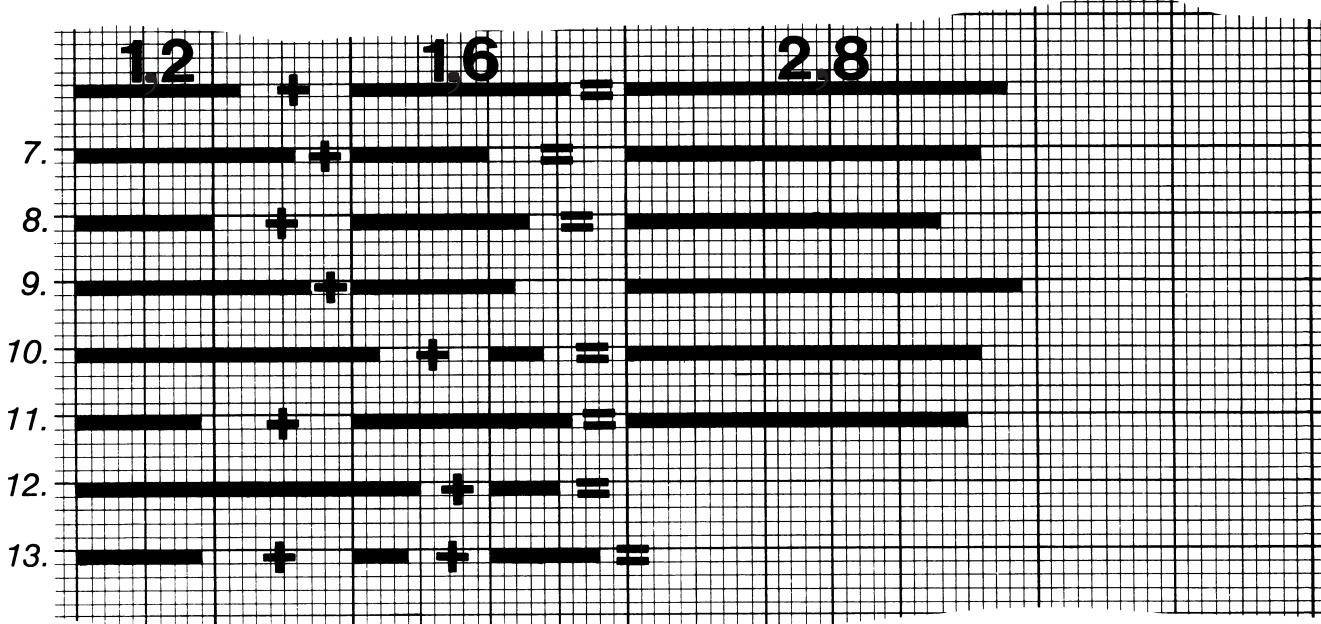
Smile 1426



Ποιοι δεκαδικοί αριθμοί παρουσιάζονται με αυτές τις γραμμές;



Προσθέτοντας δεκαδικούς αριθμούς:



Να κάνεις τις παρακάτω προσθέσεις. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις μιλιμετρέ χαρτί για να σχεδιάσεις τις γραμμές.

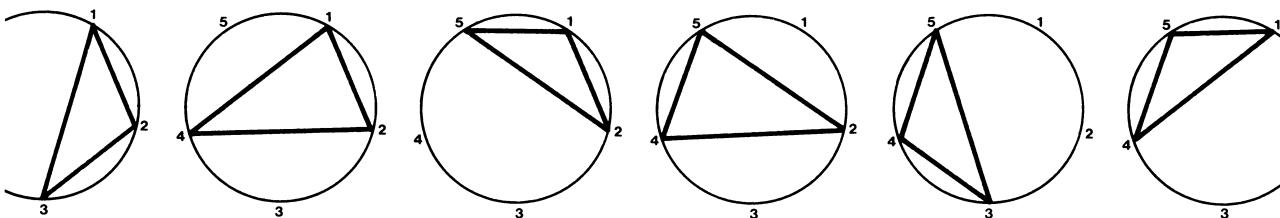
- |             |             |             |                 |
|-------------|-------------|-------------|-----------------|
| 14. 1,6+0,3 | 16. 1,4+0,6 | 18. 2,4+1,7 | 20. 3,3+1,8     |
| 15. 0,7+2,1 | 17. 1,3+1,7 | 19. 1,5+2,8 | 21. 0,6+0,8+0,7 |

## Τρίγωνα σε κύκλους

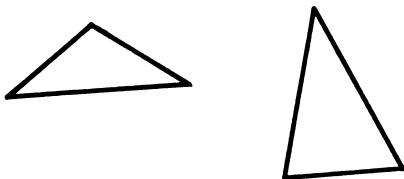
Smile **1427**

Θα χρειαστείς αριθμημένους κύκλους.

Σε έναν κύκλο χωρισμένο σε πέντε ίσα μέρη μπορείς, αν ενώσεις τις τελείες,  
να σχεδιάσεις πολλά τρίγωνα. . .



. . . αλλά μόνο δύο από αυτά είναι διαφορετικά!



Να διερευνήσεις πόσα τρίγωνα μπορούν να σχεδιαστούν σε έναν κύκλο χωρισμένο

σε 3 ίσα μέρη

σε 4 ίσα μέρη

σε 6 ίσα μέρη

σε 7 ίσα μέρη. . .

# Άθροισμα και Γινόμενο

$$4 + 12 = 16$$

$$4 \times 12 = 48$$

Το 16 είναι παράγοντας του 48.

Επομένως, για το ζευγάρι των αριθμών 4 και 12, το άθροισμά τους αποτελεί παράγοντα του γινομένου τους.

Να βρεις άλλα ζεύγη αριθμών, για τα οποία ισχύει το ίδιο.

Σε κάθε ζεύγος, να εξετάσεις τη σχέση των αριθμών μεταξύ τους.

Να εξετάσεις τη σχέση ανάμεσα στο άθροισμα και το γινόμενο **3** αριθμών.

Smile 1429

## Πολλαπλάσια του 3 και του 9

1. Να γράψεις τα πολλαπλάσια του 3 σε μια στήλη.

Να συνεχίσεις όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα.

Αν δεν μπορείς να συνεχίσεις, να βρεις πού έκανες λάθος.

3	
6	
9	
12	$\rightarrow 1+2=3$
15	$\rightarrow 1+5=6$
18	$\rightarrow 1+8=$
21	$\rightarrow 2+1=$
24	
39 $\rightarrow 3+9=12 \rightarrow 1+2=3$	
66	$\rightarrow 6+6=12 \rightarrow 1+2=3$
69	$\rightarrow 6+9=15 \rightarrow 1+5=6$

2. Να συνεχίσεις τον πίνακα για να συμπεριλάβεις μερικά πολλαπλάσια του 3 που είναι μεγαλύτερα από το 100. Ισχύει ακόμη ο κανόνας;

3. Να φτιάξεις έναν άλλο πίνακα με μερικούς αριθμούς που δεν είναι πολλαπλάσια του 3. Τι παρατηρείς;

4. Να γράψεις τα πολλαπλάσια του 9 σε μια στήλη. Μπορείς να βρεις τον κανόνα για τα πολλαπλάσια του 9;

5. Είναι το 297114236 πολλαπλάσιο του 3; Να το εξηγήσεις.

6. Είναι το 67421502 πολλαπλάσιο του 9; Να το εξηγήσεις.

7. Να γράψεις ακόμη 3 μεγάλους αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 3. Να διαιρέσεις τους αριθμούς με το 3, για να το ελέγξεις.

8. Να γράψεις μερικά πολλαπλάσια του 9 και να τα ελέγξεις.

Smile 1430

Θα χρειαστείς πούλια και ένα ζάρι.

## ΧΟΡΟΠΗΔΩ

Να ρίξεις το ζάρι.

Ο παίκτης που θα συγκεντρώσει πρώτος 100 πόντους θα είναι ο νικητής.



Να προχωρήσεις 10 κουτάκια μπροστά.



Να προχωρήσεις 10 κουτάκια πίσω.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Τέρμα

## Τριγωνικές Κανονικότητες

Θα χρειαστείς μια αριθμομηχανή.

1. (α) Να χρησιμοποιήσεις την αριθμομηχανή σου, για να κάνεις τις παρακάτω πράξεις:

$$\begin{array}{c} 1 \times 1 \\ 11 \times 11 \\ 111 \times 111 \\ 1111 \times 1111 \end{array}$$

- (β) Ποιούς κανόνες διακρίνεις;  
 (γ) Χωρίς να χρησιμοποιήσεις την αριθμομηχανή σου, να γράψεις τις επόμενες 5 γραμμές της σειράς.

$$\begin{array}{c} 11111 \times 11111 \\ 111111 \times 111111 \\ 1111111 \times 1111111 \\ 11111111 \times 11111111 \\ 111111111 \times 111111111 \end{array}$$

- (δ) Να ελέγξεις τις πράξεις με την αριθμομηχανή. Τι παρατηρείς;  
 (ε) Πρόσεξε την επόμενη γραμμή της σειράς.

$$1111111111 \times 1111111111$$

Να ελέγξεις την απάντησή σου και να συζητήσεις όποια προβλήματα εμφανίζονται.

2. Παρακάτω, δίνονται μερικές ιδέες για αναζήτηση κανονικότητας. Να τις μελετήσεις.

(α)	$3 \times 3$	(β)	$3 \times 3 + 1$
	$33 \times 33$		$33 \times 33 + 11$
	$333 \times 333$		$333 \times 333 + 111$
(γ)	$1 \times 9$	(δ)	$1 \times 99$
	$12 \times 9$		$12 \times 99$
	$123 \times 9$		$123 \times 99$
(ε)	$1 \times 8$	(στ)	$6 \times 7$
	$12 \times 8$		$66 \times 67$
	$123 \times 8$		$666 \times 667$

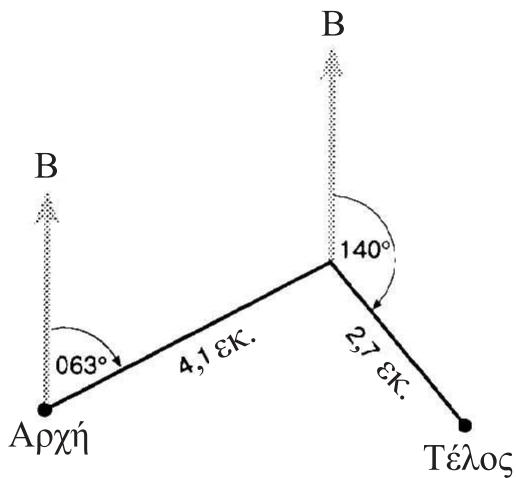
3. Να κατασκευάσεις μερικές δικές σου κανονικότητες.

Smile 1434

## Γωνίες προσανατολισμού και σχεδιασμός σε κλίμακα

Θα χρειαστείς ένα μοιρογνωμόνιο.

1. α) Αυτό το σχήμα απεικονίζει ένα ταξίδι, το οποίο πραγματοποιήθηκε σε δύο στάδια. Έχει σχεδιαστεί σε κλίμακα 1 εκ.: 100 χμ.



Το πρώτο στάδιο του ταξιδιού είναι:

410 χμ. με γωνία προσανατολισμού 063°.

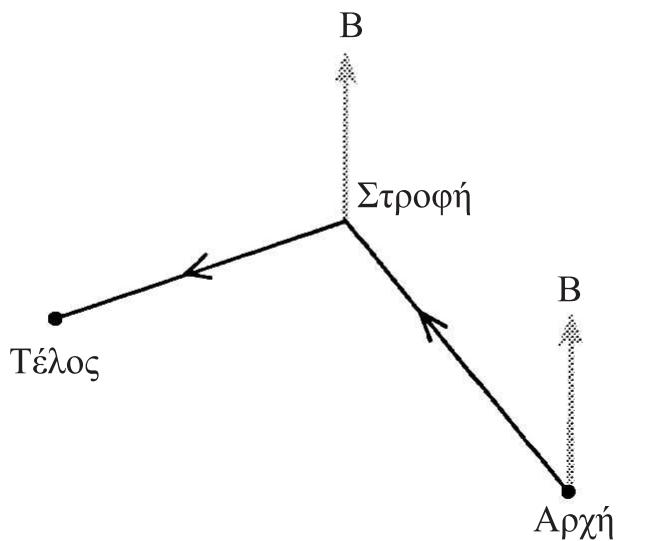
■ Ποιο είναι το δεύτερο στάδιο αυτού του ταξιδιού;

■ Να περιγράψεις το καθένα από τα παρακάτω ταξίδια δύο σταδίων.

Η κλίμακα είναι 1 εκ.:100 χμ.

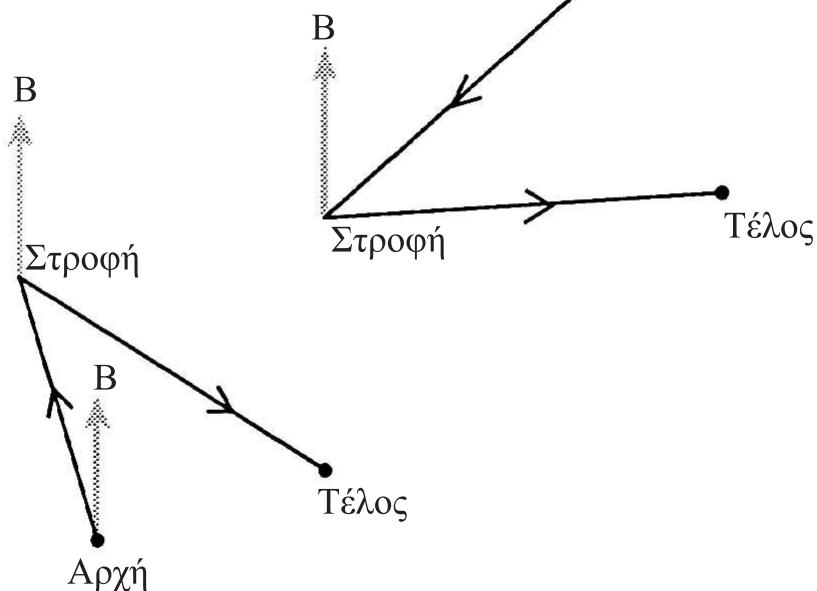
Smile 1434

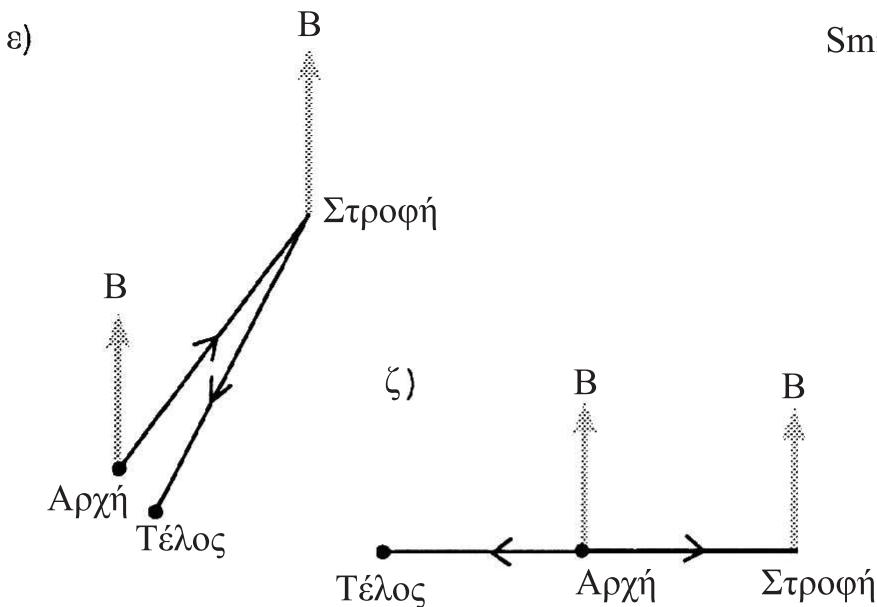
β)



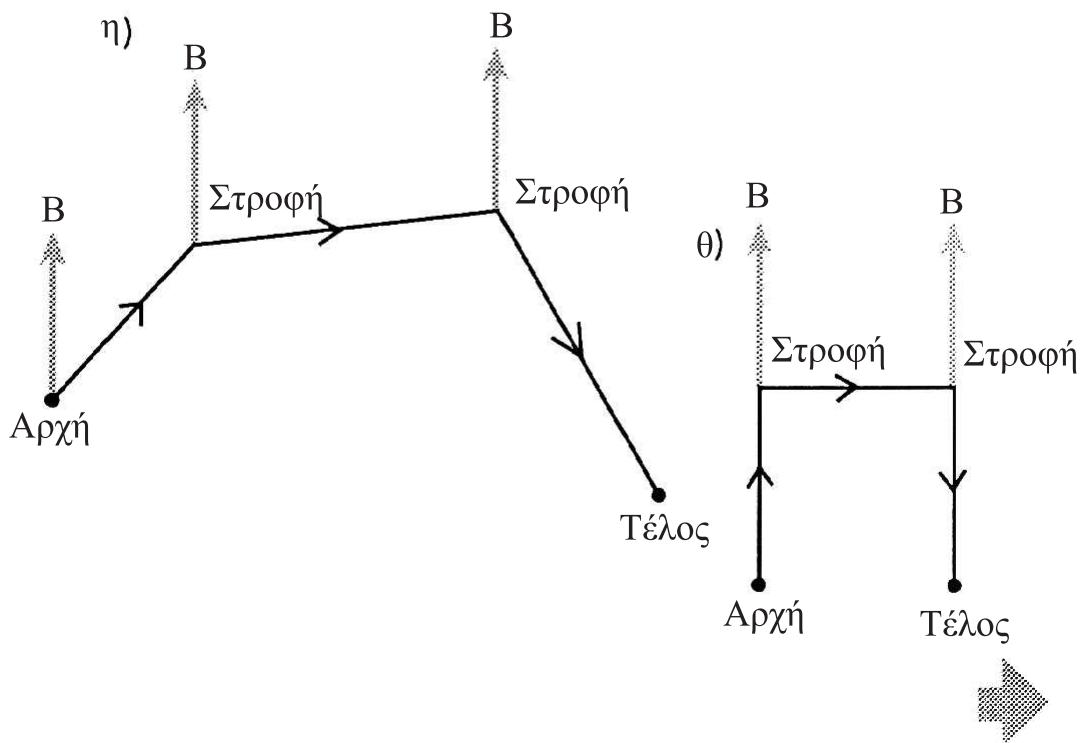
γ)

δ)





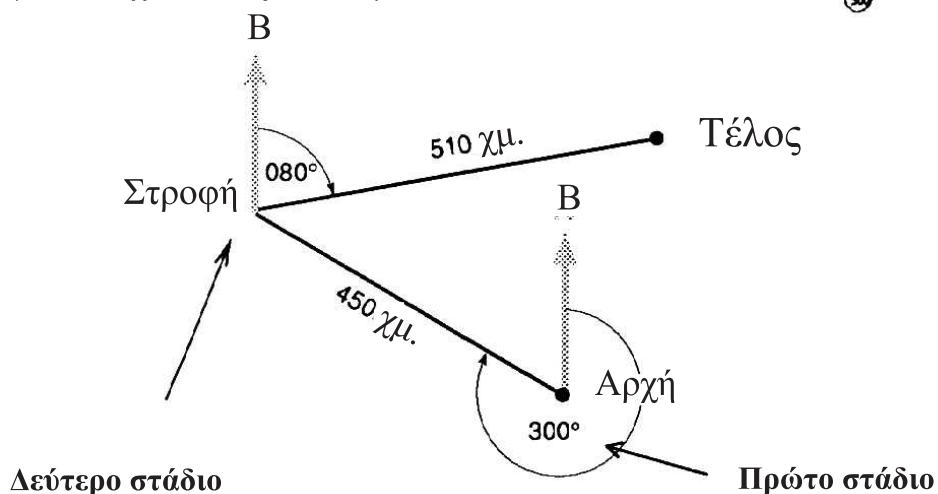
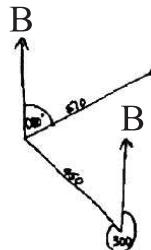
■ Να περιγράψεις τα παρακάτω ταξίδια **τριών σταδίων**.



### Σχεδιάζοντας ταξίδια δύο σταδίων

2. Ένα ταξίδι δύο σταδίων είναι 450 χμ. με γωνία προσανατολισμού  $300^\circ$  ακολουθούμενο από 510 χμ. με γωνία προσανατολισμού  $080^\circ$ .

Ένα πρόχειρο σχέδιο είναι χρήσιμο για να σε βοηθήσει να αποφασίσεις από πού να αρχίσεις για να σχεδιάσεις σε κλίμακα.



**Δεύτερο στάδιο**

**Πρώτο στάδιο**

Από το Βορρά, να μετρήσεις  $080^\circ$  προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Από το Βορρά, να μετρήσεις  $300^\circ$  προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Να χαράξεις ένα ευθύγραμμο τμήμα 5,1 εκ., για να αναπαραστήσεις τη δεύτερη φάση του ταξιδιού.

Να χαράξεις ένα ευθύγραμμο τμήμα 4,5 εκ. για να αναπαραστήσεις το πρώτο στάδιο του ταξιδιού.

■ Να σχεδιάσεις σε κλίμακα τα παρακάτω ταξίδια δύο σταδίων.

a) 600 χμ. με γωνία προσανατολισμού  $75^\circ$  και στη συνέχεια 350 χμ. με γωνία προσανατολισμού  $210^\circ$ .

β) 500 χμ. με γωνία προσανατολισμού  $260^\circ$  και στη συνέχεια 290 χμ. με γωνία προσανατολισμού  $030^\circ$ .

## Αντίστροφες γωνίες προσανατολισμού

Η γωνία προσανατολισμού της Γενεύης από το Λονδίνο είναι **140°**.

- Ποια είναι η γωνία προσανατολισμού του Λονδίνου από τη Γενεύη;

Οι δύο άξονες Βορρά-Νότου που διέρχονται από το Λονδίνο και τη Γενεύη είναι μεταξύ τους παράλληλοι. Επομένως, οι αντίστοιχες (εντός- εκτός και επί τα αυτά) γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

Η γωνία προσανατολισμού του Λονδίνου από Γενεύη είναι

$$140^\circ + 180^\circ = 320^\circ$$



1. Η γωνία προσανατολισμού της Φρανκφούρτης από το Λονδίνο είναι **100°**.

- Ποια είναι η γωνία προσανατολισμού του Λονδίνου από τη Φρανκφούρτη;

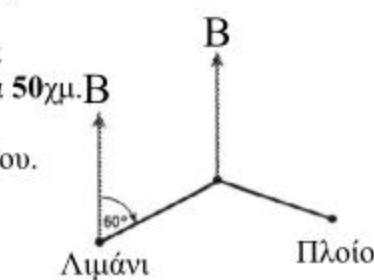
2. Η γωνία προσανατολισμού του Σάντερλαντ από τη Γλασκώβη είναι **120°**.

- Ποια είναι η γωνία προσανατολισμού της Γλασκώβης από το Σάντερλαντ;

3. Ένα πλοίο αποπλέει από ένα λιμάνι με γωνία προσανατολισμού **060°** για **40χμ.** Στη συνέχεια, αλλάζει πορεία με γωνία προσανατολισμού **110°** για **50χμ.** Β

Χρησιμοποιώντας κλίμακα 1εκ. = 10χμ. να σχεδιάσεις την πορεία του πλοίου.

- Από το σχεδιάγραμμα σε κλίμακα που έχεις φτιάξει, να βρεις τη γωνία προσανατολισμού και την απόσταση του πλοίου από το λιμάνι.



Η εικόνα δείχνει ένα πρόχειρο σχεδιάγραμμα της διαδρομής του πλοίου.

4. Δύο αεροπλάνα αναχωρούν από ένα αεροδρόμιο την ίδια ώρα.

Το αεροπλάνο **A** πετάει με γωνία προσανατολισμού **330°** και με ταχύτητα **800χμ/ώρα**.

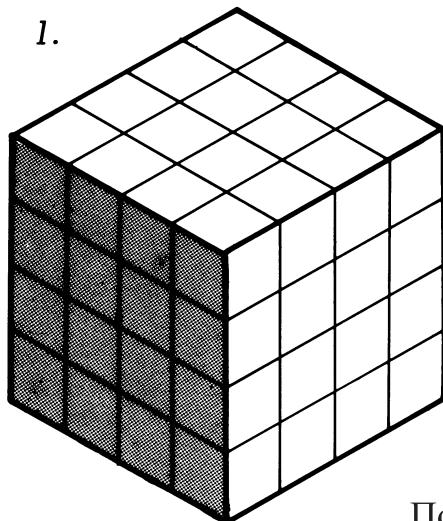
- Το αεροπλάνο **B** πετάει με κατεύθυνση ανατολικά με ταχύτητα **1200χμ/ώρα**.

Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα σε κλίμακα, για να δειξεις τη θέση των δύο αεροπλάνων και τη μεταξύ τους απόσταση μετά από:

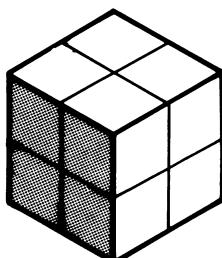
- a) 1/4 της ώρας                          b) 1/2 ώρα                          c) 3/4 της ώρας                          d) 1 ώρα

## Προβλήματα με κυβάκια

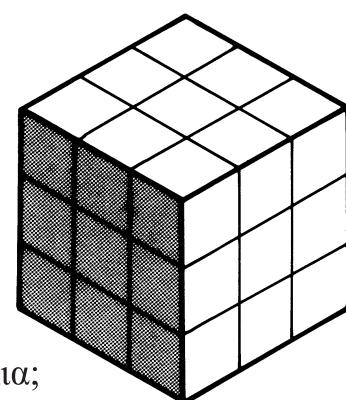
1.



2.

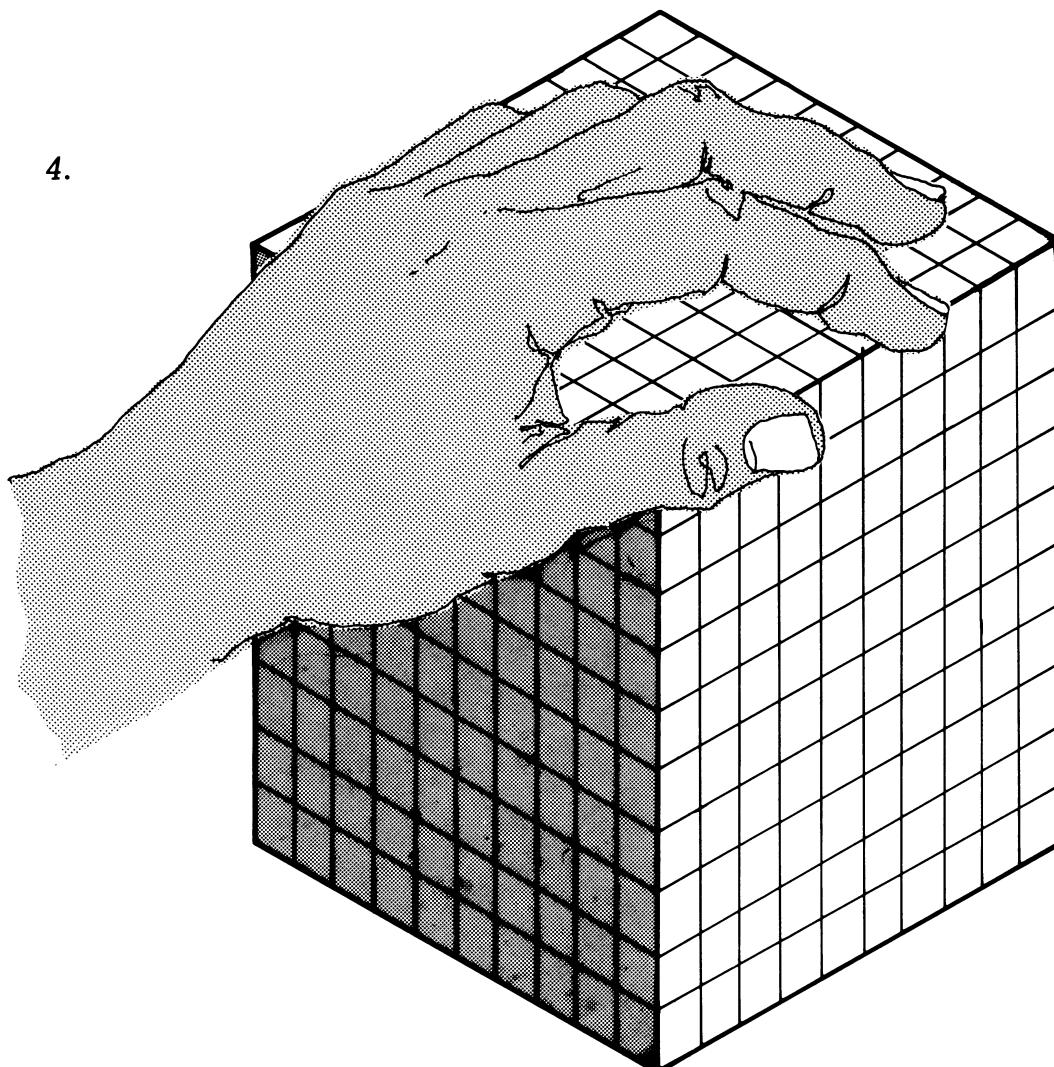


3.



Πόσα είναι τα μικρά κυβάκια;

4.

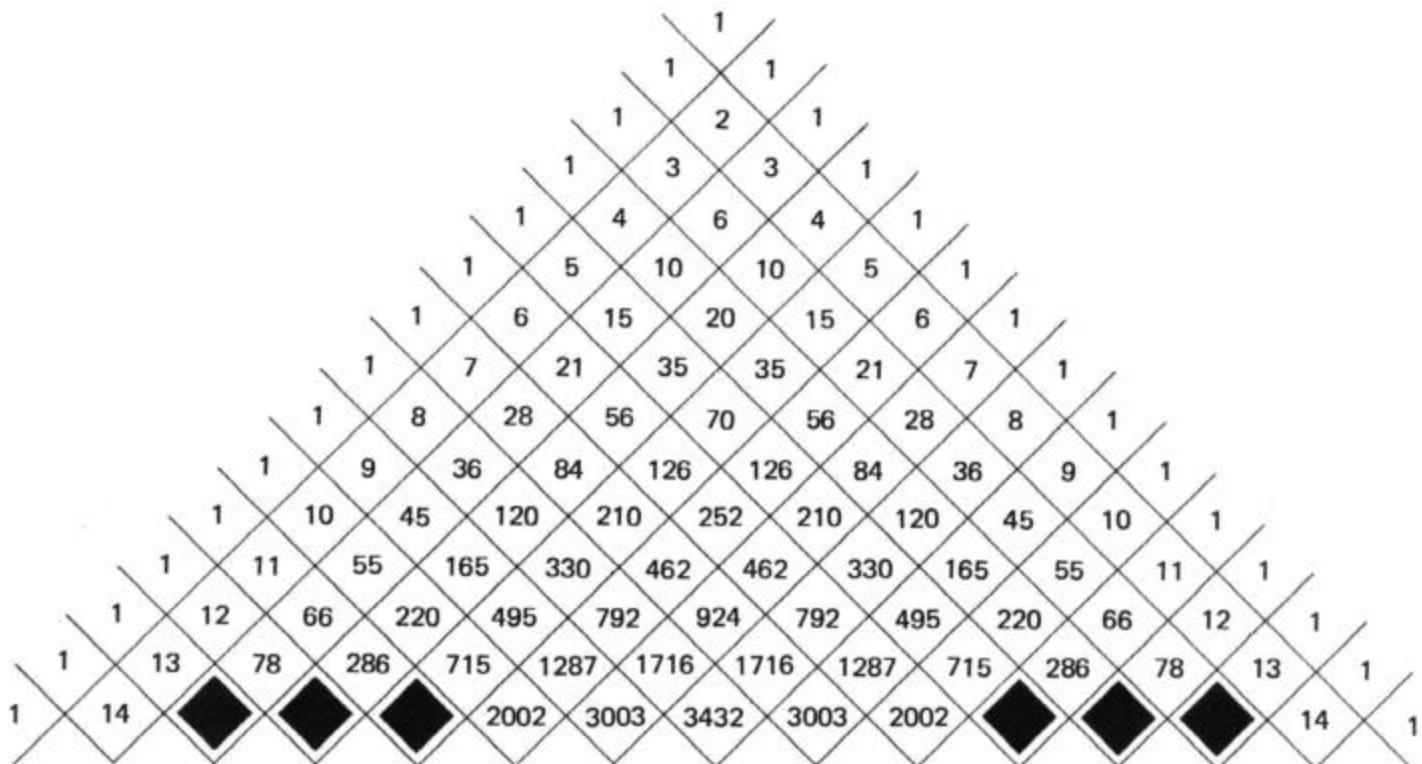


Μπορείς να χρησιμοποιήσεις μικρά κυβάκια  
του ενός εκατοστού.

## Κανόνες στο τρίγωνο του Pascal

Η εικόνα παρουσιάζει την αρχή του Τριγώνου του Pascal.

Μέσα στο τρίγωνο υπάρχουν πολλές κρυμμένες ακολουθίες αριθμών.....



1. Να συμπληρώσεις τους αριθμούς που λείπουν στο τετράδιό σου.
2. Να βρεις τους τριγωνικούς αριθμούς και να περιγράψεις πού εμφανίζονται.
3. Να προσθέσεις τους αριθμούς σε κάθε σειρά. Να παρατηρήσεις τα συνολικά αθροίσματα. Να περιγράψεις την ακολουθία.
4. Να παρατηρήσεις τη σειρά που ξεκινάει με 1, 7, 21... Τι παρατηρείς;

Ποιες άλλες σειρές έχουν την ίδια ιδιότητα;

5. Να υπολογίσεις τα  $11^2$ ,  $11^3$ ,  $11^4$ . Πού μπορείς να βρεις αυτούς τους αριθμούς στο τρίγωνο; Να υπολογίσεις το  $11^5$ . Να προσπαθήσεις να βρεις πώς θα μπορέσεις να πάρεις το  $11^5$  από το τρίγωνο.  
Να χρησιμοποιήσεις το τρίγωνο, για να βρεις το αποτέλεσμα των  $11^6$  και  $11^7$ .  
Να ελέγξεις τη μέθοδο που χρησιμοποίησες εκτελώντας τις πράξεις.

1

$$1 \quad \frac{1}{1}$$

$$1 \quad \frac{2}{1} \quad \frac{2 \times 1}{1 \times 2}$$

$$1 \quad \frac{3}{1} \quad \frac{3 \times 2}{1 \times 2} \quad \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3}$$

$$1 \quad \frac{4}{1} \quad \frac{4 \times 3}{1 \times 2} \quad \frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} \quad \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

$$1 \quad \frac{5}{1} \quad \frac{5 \times 4}{1 \times 2} \quad \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} \quad \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \quad \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$$

6. Να βρεις τους πρώτους όρους της σειράς του Τριγώνου του Pascal,  
η οποία ξεκινάει με 1, 100.....

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8			
1	3	6	10	15	21	28				
1	4	10	20	35	56					
1	5	15	35	70						
1	6	21	56							
1	7	28								
1	8									
1										

7. Μπορείς να βρεις την ακολουθία Fibonacci;

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13....

Να ελέγξεις μερικούς από τους επόμενους όρους της ακολουθίας.

## ISBN και Λάθη

Smile 1454

Κάθε βιβλίο που εκδίδεται σήμερα έχει μια Διεθνή Πρότυπη Αρίθμηση [International Standard Book Numbering (ISBN)], η οποία προσδιορίζει τα χαρακτηριστικά του βιβλίου.

Το ISBN κάθε βιβλίου είναι ένας συνδυασμός ψηφίων που δηλώνουν τη γλώσσα της χώρας έκδοσης, τον εκδότη, την αρίθμηση του ίδιου του βιβλίου και τον αριθμό ελέγχου.

Π.χ.

<b>0</b>	<b>571</b>	<b>09978</b>	<b>5</b>
Γλώσσα	Αριθμός εκδότη	Αριθμός του βιβλίου	Αριθμός ελέγχου

Κάθε ISBN αποτελείται από 10 ακριβώς ψηφία.

Κάποιοι μεγάλοι εκδοτικοί οίκοι χρειάζονται 6 ψηφία για να κωδικοποιήσουν τα βιβλία τους και έτσι χρησιμοποιούνται μόνο 2 ψηφία για τον αριθμό του εκδότη.

Π.χ.

<b>0</b>	<b>72</b>	<b>39</b>	<b>3</b>
Γλώσσα	Εκδότης	Βιβλίο	Αριθμός ελέγχου
Ελληνικά	ΥΠΕΠΘ	Τεχνολογία	

## Ο αριθμός ελέγχου

Όταν γίνεται μια παραγγελία βιβλίου, ο αριθμός ISBN για κάθε βιβλίο πληκτρολογείται στον υπολογιστή. Οι υπόλοιπες πληροφορίες, για παράδειγμα, ο τίτλος του βιβλίου, χρησιμοποιείται μόνο αν υπάρχει κάποιο λάθος στην καταγραφή του ISBN, έτσι ώστε να μην παραδοθούν λάθος βιβλία.

Ο υπολογιστής είναι προγραμματισμένος να πολλαπλασιάζει το πρώτο ψηφίο με το 10, το δεύτερο ψηφίο με το 9, το τρίτο με το 8 κ.ο.κ. Τα γινόμενα αυτά προστίθενται και το άθροισμα διαιρείται με το 11. Αν το ISBN είναι σωστό, ΤΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΑ ΜΗΔΕΝ.

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 571 & 09978 & 5 \\
 | & | & | & | \\
 (0 \times 10) & (5 \times 9)(7 \times 8)(1 \times 7) & (0 \times 6)(9 \times 5)(9 \times 4)(7 \times 3)(8 \times 2) & (5 \times 1) \\
 0 & + 45 + 56 + 7 & + 0 + 45 + 36 + 21 + 16 & + 5 \\
 & = 231 & & \\
 \end{array}$$

$$231 : 11 = 21, \text{ υπόλοιπο } 0$$

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 05 & 002458 & 2 \\
 | & | & | & | \\
 (0 \times 10) & (0 \times 9)(5 \times 8) & (0 \times 7)(0 \times 6)(2 \times 5)(4 \times 4)(5 \times 3)(8 \times 2) & (2 \times 1) \\
 0 & + 0 + 40 & + 0 + 0 + 10 + 16 + 15 + 16 & + 2 \\
 & = 99 & & \\
 \end{array}$$

$$99 : 11 = 9, \text{ υπόλοιπο } 0$$

Αν το υπόλοιπο δεν είναι μηδέν, τότε θα πρέπει να υπάρχει κάποιο λάθος στον αριθμό ISBN που δόθηκε και ο υπολογιστής απορρίπτει την παραγγελία.

- Στην παρακάτω παραγγελία υπάρχει λάθος σε δύο αριθμούς ISBN.  
Να βρεις ποιοι είναι αυτοί οι δύο αριθμοί.

Σταθερός αριθμός βιβλίου (μόνο 9 ψηφία)	Αποτομημένη ποσοτητή	Τίτλος βιβλίου	Τιμή	Ποσό €	Λεπτά
Πολλοί εκδότες τυπώνουν το ISBN στους καταλόγους τους (διαθένες SBN). Το ISBN αποτελείται από 10 ψηφία, το πρώτο από τα οποία είναι πάντα το 0, γι' αυτό και είναι τυπομένο σε αυτή τη φόρμα παραγγελίας.					
0 1 7 4 3 8 0 5 4 2 5		Ο κόσμος βαριέται να διαβάζει θλιβερές ιστορίες.	2,29	11	45
0 1 4 0 0 5 7 1 4 4 10		Το φουστάνι της Κλεοπάτρας	0,95	9	50
0 7 1 3 7 3 4 9 8 1 1		Ο μικρός αδελφός	1-	1	-
0 2 9 8 7 0 5 5 7 6 1		Τα παιδιά της ειρήνης	6,33	6	33

## Smile 1454

2. Το ψηφίο ελέγχου έχει επιλεγεί για να διασφαλίζει ότι το υπόλοιπο θα **είναι μηδέν**.

Να βρεις τα ψηφία ελέγχου για τους παρακάτω αριθμούς ISBN:

- (α) 0 304 93666 ■
- (β) 0 19 914207 ■
- (γ) 0 521 08161 ■

3. Ο αριθμός ISBN για το ένα βιβλίο είναι 019914205x

- α. Να βρεις το ψηφίο ελέγχου, για να αντικαταστήσεις το X.
- β. Γιατί χρησιμοποιείται το σύμβολο X;

**Λάθη**

Όταν κάποιος αντιγράφει ένα μακρύ κατάλογο αριθμών με πολλά ψηφία είναι εύκολο να κάνει λάθη.

Παρακάτω, αναφέρονται τα τέσσερα κύρια είδη λαθών που γίνονται σε τέτοιες περιπτώσεις, με ένα παράδειγμα για το καθένα.

Σωστός αριθμός	0571 09978 5
Λάθος αντιγραφής	Λάθος ανάγνωσης ενός ψηφίου
Λάθος αναριθμητισμού	Αντιμετατίθενται δύο διαδοχικά ψηφία
Διπλός αναριθμητισμός	Αντιμετατίθενται δύο οποιαδήποτε ψηφία
Τυχαίο λάθος	Δεν υπάρχει εξήγηση

4. Τι είδους λάθος είναι το καθένα από τα παρακάτω;

	Αριθμός	Λάθος
(α)	0 7214 0015 9	0 7124 0015 9
(β)	0 14 050075 8	0 14 143061 X
(γ)	0 510 12411 9	0 510 72411 9
(δ)	0 85985 051 X	0 85985 150 X

Smile 1454

### Έλεγχος της κυμαινόμενης βαρύτητας **modulo 11**

Ο έλεγχος αυτός που κάνει ο υπολογιστής ονομάζεται «δοκιμή κυμαινόμενης βαρύτητας modulo 11». Είναι κυμαινόμενη βαρύτητα γιατί κάθε ψηφίο πολλαπλασιάζεται με διαφορετική τιμή ή βάρος. Είναι modulo 11 γιατί το άθροισμα διαιρείται με το 11, για να βρεθεί το υπόλοιπο, όπως στη modular αριθμητική. Ο έλεγχος της κυμαινόμενης βαρύτητας modulo 11 είναι σχεδιασμένος για να εντοπίζει περισσότερα λάθη από ό,τι άλλοι απλοί έλεγχοι.

Για το ISBN 0 85985 051 X,

$$\begin{aligned} & (10 \times 0) + (9 \times 8) + (8 \times 5) + (7 \times 9) + (6 \times 8) + (5 \times 5) + (4 \times 0) + (3 \times 5) + (2 \times 1) + (1 \times 10) \\ & = 0 + 72 + 40 + 63 + 48 + 25 + 0 + 15 + 2 + 10 \\ & = 275 \end{aligned}$$

**275 : 11 = 25**, υπόλοιπο 0

Για το λάθος που έγινε κατά την αντιγραφή στον αριθμό 0 85985 057 X

$$\begin{aligned} & (10 \times 0) + (9 \times 8) + (8 \times 5) + (7 \times 9) + (6 \times 8) + (5 \times 5) + (4 \times 0) + (3 \times 5) + (2 \times 7) + (1 \times 10) \\ & = 0 + 72 + 40 + 63 + 48 + 25 + 0 + 15 + 14 + 10 \\ & = 287 \end{aligned}$$

**287 : 11 = 26**, υπόλοιπο 1

Το υπόλοιπο δεν είναι 0 και έτσι εντοπίζεται το λάθος που έγινε κατά την αντιγραφή με τον έλεγχο της κυμαινόμενης βαρύτητας modulo 11.

5. Να συμπληρώσεις τον πίνακα για το ISBN 0 85985 051 X, για να βρεις το είδος των λαθών που εντοπίστηκαν από τον έλεγχο της κυμαινόμενης βαρύτητας modulo 11.

Yπόλοιπο	Θα εντοπίσει λάθος ο έλεγχος της κυμαινόμενης βαρύτητας modulo 11;		
Σωστός αριθμός	0 85985 051 X	0	—
Λάθος αντιγραφής	0 85985 057 X	1	Nαι
Αναριθμητισμός			
Διπλός αναριθμητισμός			
Τυχαίο λάθος			

6. Δημιούργησε έναν παρόμοιο πίνακα για το ISBN 0 435 19213 2

7. (α) Ποια είδη λαθών νομίζεις ότι θα εντοπίζονται **πάντα**;
- (β) Ποια λάθη θα εντοπίζονται **μερικές φορές**;
- (γ) Μπορείς να ξεγελάσεις τον υπολογιστή; Να βρεις ένα λάθος που δεν μπορεί να εντοπίσει ο υπολογιστής.

Ο έλεγχος της κυμαινόμενης βαρύτητας του σταθμισμένου modulo 11 εντοπίζει τα πιο συνηθισμένα λάθη καταγραφής αριθμών. Είναι ένας ευρέως γνωστός έλεγχος, ο οποίος χρησιμοποιείται στις επιταγές και στα εμβάσματα. Όπως το ISBN και αυτά τα έγγραφα είναι μηχανογραφημένα, έτσι ώστε οι ανιαροί υπολογισμοί να γίνονται από τον υπολογιστή.

Πώς θα μπορούσες να καθορίσεις τα βραβεία, έτσι ώστε να έχεις ένα λογικό κέρδος:

Την πρώτη μέρα τα έπαθλα ήταν ελκυστικά. Πολλά άτομα έπαιξαν αλλά τα κορίτσια είχαν ζημία.

Τη δεύτερη μέρα τα κορίτσια είχαν κάποιο κέρδος αλλά τα έπαθλα ήταν πολύ μικρά. Μόνο λίγα άτομα έπαιξαν και έτσι το κέρδος ήταν πολύ μικρό.

Πριν απαντήσεις στην ερώτηση που υπάρχει στην αρχή της σελίδας, να δοκιμάσεις διαφορετικούς συνδυασμούς επάθλων και χρημάτων για το ποντάρισμα.

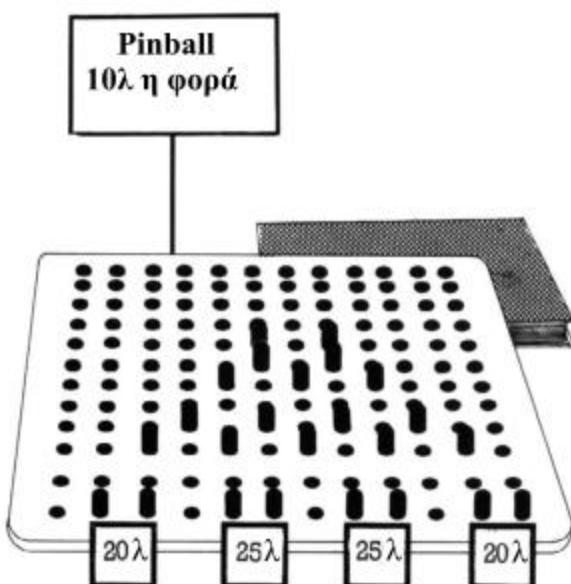
- ✓ Να επιχειρήσεις να δώσεις μεγαλύτερα βραβεία, όταν η μπίλια προσγειώνεται στα εξωτερικά καρφάκια αλλά πολύ μικρότερα όταν πέφτει στα κεντρικά καρφάκια.
- ✓ Να δοκιμάσεις να μειώσεις τα χρήματα που χρειάζεται κάποιος να ποντάρει.
- ✓ Να δοκιμάσεις να δώσεις ειδικά βραβεία για 3 διαδοχικές επιτυχημένες βολές στα εξωτερικά καρφάκια.

Αν ενδιαφέρεσαι, θα μπορούσες να κάνεις το δικό σου παιχνίδι, χρησιμοποιώντας διαφορετικούς συνδυασμούς από καρφάκια.

## Pinball (Παιχνίδι με καρφάκια)

Θα χρειαστείς έναν μεγάλο πίνακα για καρφάκια, καρφάκια και μια μπίλια.  
*Μια δραστηριότητα για 2 ή περισσότερα άτομα.*

Δύο κορίτσια αποφάσισαν να εγκαταστήσουν έναν πάγκο σε ένα νεανικό πανηγύρι. Αγόρασαν έναν πίνακα για καρφάκια και μερικά καρφάκια και δημιούργησαν το δικό τους παιχνίδι.



Χρέωναν 10λ τη φορά και έδιναν έπαθλα των 25λ και 20λ, αν η μπίλια προσγειωνόταν πάνω στα καρφάκια.

Να δημιουργήσεις το δικό σου παιχνίδι, χρησιμοποιώντας έναν παρόμοιο πίνακα και καρφάκια, καθώς και κάποια βιβλία πάνω στα οποία θα στηρίξεις τον πίνακα.

Πριν επιχειρήσεις να παίξεις το παιχνίδι, να σκεφτείς την παρακάτω ερώτηση:

Περίπου 50 άτομα έπαιξαν το συγκεκριμένο παιχνίδι την πρώτη μέρα στο πανηγύρι.  
*Πιστεύεις ότι τα κορίτσια είχαν κέρδος ή ζημία;*

1. Να ρίξεις την μπύλια 50 φορές και να καταγράψεις τα αποτελέσματα:

Αριθμός προσπάθειαν	<table border="1"> <tbody> <tr><td>1</td><td>7</td><td>15</td><td>17</td><td>25</td><td>31</td><td>37</td><td>43</td><td>49</td></tr> <tr><td>2</td><td>8</td><td>16</td><td>20</td><td>26</td><td>32</td><td>38</td><td>44</td><td>50</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td><td>15</td><td>21</td><td>27</td><td>33</td><td>39</td><td>45</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>10</td><td>16</td><td>22</td><td>28</td><td>34</td><td>40</td><td>46</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>11</td><td>17</td><td>23</td><td>29</td><td>35</td><td>41</td><td>47</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td></td></tr> </tbody> </table>	1	7	15	17	25	31	37	43	49	2	8	16	20	26	32	38	44	50	3	9	15	21	27	33	39	45		4	10	16	22	28	34	40	46		5	11	17	23	29	35	41	47		6	12	18	24	30	36	42	48	
1	7	15	17	25	31	37	43	49																																															
2	8	16	20	26	32	38	44	50																																															
3	9	15	21	27	33	39	45																																																
4	10	16	22	28	34	40	46																																																
5	11	17	23	29	35	41	47																																																
6	12	18	24	30	36	42	48																																																
Πόσες βολές κέρδισαν 25λ	III I																																																						
Πόσες βολές κέρδισαν 20λ	III III III																																																						

2. Να υπολογίσεις τα χρήματα που θα πόνταρες (50 βολές με 10λ τη βολή).
3. Να υπολογίσεις τα χρήματα που θα έπρεπε να δώσεις ως ανταμοιβή για τις επιτυχημένες βολές.

ΚΕΡΔΟΣ είναι τα χρήματα που εισπράτεις, χωρίς το ποσό των χρημάτων που δίνεις ως επιβράβευση.

Αν δίνεις περισσότερα χρήματα από όσα εισπράτεις, τότε έχεις ΖΗΜΙΑ.

4. Να υπολογίσεις το κέρδος (ή τη ζημία) που θα είχες από το συγκεκριμένο παιχνίδι.

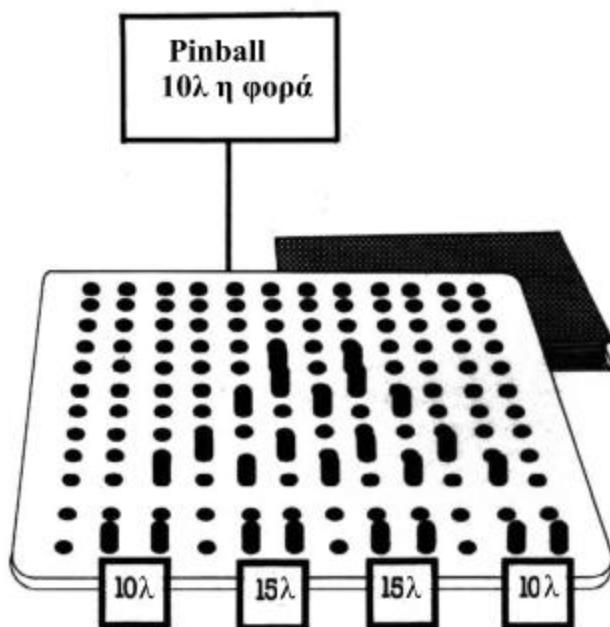
5. Όταν τα κορίτσια έστησαν το παιχνίδι τους την πρώτη μέρα είχαν ζημία.

52 άτομα έπαιξαν, 9 άτομα κέρδισαν 25λ και 18 άτομα κέρδισαν 20λ.

Πόση ήταν η ζημία των κοριτσιών;

6. Την επόμενη μέρα τα κορίτσια αποφάσισαν να δώσουν μικρότερα βραβεία.

Να χρησιμοποιήσεις τα αποτελέσματα της ερώτησης 1, για να υπολογίσεις τι κέρδος (ή ζημία) θα είχες με τα μικρότερα βραβεία των 10λ και 15λ.



Στο τέλος της επόμενης μέρας τα κορίτσια ήταν πολύ απογοητευμένα. Περίμεναν να έχουν κέρδος περίπου 1,50 ευρώ αλλά είχαν πολύ λιγότερο. Μόνον 23 άτομα έπαιξαν. 5 άτομα κέρδισαν 15λ και 9 άτομα κέρδισαν 10λ.

7. Πόσο κέρδος είχαν τα κορίτσια;
8. Γιατί πιστεύεις ότι μόνο 23 άτομα έπαιξαν;
9. Πόσο κέρδος πιστεύεις ότι θα είχαν τα κορίτσια, αν είχαν παίξει ξανά 52 άτομα;

Θα χρειαστείς κομπιουτεράκι.

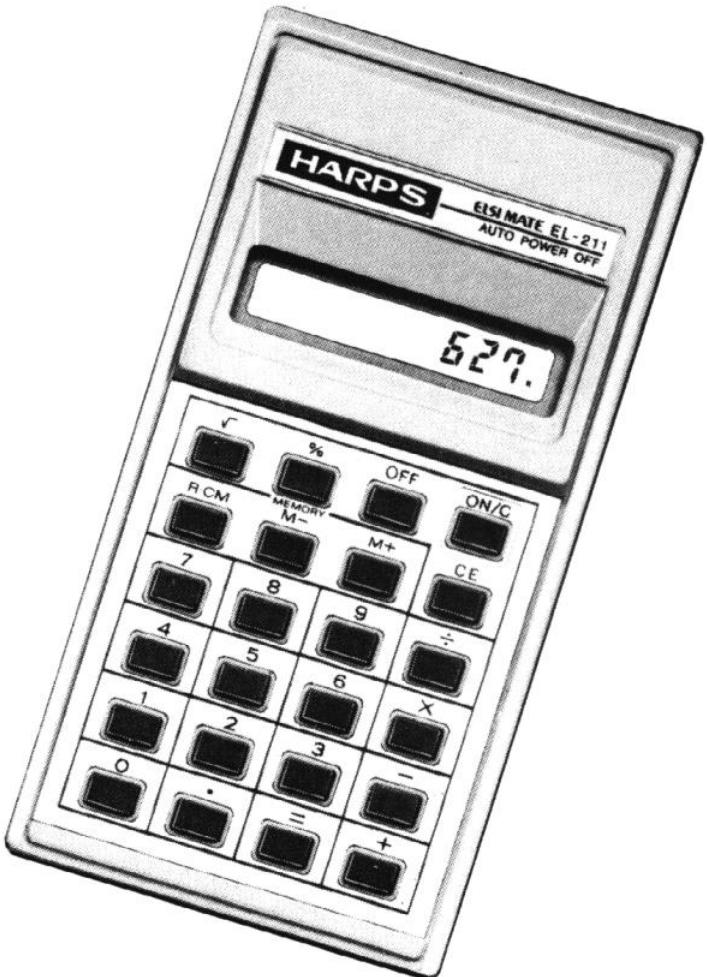
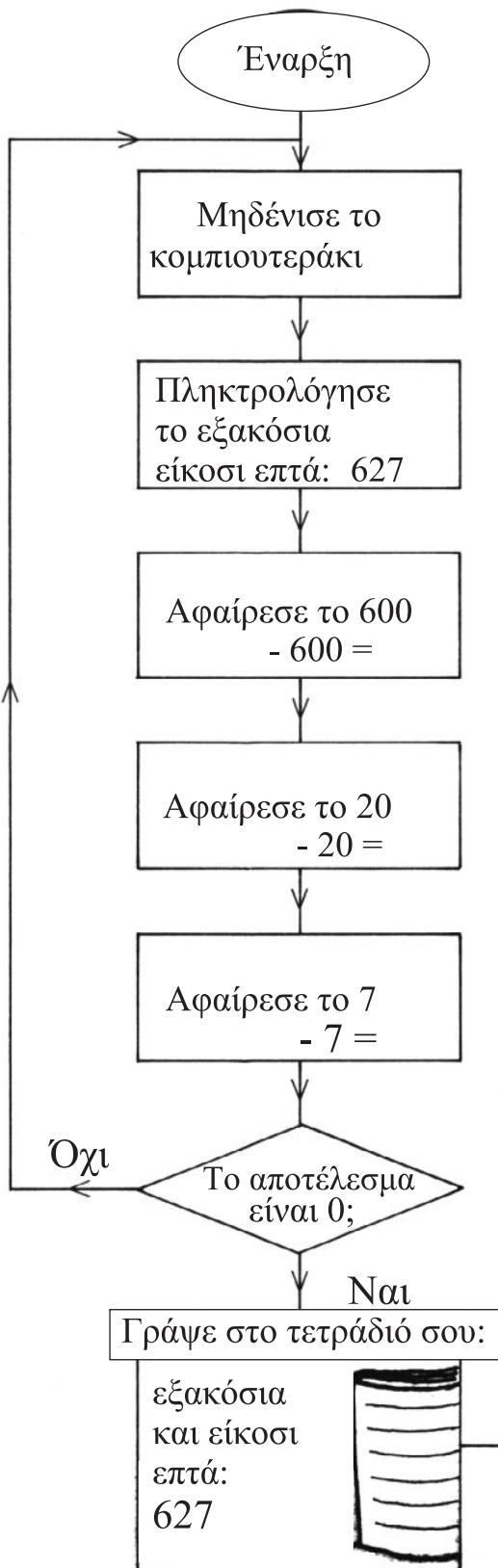
## ΨΗΦΙΑ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΛΕΞΕΩΝ

Smile 1461

Η κάρτα αυτή αφορά στη γραφή αριθμών με λέξεις και ψηφία.

Όταν την ολοκληρώσεις, θα πρέπει να μπορείς να γράφεις με ψηφία αριθμούς, όπως για παράδειγμα «δέκα χιλιάδες και δέκα».

1.



2. Να πληκτρολογήσεις «πεντακόσια και εξήντα δύο».

Στη συνέχεια, να αφαιρέσεις το πεντακόσια,  
να αφαιρέσεις το εξήντα,  
και να αφαιρέσεις το δύο.

Το αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι 0. Αν δεν είναι, τότε θα πρέπει να έχεις κάνει κάποιο λάθος.

**Να γράψεις «πεντακόσια και εξήντα δύο» με ψηφία.**

3. Να πληκτρολογήσεις «εκατό και είκοσι τρία».

Να ελέγξεις αν έχεις πατήσει τα σωστά πλήκτρα.  
Να αφαιρέσεις το εκατό.  
Να αφαιρέσεις το είκοσι.  
Να αφαιρέσεις το τρία.  
Ποιον αριθμό δείχνει το κομπιουτεράκι;  
Πάτησες τα σωστά πλήκτρα; Να εξηγήσεις πώς το γνωρίζεις.

**Να γράψεις «εκατό και είκοσι τρία» με ψηφία.**

4. Να γράψεις τους παρακάτω αριθμούς με ψηφία. Να χρησιμοποιήσεις ένα κομπιουτεράκι, για να ελέγξεις αν είναι σωστοί.

- (α) διακόσια και εξήντα ένα
- (β) εννιακόσια και ενενήντα εννιά
- (γ) οκτακόσια και τρία
- (δ) τετρακόσια και πενήντα έξι
- (ε) εφτακόσια και ένα
- (στ) εξακόσια και ενενήντα
- (ζ) πέντε χιλιάδες πεντακόσια και επτά
- (η) δέκα χιλιάδες και δέκα

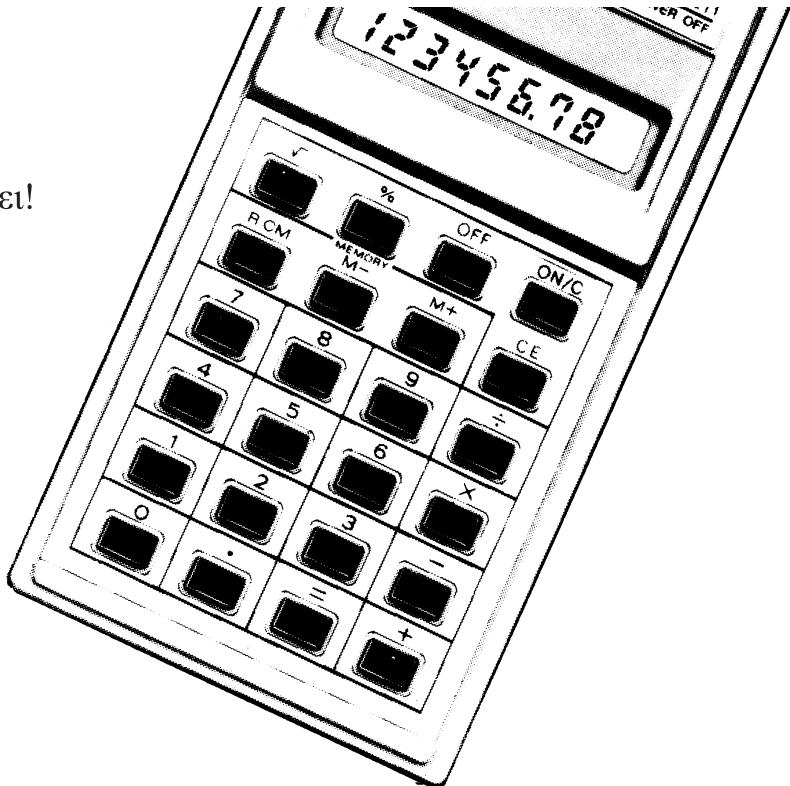
Smile 1462

## Χαλασμένα πλήκτρα

Το κομπιουτεράκι σου έχει χαλάσει!

Μόνο πέντε πλήκτρα λειτουργούν κανονικά:

7    3    ×    -    =



Με ποιον τρόπο μπορείς να χρησιμοποιήσεις αυτά τα πέντε πλήκτρα, για να εμφανιστούν στην οθόνη οι αριθμοί από το 0 μέχρι το 9;

Το 0 είναι εύκολο! Πληκτρολογείς: 7    -    7    =

Μπορείς να τα καταφέρεις και με τους υπόλοιπους αριθμούς;

# Το μεγαλύτερο γινόμενο

*Θα χρειαστείς ένα κομπιουτεράκι.*

Πολλά γινόμενα μπορούν να προκύψουν από τα ψηφία 1, 2, 3, 4.

$$\begin{aligned} \text{Π.χ. } 2 \times 134 &= 268 \\ 1 \times 2 \times 3 \times 4 &= 24 \\ 24 \times 13 &= 312 \end{aligned}$$

*Να προσπαθήσεις να βρεις όσα περισσότερα μπορείς.*

Ποιο είναι το μεγαλύτερο γινόμενο που μπορεί να προκύψει;

Ποιο είναι το μεγαλύτερο γινόμενο που μπορεί να προκύψει, αν χρησιμοποιήσεις τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 και 9;

## Κανονικότητες με δεκαδικούς αριθμούς

Θα χρειαστείς ένα κομπιουτεράκι.

Να μετατρέψεις τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς.

Π.χ.

$$\frac{1}{5} \boxed{1} \boxed{:} \boxed{5} \boxed{=} 0,2$$

Σε κάθε περίπτωση, να βρεις έναν κανόνα, να τον συνεχίσεις και να τον περιγράψεις.

1. $\frac{1}{5} =$	2. $\frac{1}{9} =$	3. $\frac{1}{2} =$	4. $\frac{1}{3} =$	5. $\frac{1}{10} =$
$\frac{2}{5} =$	$\frac{2}{9} =$	$\frac{2}{4} =$	$\frac{2}{3} =$	$\frac{1}{100} =$
$\frac{3}{5} =$	$\frac{3}{9} =$	$\frac{3}{8} =$	$\frac{3}{3} =$	$\frac{1}{1000} =$
$\frac{4}{5} =$	$\vdots$	$\frac{4}{8} =$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$		$\frac{5}{10} =$		
		$\vdots$		

6. $\frac{1}{10} =$	7. $\frac{1}{100} =$	8. $\frac{1}{11} =$	9. $\frac{1}{3} =$	10. $\frac{1}{2} =$
$\frac{2}{10} =$	$\frac{10}{100} =$	$\frac{2}{11} =$	$\frac{2}{6} =$	$\frac{1}{20} =$
$\frac{3}{10} =$	$\frac{100}{1000} =$	$\frac{3}{11} =$	$\frac{3}{9} =$	$\frac{1}{200} =$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\frac{4}{12} =$	$\vdots$

11. $\frac{1}{5} =$	12. Προσπάθησε να βρεις μερικές δικές σου κανονικότητες.
$\frac{2}{10} =$	
$\frac{3}{15} =$	
$\frac{4}{20} =$	
$\vdots$	

## Τριάδες και επτάδες

Τα παιδιά μερικές φορές χρησιμοποιούν ράβδους διαφορετικού χρώματος και μήκους για να μάθουν για τους αριθμούς. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ράβδους τριών και επτά κύβων, για να σχηματίσουμε διαφορετικά μήκη:

$$\square \square \square \quad \square \square \square \quad \square \square \square \square \square \quad 13 = (2 \times 3) + (1 \times 7)$$

$$\square \square \square \quad \square \square \square \quad \square \square \square \quad 9 = (3 \times 3) + (0 \times 7)$$

Όμως, δεν μπορείς να σχηματίσεις τον αριθμό 8, όπως και να τοποθετήσεις τις ράβδους.

Ποιους άλλους αριθμούς δεν μπορείς να σχηματίσεις;

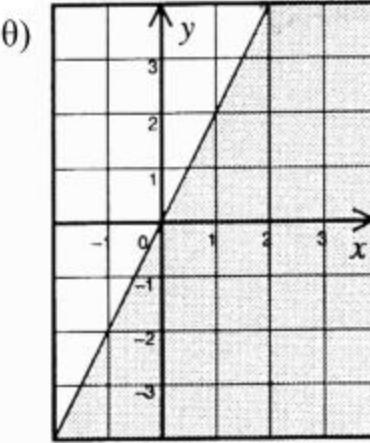
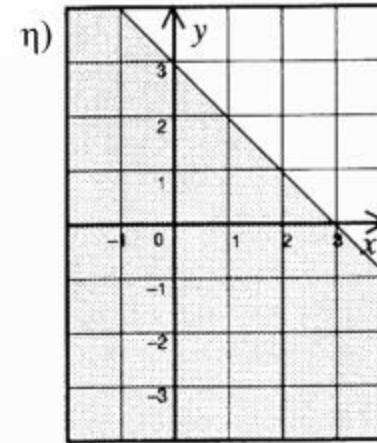
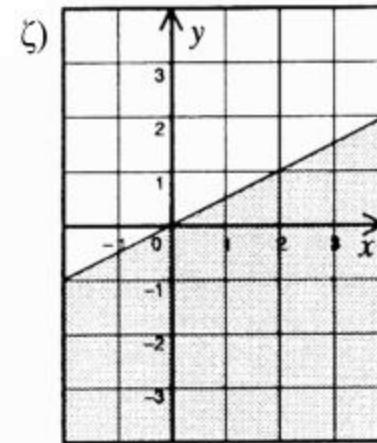
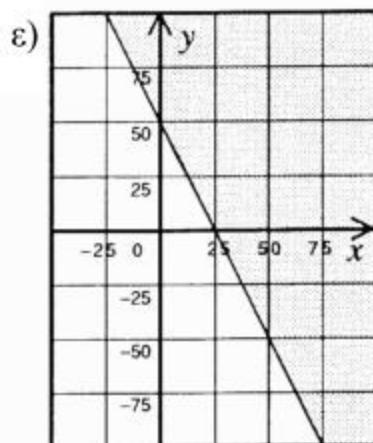
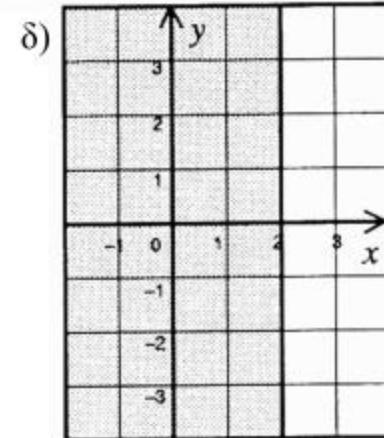
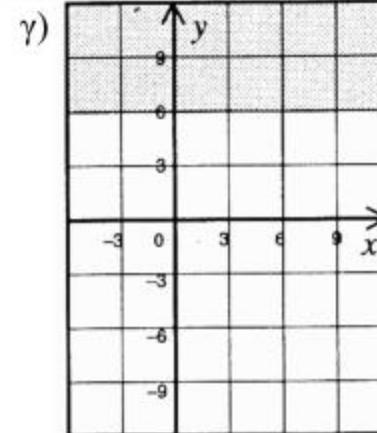
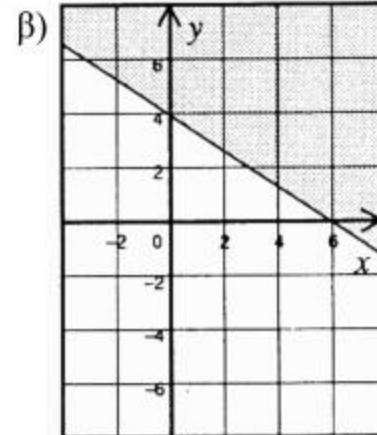
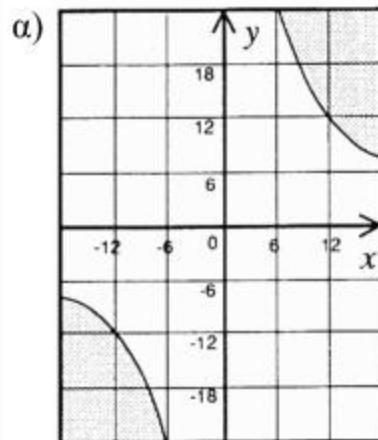
Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός που δεν μπορείς να σχηματίσεις;

Να εξετάσεις ανάλογες περιπτώσεις για διαφορετικά ζεύγη από ράβδους αριθμών.

# Ορίζοντας περιοχές

1. Να αντιστοιχίσεις καθεμία από τις ανισότητες που σου δίνονται με την κατάλληλη γραφική παράσταση. Η μη σκιασμένη περιοχή απεικονίζει την ανισότητα.

- i)  $x > 2$
- ii)  $y \leq 6$
- iii)  $x + y \geq 3$
- vi)  $2x + 3y \leq 12$
- v)  $y + 2x \leq 50$
- vi)  $xy \leq 144$
- vii)  $y \geq 2x$
- viii)  $x \leq 2y$



1. Ποια από τις διπλανές γραφικές παραστάσεις είναι σωστά σκιασμένη, ώστε να απεικονίζει όλες τις παρακάτω ανισότητες;

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$2x + y > 4$$

$$x + 3y > 9$$

$$x + y < 6$$

