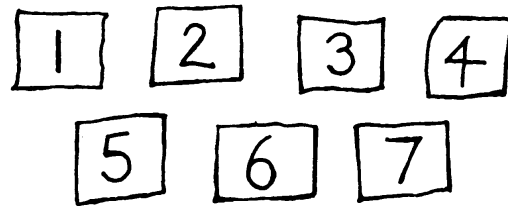


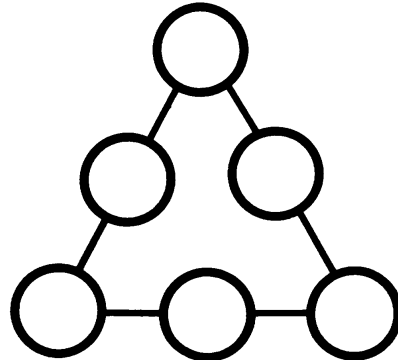
Smile **0104**

# Παζλ με αριθμούς 1

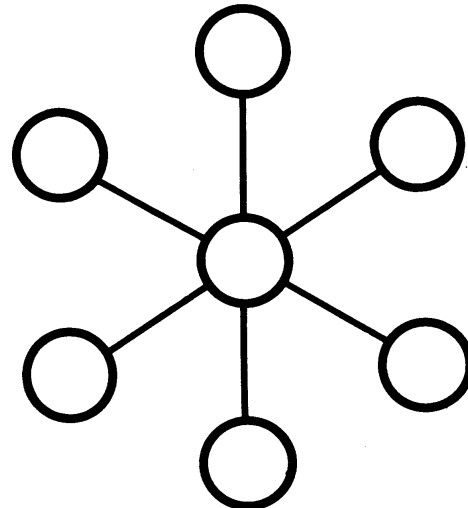


Θα ήταν χρήσιμο να έχεις 7 μικρά κομμάτια χαρτί, αριθμημένα από το 1 μέχρι το 7.

1) Να επανατοποθετήσεις τα κομμάτια από το 1 μέχρι το 6, έτσι ώστε ανά τρεις οι αριθμοί να δίνουν το ίδιο άθροισμα.

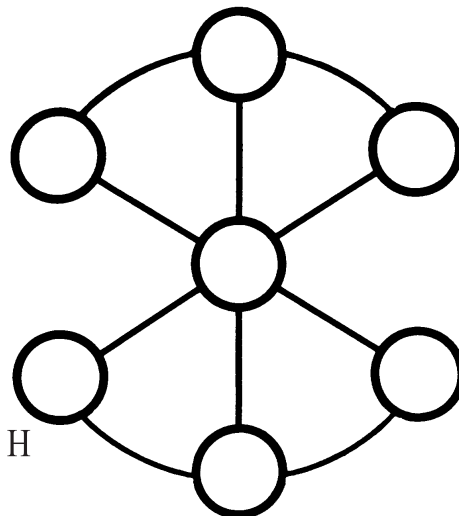


2) Να τοποθετήσεις τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 7, έτσι ώστε οι τρεις αριθμοί σε κάθε γραμμή να δίνουν το ίδιο άθροισμα.



Υπόδειξη: Τοποθέτησε ένα αριθμό σε κάθε γραμμή.

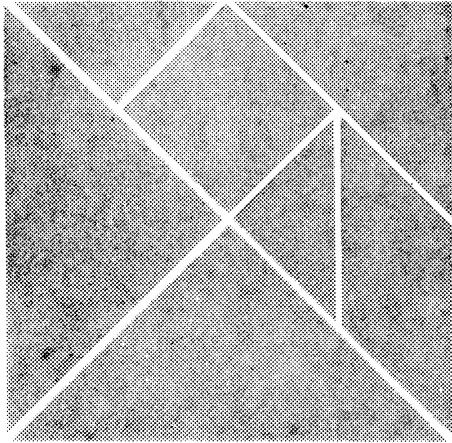
3) Αυτή τη φορά να τοποθετήσεις τους αριθμούς, έτσι ώστε ανά τρεις να δίνουν άθροισμα 12.



Υπόδειξη: Η επανάληψη στο παζλ 2 θα σε βοηθήσει.

# Τάνγκραμ με 7 κομμάτια

Smile 0105

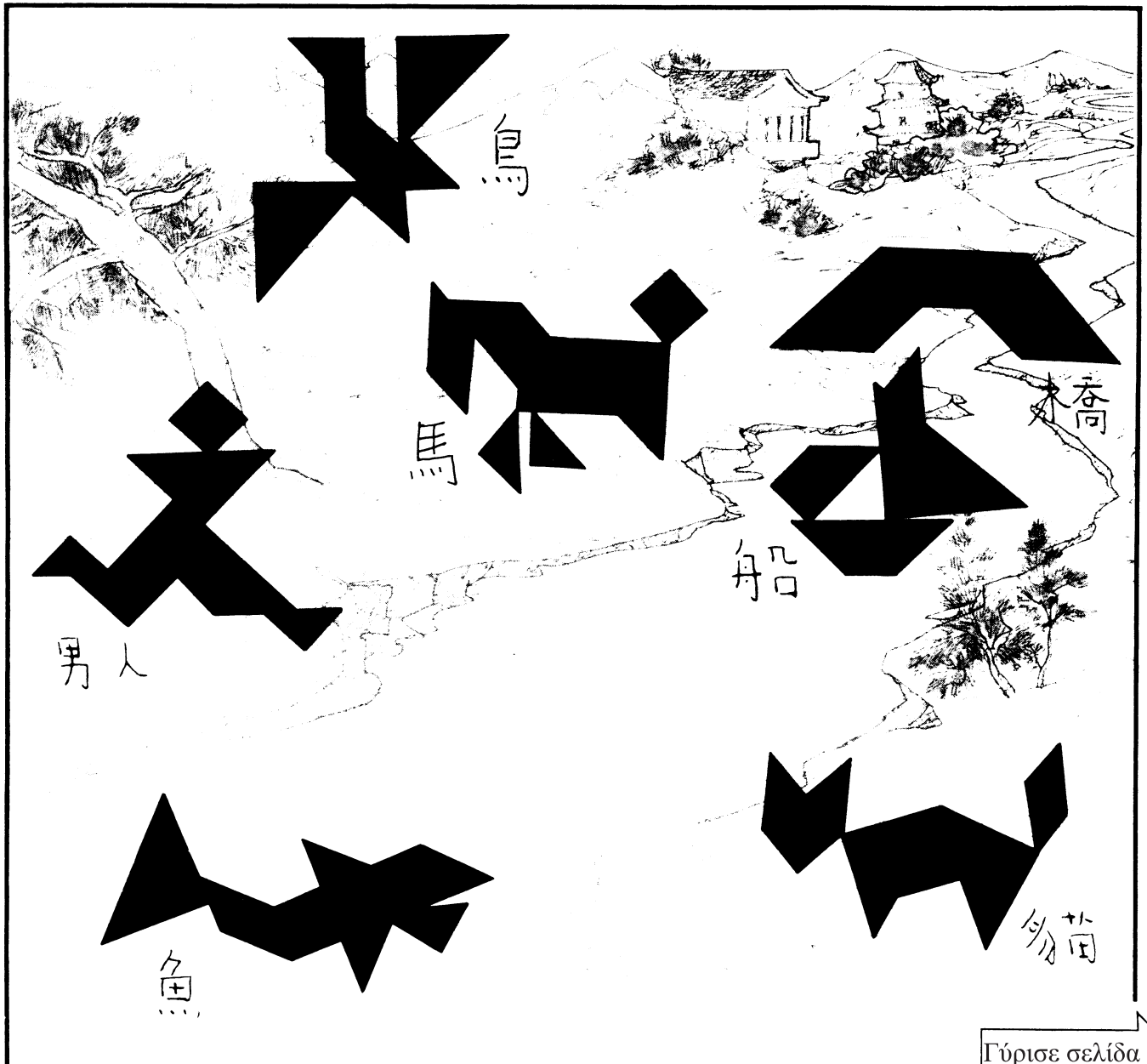


Το τάνγκραμ είναι ένα παζλ που επινοήθηκε στην Κίνα πολλά χρόνια πριν.

Αυτό που πρέπει να κάνεις είναι να φτιάξεις τα μαύρα σχήματα που βλέπεις παρακάτω, χρησιμοποιώντας και τα 7 κομμάτια τάνγκραμ που υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.

Να φτιάξεις το δικό σου τάνγκραμ. Ποια άλλα σχήματα μπορείς να φτιάξεις χρησιμοποιώντας και τα 7 κομμάτια τάνγκραμ;

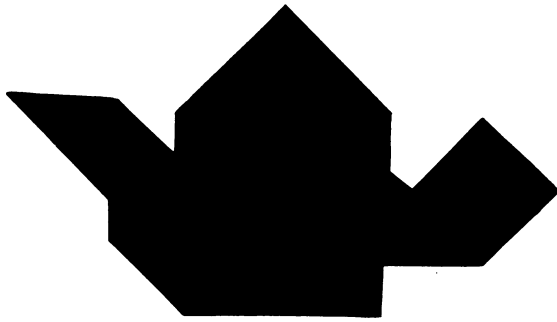
Θα βρεις και άλλα τάνγκραμ παζλ στο πίσω μέρος της κάρτας.



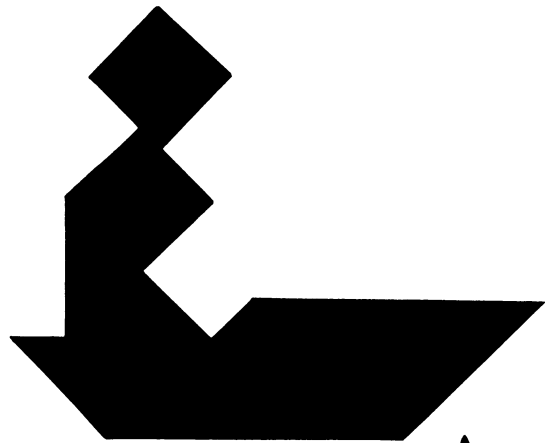
Γύρισε σελίδα

Smile 0105

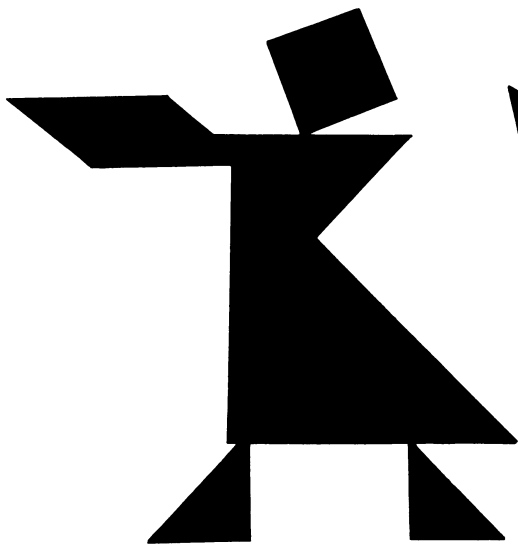
## Περισσότερα Τάγκραμ



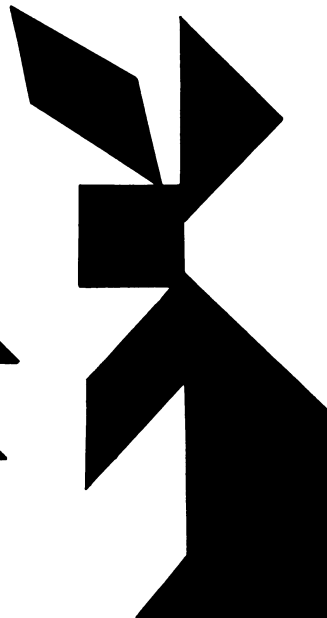
Τσαγιέρα



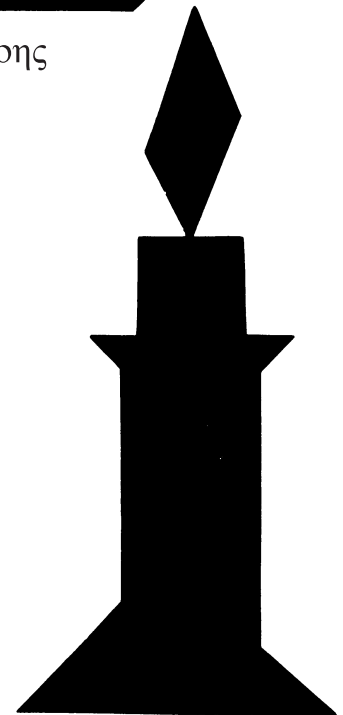
Βαρκάρης



Γυναίκα



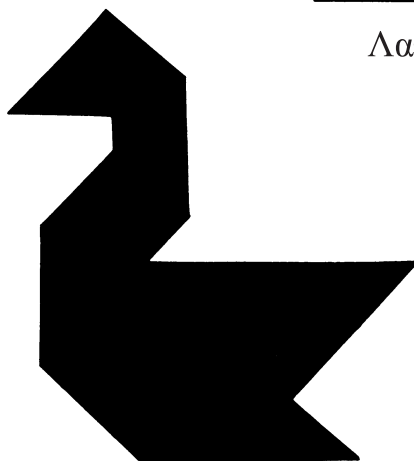
Λαγός



Κερί



Γράμματα



Κύκνος



Αριθμοί

Θα χρειαστείς έναν πίνακα του εκατό και μπογιές.

## Εννιάδες

1. Θα χρειαστείς έναν τετράγωνο πίνακα, χωρισμένο σε 100 αριθμημένα τετραγωνάκια. Να χρωμάτισεις κάθε ένατο τετράγωνο του πίνακα.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Γράψε τους αριθμούς που  
χρωμάτισες σε μία στήλη:

9  
18  
27  
⋮

3. Να συμπληρώσεις τις ισότητες:

$0 + 9 = 9$   
 $10 + 8 = 18$   
 $20 + 7 = 27$   
⋮

4. Να συμπληρώσεις τις ισότητες:

$10 - 1 = 9$   
 $20 - 2 = \blacksquare$   
 $30 - 3 = \blacksquare$   
⋮

5. Ένας τρόπος για να ελέγξεις τον πίνακα των πολλαπλασίων του 9 είναι ο παρακάτω: «προσθέτεις τις δεκάδες στις μονάδες».

Έτσι, το 9 δίνει  $9 = 9$   
Έτσι, το 18 δίνει  $1 + 8 = \blacksquare$   
Έτσι, το 27 δίνει  $2 + 7 = \blacksquare$   
⋮

Να συμπληρώσεις αυτές τις ισότητες.



Θα χρειαστείς πούλια.

## Ποιος είναι τελευταίος;

Ένα παιχνίδι για δύο παίκτες.

Να τοποθετήσετε 16 πούλια στο τραπέζι.

Μπορείτε να παίρνετε με τη σειρά 1 ή 2 ή 3 ή 4 πούλια.

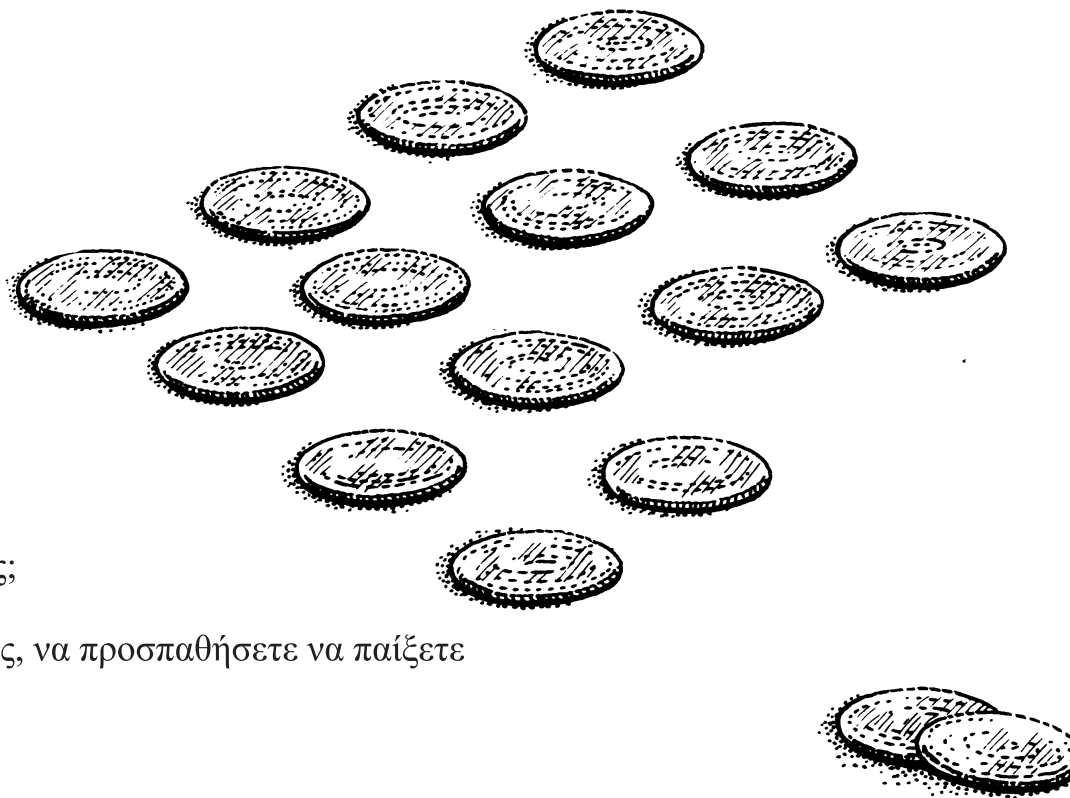
Χάνει ο παίκτης που θα έχει το τελευταίο πούλι.

Μπορείς να βρεις έναν κανόνα για να κερδίζεις;  
Είναι πλεονέκτημα να ξεκινήσεις πρώτος ή δεύτερος;

Αφού θα έχετε παίξει αυτό το παιχνίδι αρκετές φορές, να προσπαθήσετε να παίξετε με 21 πούλια.

Τι θα συμβεί με 26 πούλια;

**ΝΑ ΤΟ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ**

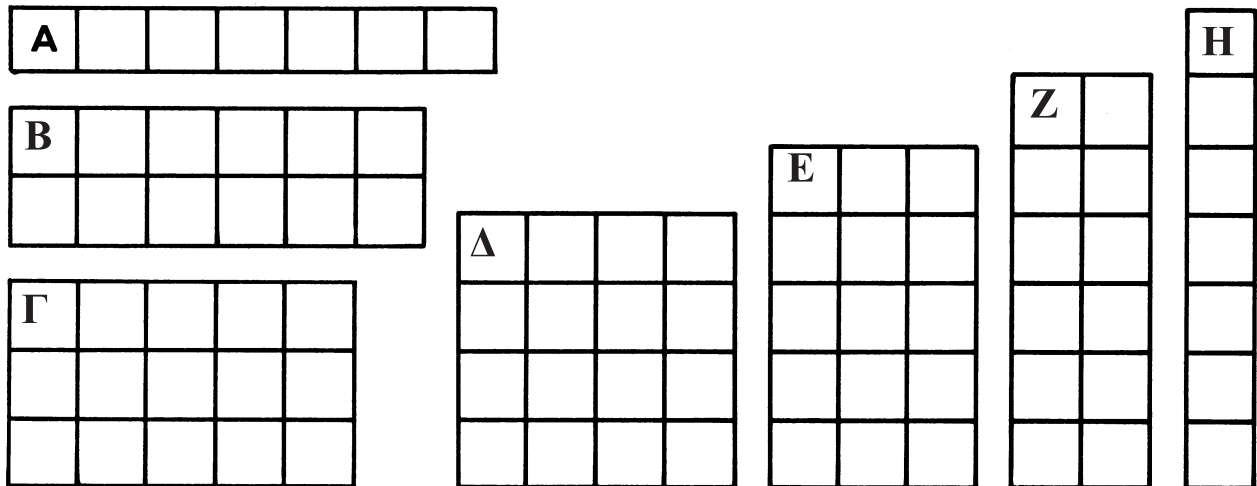


Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί σε εκατοστά, ψαλίδι.

Smile 0119

# Εμβαδόν και Περίμετρος 1

(1) Να σχεδιάσεις τα παρακάτω ορθογώνια παραλληλόγραμμα στο τετραγωνισμένο χαρτί. Να τα ονομάσεις με τα γράμματα που εμφανίζονται παρακάτω.



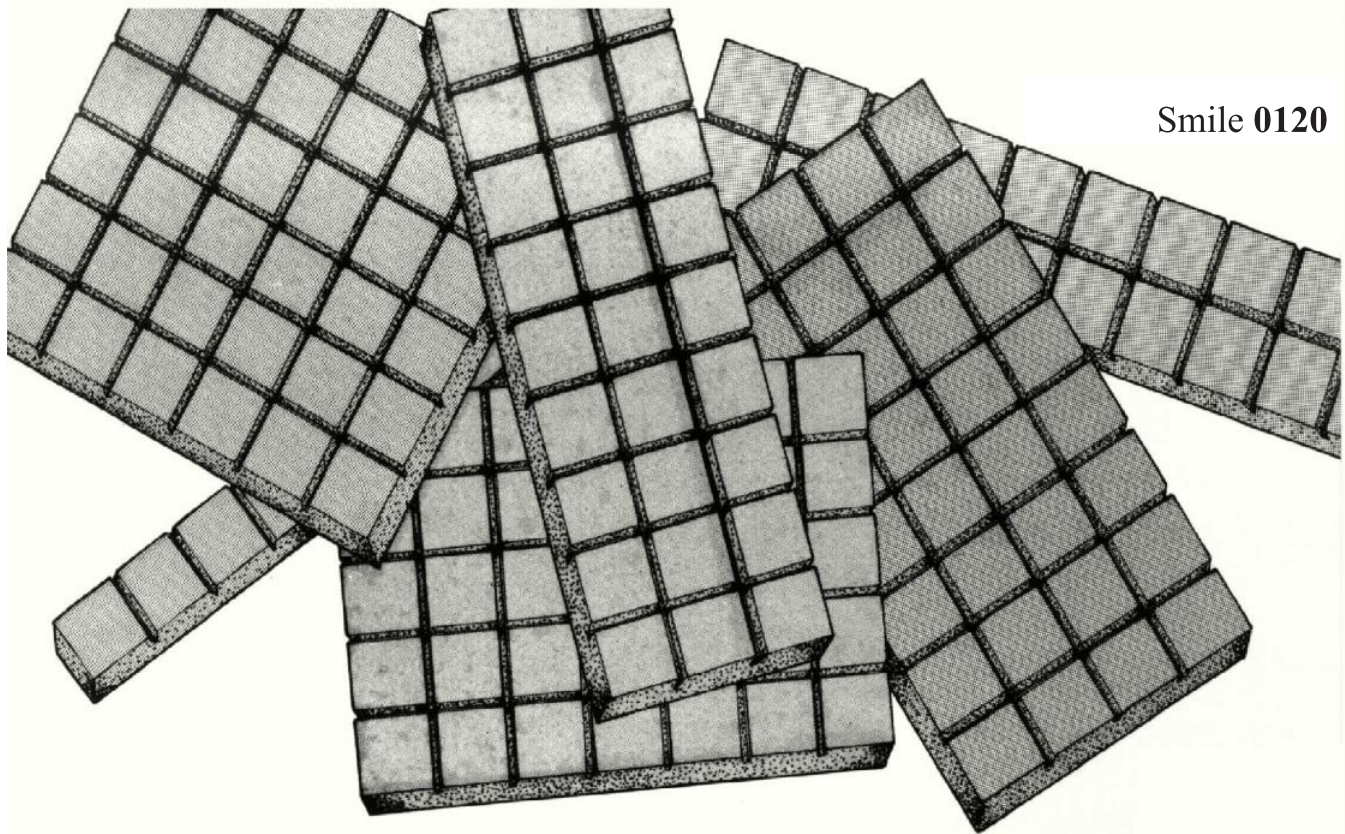
(2) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Ορθογώνιο	Πλάτος σε εκ.	Μήκος σε εκ.	Εμβαδόν σε τ. εκ.	Περίμετρος σε εκ.
A				
B				
Γ				
Δ				
E				
Z				
H				

(3) Τι κοινό έχουν τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα;

(4) Ποιο ορθογώνιο έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;

(5) Ποιο ορθογώνιο έχει το μικρότερο εμβαδόν;



Smile 0120

## Εμβαδόν σοκολάτας

Αυτά τα 6 κομμάτια σοκολάτας έχουν όλα το ίδιο πάχος.

Κάθε κομμάτι έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου με περίμετρο 24 εκ.

Πιστεύεις ότι και τα 6 κομμάτια έχουν την ίδια ποσότητα σοκολάτας;

Ποιο κομμάτι σοκολάτας θα διάλεγες;

Αν έπρεπε να διαλέξεις το μεγαλύτερο ορθογώνιο με περίμετρο 20 εκ....

...ποιο σχήμα θα διάλεγες;

...ποιο θα ήταν το μήκος των πλευρών του;

...τι εμβαδόν θα είχε;

Να κόψεις ή να σχεδιάσεις και άλλα ορθογώνια, για να ελέγξεις τις απαντήσεις σου.

Smile 0123

## Σπαζοκεφαλιά με πούλια

Θα χρειαστείς 4 κόκκινα και 4 μπλε πούλια.

Σπαζοκεφαλιά για ένα άτομο.

Σκοπός αυτής της σπαζοκεφαλιάς είναι να αλλάξουν θέσεις τα κόκκινα και τα μπλε πούλια.

\*Να τοποθετήσεις τα πούλια στον πίνακα.

\*Να μετακινήσεις τα πούλια, σύμφωνα με τους παρακάτω κανόνες.

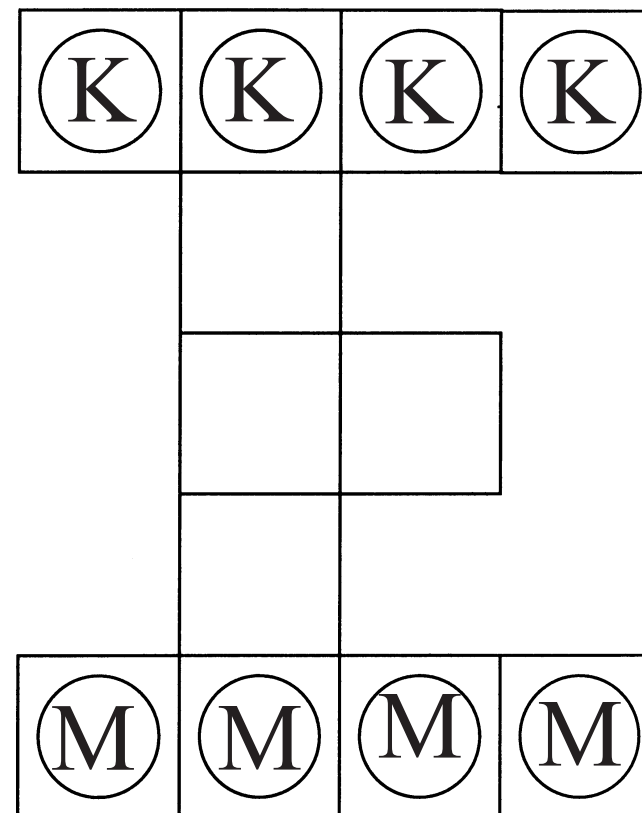
### Κανόνες

\* Τα πούλια μπορούν να μετακινηθούν μπροστά, πίσω ή στο πλάι.

\* Κάθε πούλι μπορεί να μετακινηθεί κατά πολλά τετράγωνα κάθε φορά.

\* Οι διαγώνιες μετακινήσεις δεν επιτρέπονται.

\* Κανένα πούλι δεν επιτρέπεται να υπερπηδήσει άλλα πούλια.



## Σπαζοκεφαλιά με χρωματιστά πούλια

Smile 0124

Θα χρειαστείς 3 κόκκινα και τρία μπλε πούλια.

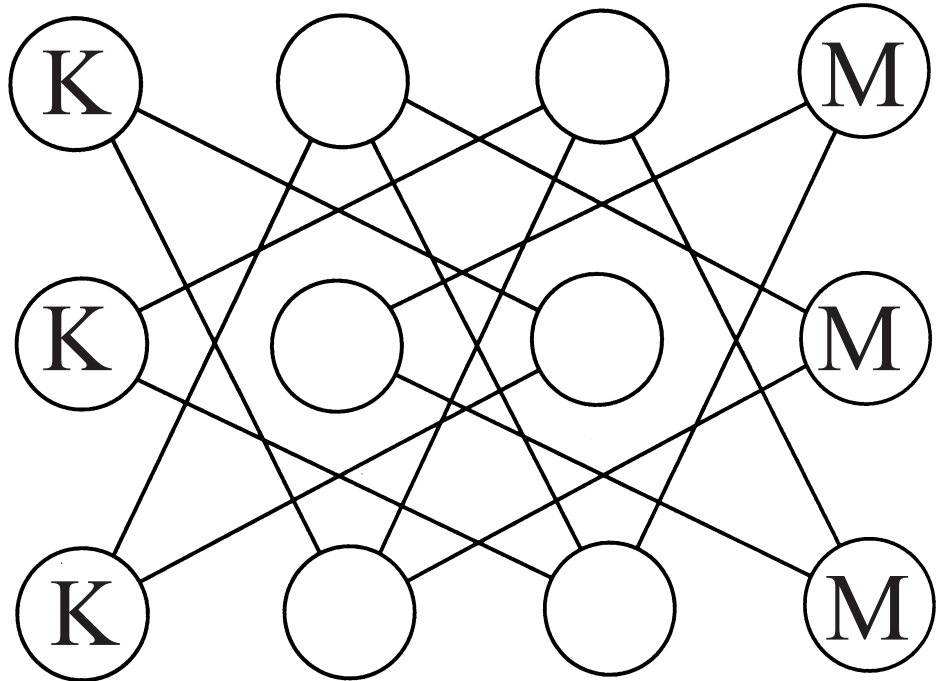
Σπαζοκεφαλιά για ένα άτομο.

Σκοπός αυτής της σπαζοκεφαλιάς είναι να αλλάξουν θέσεις τα κόκκινα και τα μπλε πούλια.

- Να τοποθετήσεις τα πούλια στον πίνακα.
- Να μετακινήσεις τα πούλια, σύμφωνα με τους παρακάτω κανόνες.

### Κανόνες

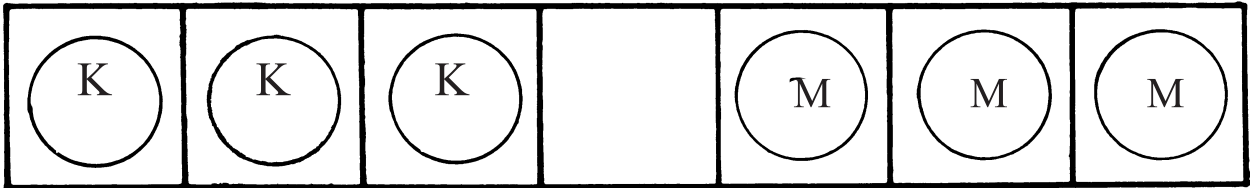
- Κάθε πούλι μπορεί να μετακινηθεί κατά μήκος οποιασδήποτε ευθείας γραμμής σε έναν **άδειο** κύκλο.
- Κάθε πούλι μπορεί να μετακινηθεί μπροστά ή πίσω, με οποιαδήποτε σειρά.



Θα χρειαστείς 3 κόκκινα και 3 μπλε πούλια.

---

## Η σπαζοκεφαλιά των βατράχων



- (1) Σπαζοκεφαλιά για ένα άτομο.
- (2) Να τοποθετήσεις τα κόκκινα πούλια στις θέσεις K και τα μπλε πούλια στις θέσεις M.
- (3) Ο στόχος είναι να γίνει ανταλλαγή των θέσεων ανάμεσα στα κόκκινα και στα μπλε πούλια.
- (4) Κανόνας: τα κόκκινα πούλια μπορούν να μετακινηθούν μόνο προς τα δεξιά και τα μπλε πούλια μόνο προς τα αριστερά.

**ΜΙΑ ΚΙΝΗΣΗ** μπορεί να είναι:

- (α) μια απλή μετακίνηση στην επόμενη άδεια θέση ή
- (β) ένα άλμα πάνω από ένα πούλι σε μια άδεια θέση.

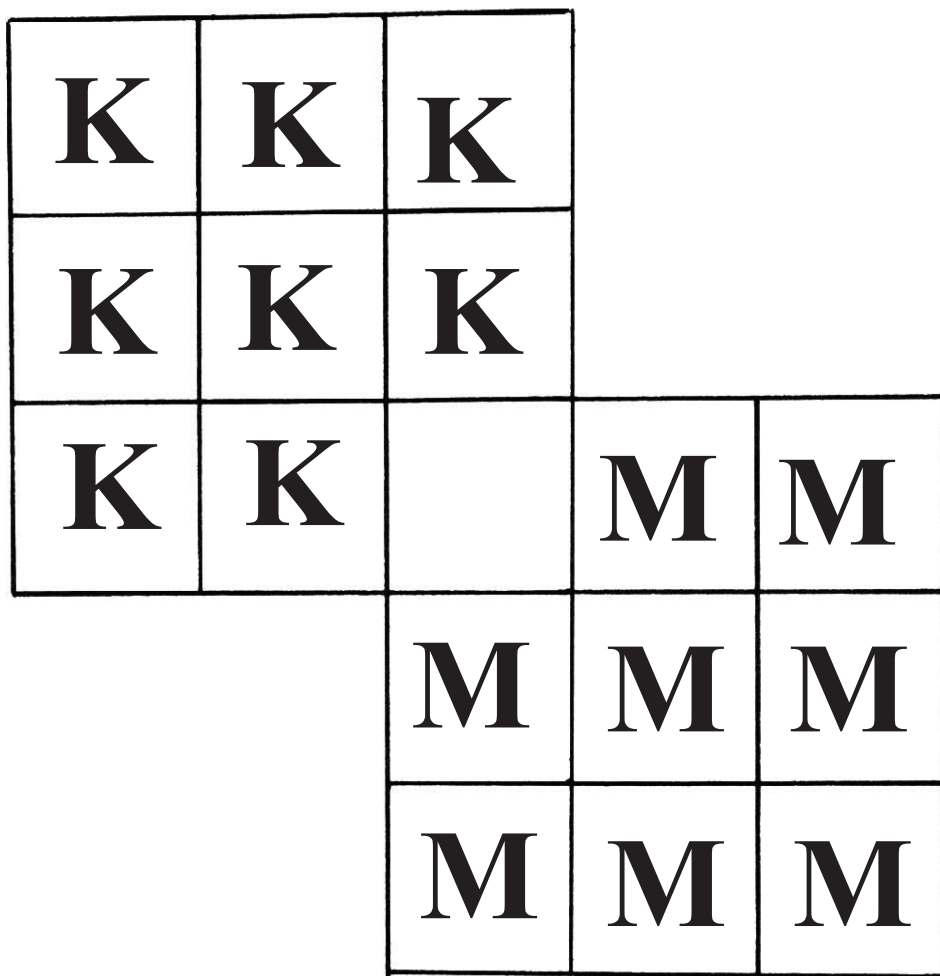
Τα πούλια μπορούν να μετακινούνται μόνο στις επτά αυτές θέσεις.



Θα χρειαστείς 8 κόκκινα και 8 μπλε πούλια.

### Μια σπαζοκεφαλιά με 18 πούλια

Να τοποθετήσεις τα κόκκινα πούλια στα τετράγωνα που σημειώνονται με Κ και τα μπλε στα τετράγωνα που σημειώνονται με Μ.



Σκοπός του παιχνιδιού είναι να αντιστρέψεις τις θέσεις που κατέχουν τα πούλια των δύο χρωμάτων.

Δηλαδή, να μετακινήσεις τα μπλε πούλια στη θέση των κόκκινων και αντίστροφα.

**Κανόνες:** (1) Μπορείς να μετακινήσεις τα πούλια κάθετα ή οριζόντια σε ένα άδειο τετράγωνο. Διαγώνιες κινήσεις δεν επιτρέπονται.

(2) Μπορείς να μετακινήσεις ένα πούλι πάνω από ένα διπλανό του για να πας σε ένα άδειο τετράγωνο, όχι όμως πάνω από περισσότερα.

Μέτρησε τις κινήσεις που κάνεις και προσπάθησε να βελτιώσεις το σκορ σου.

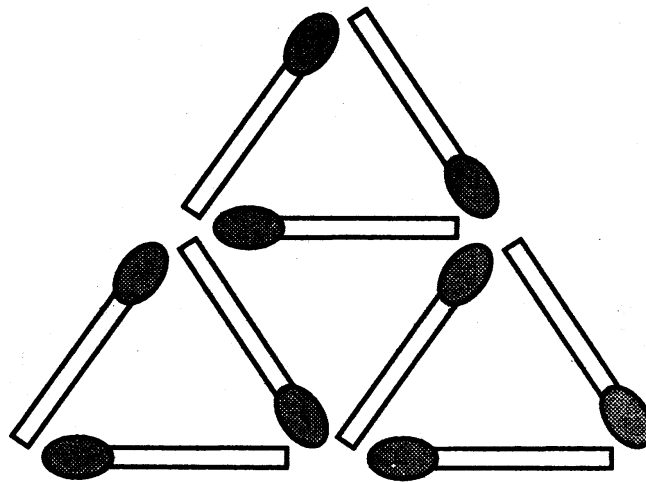


## Smile 0131

# Σπαζοκεφαλιά με σπέρτα

Σπαζοκεφαλιά πρώτη:

Να τοποθετήσεις 9 σπέρτα, όπως παρακάτω:



Να μετακινήσεις 4 σπέρτα, έτσι ώστε να σχηματιστούν 2 ισόπλευρα τρίγωνα.

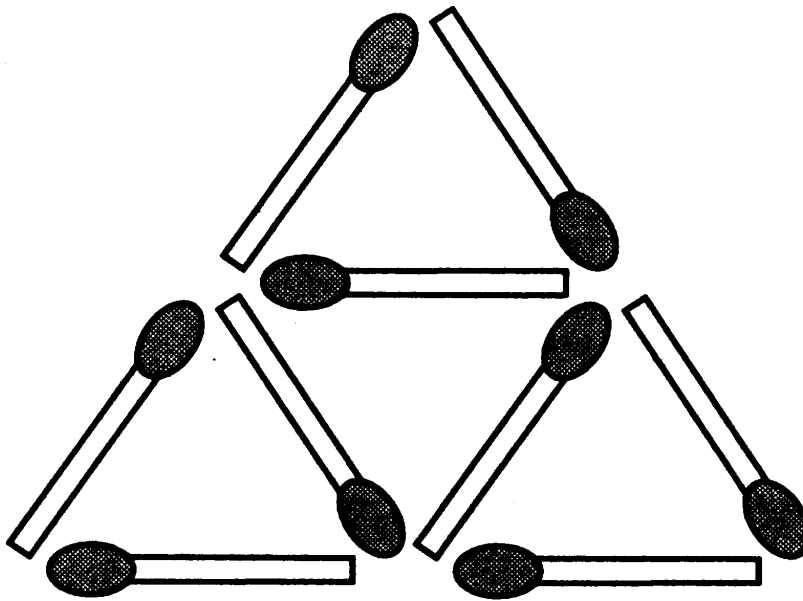
Να σχεδιάσεις την απάντησή σου.



## Smile 0131

Σπαζοκεφαλιά δεύτερη:

Να ξεκινήσεις με το ίδιο σχέδιο, όπως και στην πρώτη σπαζοκεφαλιά:



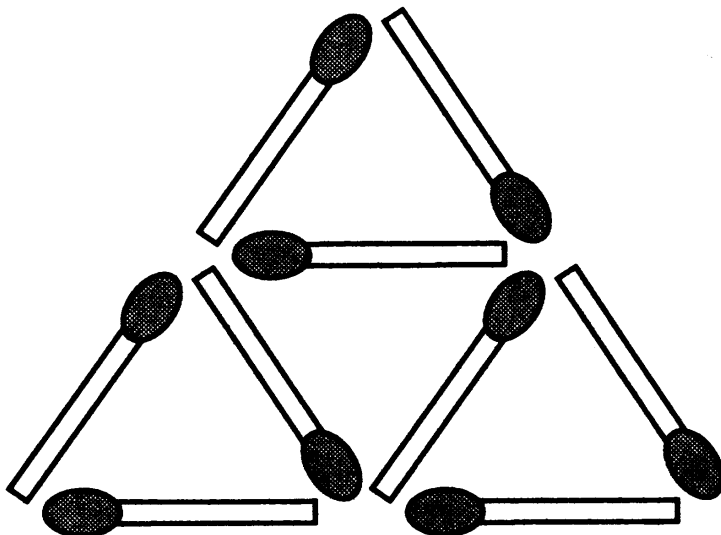
Να μετακινήσεις 3 σπίρτα, έτσι ώστε να σχηματιστούν 2 ισόπλευρα τρίγωνα.

Να σχεδιάσεις την απάντησή σου.

## Smile 0131

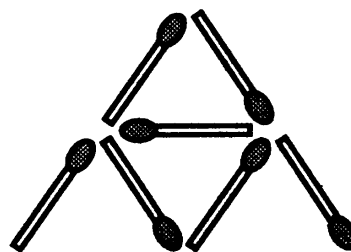
Σπαζοκεφαλιά **τρίτη**:

Να ξεκινήσεις με το ίδιο σχέδιο, όπως και στην πρώτη σπαζοκεφαλιά:



Να μετακινήσεις 2 σπίρτα, έτσι ώστε να σχηματιστούν 2 ισόπλευρα τρίγωνα.

Δεν επιτρέπεται να αφήσεις ανοιχτές τις πλευρές.

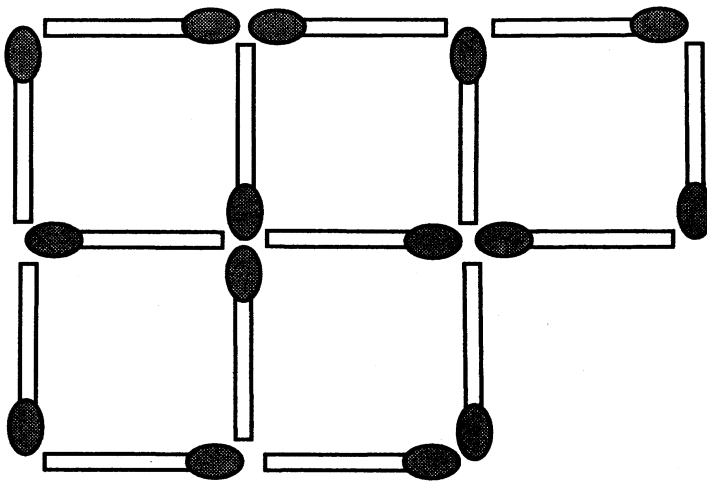


Να σχεδιάσεις την απάντησή σου.

## Smile 0131

Σπαζοκεφαλιά τέταρτη:

Να τοποθετήσεις **15** σπέρτα, όπως παρακάτω:

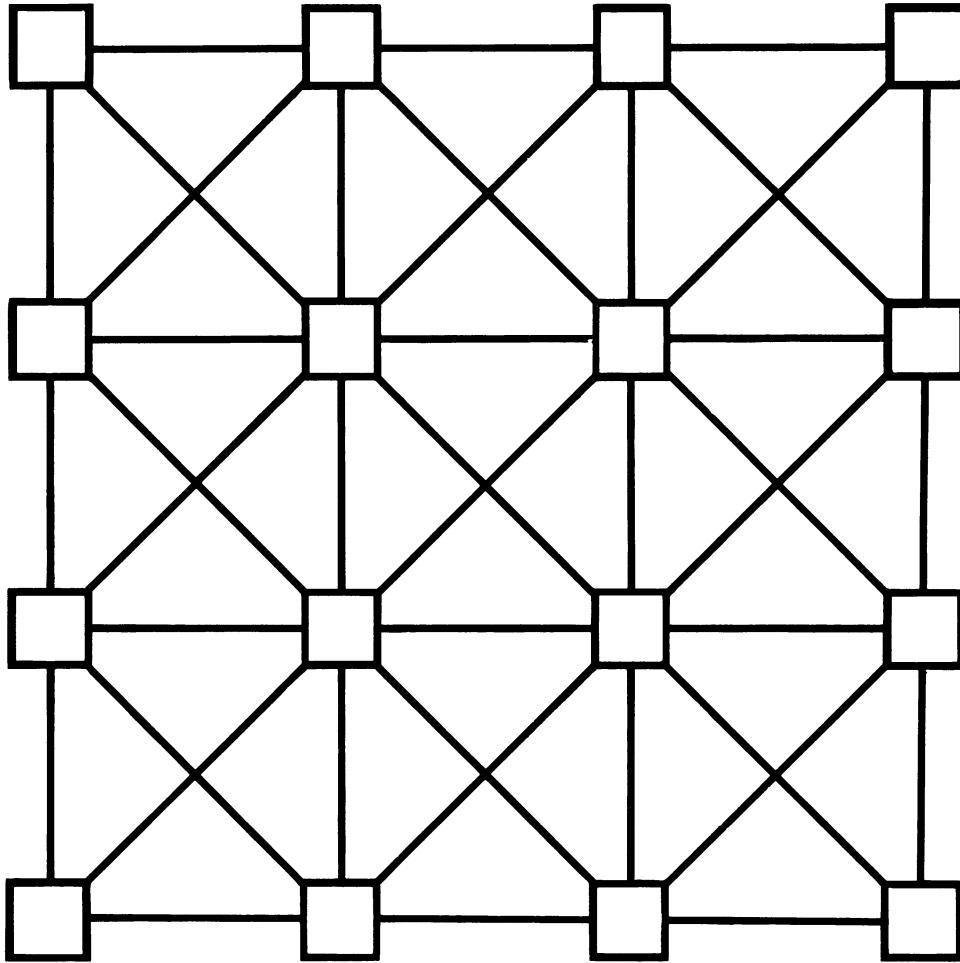


Να μετακινήσεις 3 σπέρτα, έτσι ώστε να σχηματιστούν 3 τετράγωνα (χωρίς ανοιχτές πλευρές).

Να σχεδιάσεις την απάντησή σου.

## Έξω από τη γραμμή

Θα χρειαστείς 4 κόκκινα και 4 μπλε πούλια.



### Σπαζοκεφαλιά 1

Να τοποθετήσεις 4 κόκκινα πούλια στο τετράγωνο, έτσι ώστε κανένα να μην είναι στην ίδια ευθεία με κάποιο άλλο.

### Σπαζοκεφαλιά 2

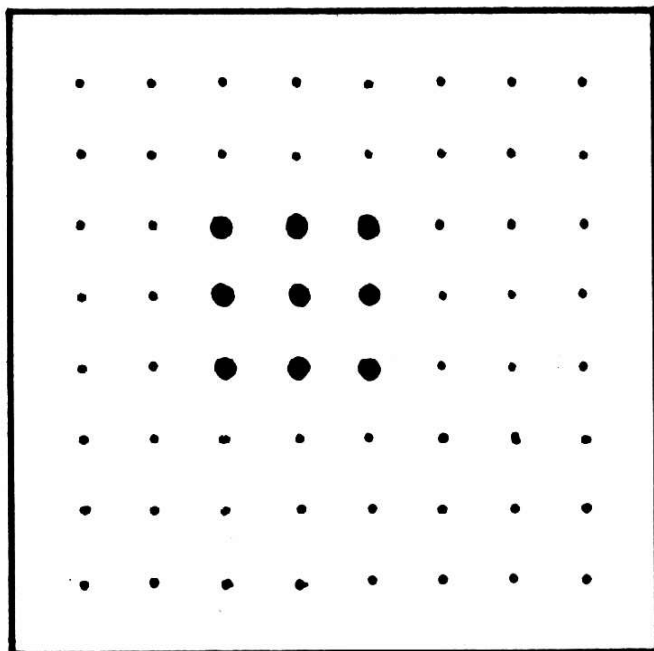
Να αφήσεις τα κόκκινα πούλια στη θέση τους και να τοποθετήσεις τα 4 μπλε πούλια με τέτοιο τρόπο, ώστε και πάλι κανένα να μην είναι στην ίδια ευθεία με κάποιο άλλο του ίδιου χρώματος.

Να φτιάξεις ένα σχέδιο για να παρουσιάσεις τις απαντήσεις σου.

Θα μπορούσες να ασχοληθείς με την κάρτα **0144** «Όλα έξω από τη γραμμή». Είναι μια παρόμοια σπαζοκεφαλιά, αλλά πιο δύσκολη, γιατί το τετράγωνο είναι 5X5.

Θα χρειαστείς πίνακα με καρφάκια, 10 καρφάκια.

Σπαζοκεφαλίες στο γεωπίνακα



Τοποθέτησε 9 καρφάκια σε ένα τετράγωνο όπως αυτό. Πόσες σειρές με 3 καρφάκια βλέπεις; Μην ξεχνάς τις διαγώνιες σειρές! Θα πρέπει να έχεις βρει 8 σειρές.

**Σπαζοκεφαλιά 1η**

Να βρεις έναν άλλο τρόπο να τοποθετήσεις τα 9 καρφάκια, για να σχηματίσεις 8 σειρές με 3 καρφάκια στην κάθε σειρά.

**Σπαζοκεφαλιά 2η**

Να τοποθετήσεις τα 9 καρφάκια, για να σχηματίσεις 9 σειρές με 3 καρφάκια σε κάθε σειρά.

**Σπαζοκεφαλιά 3η**

Να τοποθετήσεις τα 9 καρφάκια, για να σχηματίσεις 10 σειρές με 3 καρφάκια σε κάθε σειρά.

# Όγκος κύβων

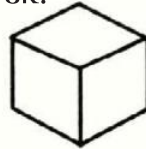
Smile 0142

Θα χρειαστείς κυβάκια ενός εκατοστού.

Αυτός είναι ένας κύβος με ακμή μήκους 1 εκ.

Έχει όγκο 1 κ. εκ.

(1 εκ. x 1 εκ. x 1 εκ.)



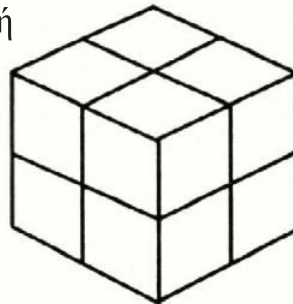
Κάθε έδρα έχει **εμβαδόν** 1 τ. εκ.

(1 εκ. x 1 εκ.)

Ο κύβος έχει 6 έδρες, έτσι **το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας** του κύβου είναι 6 τ. εκ.

(6 x 1 τ. εκ.)

1. Να σχηματίσεις έναν κύβο με ακμή μήκους 2 εκ., χρησιμοποιώντας κυβάκια του ενός εκατοστού.



α) Ποιος είναι ο όγκος του κύβου με ακμή 2 εκ.;

β) Ποιο είναι το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του;

2. Να σχηματίσεις έναν κύβο με ακμή μήκους 3 εκ., χρησιμοποιώντας τα κυβάκια.

α) Ποιος είναι ο όγκος του κύβου με ακμή 3 εκ.;

β) Ποιο είναι το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας;

3. Να σχηματίσεις έναν κύβο με ακμή μήκους 4 εκ., χρησιμοποιώντας τα κυβάκια.

α) Ποιος είναι ο όγκος του κύβου με ακμή 4 εκ.;

β) Ποιο είναι το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας;

**Γύρισε σελίδα**



Smile 0142

4. α) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

Μήκος της ακμής του κύβου (εκ.)	Εμβαδόν κάθε έδρας του κύβου (τ. εκ.)	Εμβαδόν ολικής επιφάνειας του κύβου (τ. εκ.)	Όγκος του κύβου (κ. εκ.)
1	1	6	1
2	4	24	
3	9		
4			
5			
6			
7			
8			

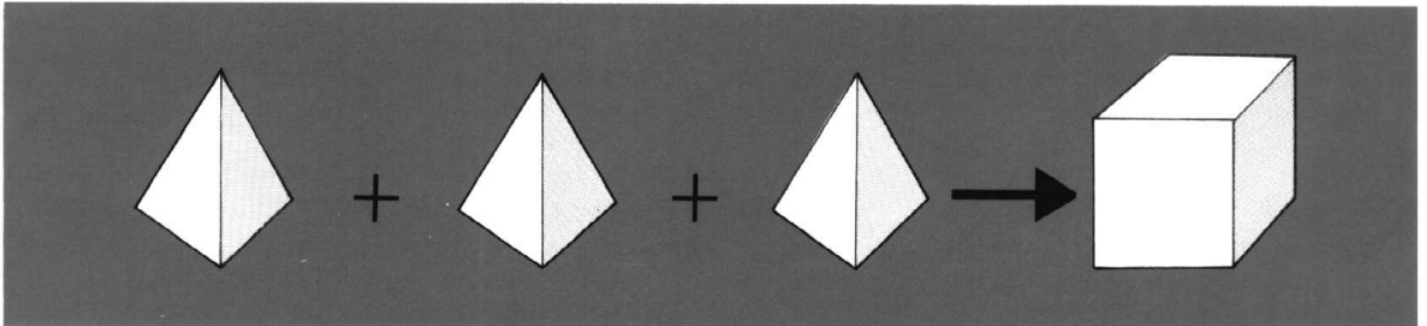
β) Οι αριθμοί της δεύτερης στήλης λέγονται τετράγωνοι αριθμοί.

Πώς νομίζεις ότι ονομάζονται οι αριθμοί στην τέταρτη στήλη;

Θα χρειαστείς χαρτόνι, διαφανές χαρτί και κόλλα.

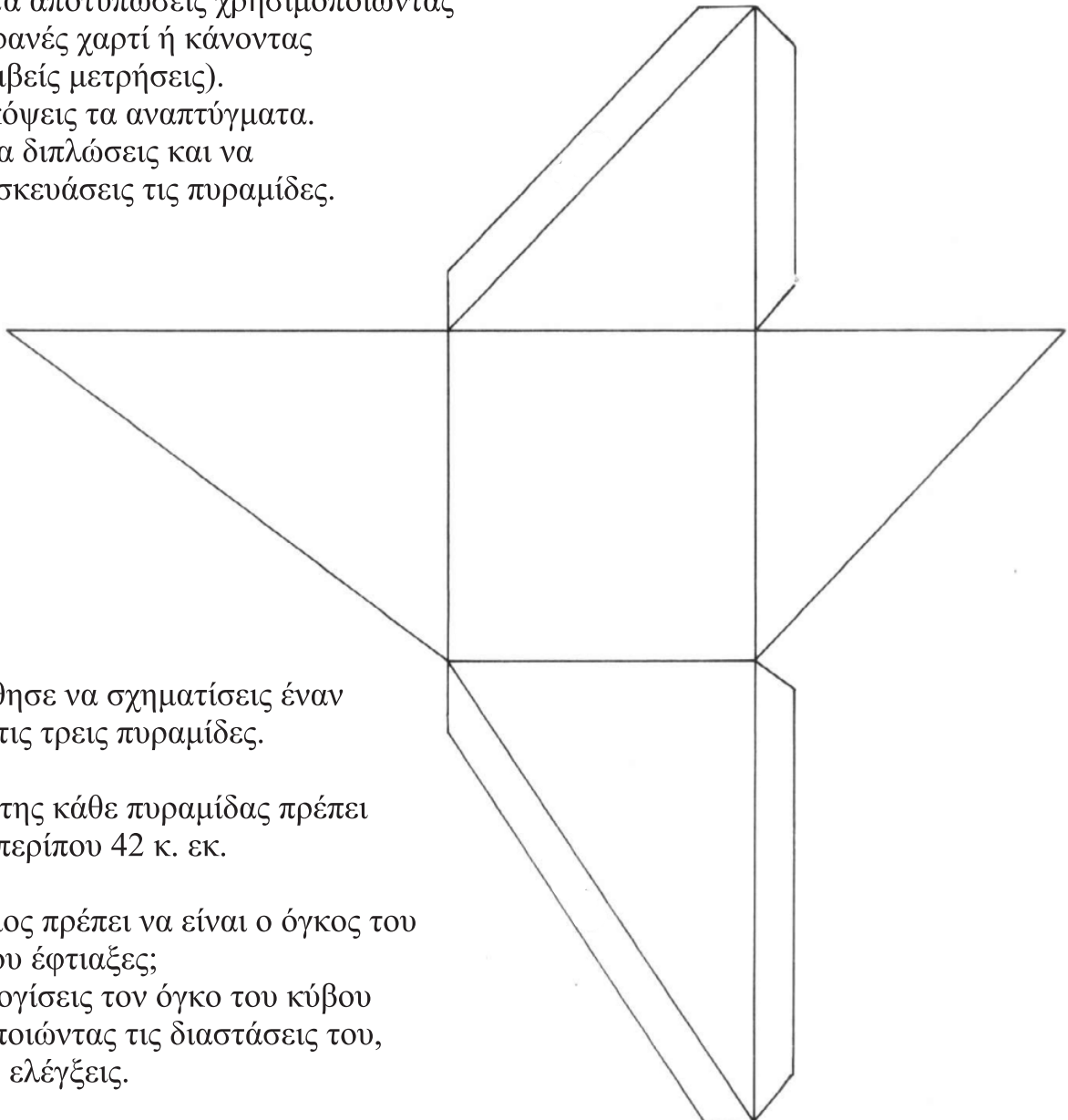
Smile 0143

## Όγκοι 2



Για να κατασκευάσεις τρεις ίδιες πυραμίδες:

- (α) Να αντιγράψεις τρία αναπτύγματα σε ένα χαρτόνι (να τα αποτυπώσεις χρησιμοποιώντας διαφανές χαρτί ή κάνοντας ακριβείς μετρήσεις).
- (β) Να κόψεις τα αναπτύγματα.
- (γ) Να τα διπλώσεις και να κατασκευάσεις τις πυραμίδες.



Προσπάθησε να σχηματίσεις έναν κύβο με τις τρεις πυραμίδες.

Ο όγκος της κάθε πυραμίδας πρέπει να είναι περίπου 42 κ. εκ.

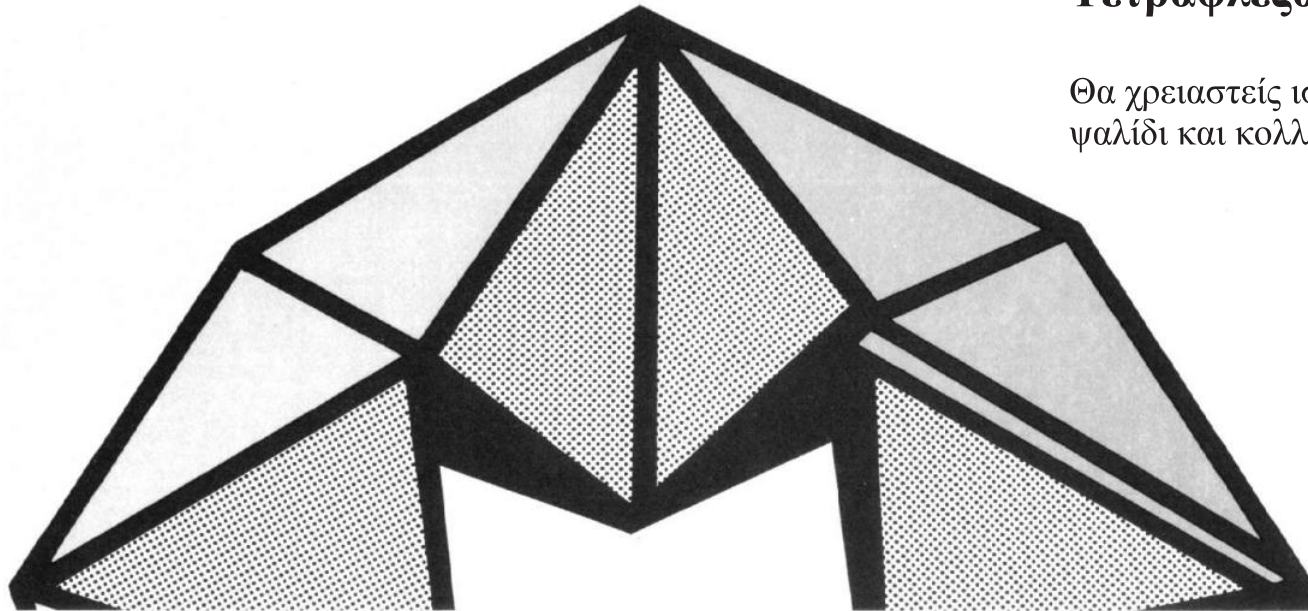
Έτσι, ποιος πρέπει να είναι ο όγκος του κύβου που έφτιαξες;

Να υπολογίσεις τον όγκο του κύβου χρησιμοποιώντας τις διαστάσεις του, για να το ελέγξεις.

Smile 0145

## Τετραφλεξάγωνο

Θα χρειαστείς ισομετρικό χαρτί,  
ψαλίδι και κολλητική ταινία.

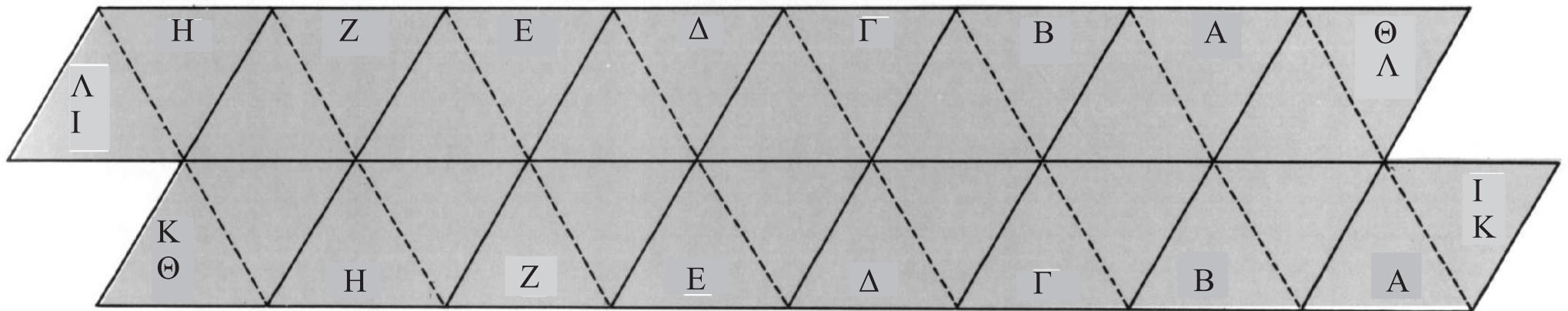


Smile 0145

Αυτό είναι το ανάπτυγμα  
για ένα τετραπλεξάγωνο

1) Να το σχεδιάσεις σε ισομετρικό  
χαρτί - τα τρίγωνα είναι όλα ισόπλευρα  
και οι πλευρές τους πρέπει να είναι  
περίπου 3 εκ.

2) Να κόψεις το ανάπτυγμα.



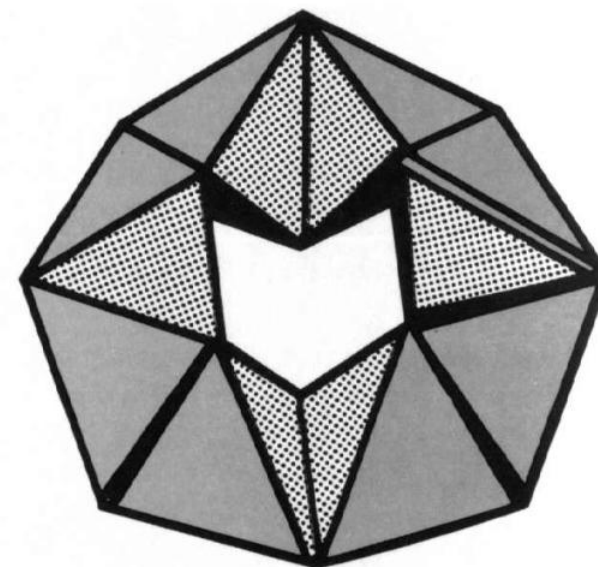
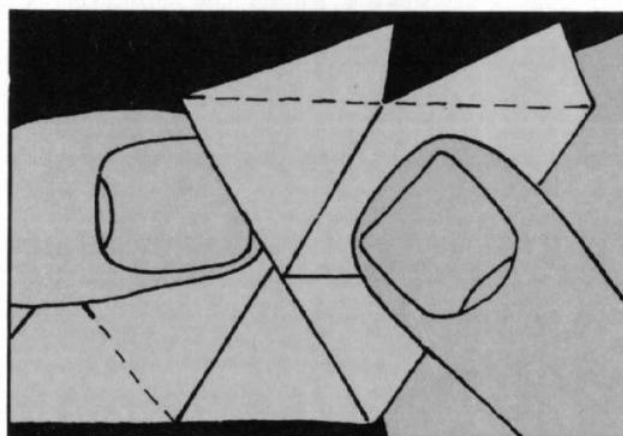
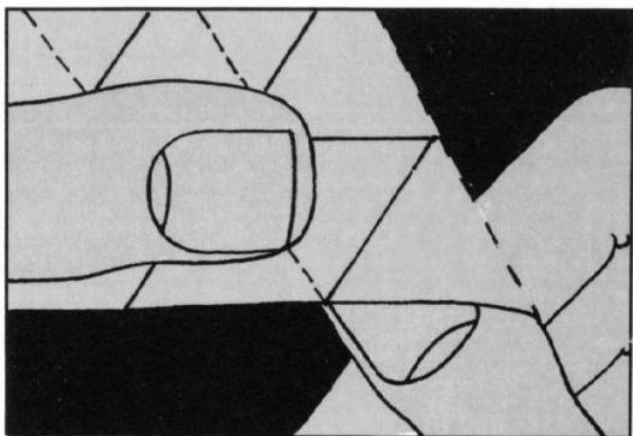
3) Να το διπλώσεις κατά μήκος των διακεκομμένων γραμμών, έτσι ώστε οι τσακίσεις να είναι προς την ίδια κατεύθυνση.

4) Οι εξωτερικές άκρες του αναπτύγματος σημειώνονται με γράμματα. Να τα αντιγράψεις και στις δύο όψεις του αναπτύγματος.

5) Να διπλώσεις κατά μήκος των συνεχόμενων γραμμών, αλλά προς την αντίθετη κατεύθυνση από εκείνη που δίπλωσες κατά μήκος των διακεκομμένων γραμμών.

6) Να ενώσεις τις άκρες που έχουν τα ίδια γράμματα με κολλητική ταινία. Να αρχίσεις ενώνοντας το Δ με το Δ.

*Να διακοσμήσεις το δαχτυλίδι - αν χρησιμοποιήσεις τέσσερα διαφορετικά χρώματα ή σχέδια, θα εμφανιστούν τέσσερις διαφορετικές όψεις, καθώς λυγίζεις το ανάπτυγμα.*





## ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΕΣ ΣΕ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΤΩΝ 100

Θα χρειαστείς ένα τετράγωνο με 100 μικρά τετραγωνάκια και μπογιές διαφορετικών χρωμάτων.

- \* Να πάρεις ένα τετράγωνο των 100 (10 X 10 τετραγωνάκια)
- \* Να σκιάσεις τους αριθμούς, όπως φαίνεται παρακάτω.
- \* Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις την ακολουθία αριθμών, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς που έχουν σκιαστεί.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

$$\begin{array}{l}
 3 \longrightarrow 3 = 3 \longrightarrow 3 = 3 \\
 14 \longrightarrow 1 + 4 = 5 \longrightarrow 5 = 5 \\
 25 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare = \blacksquare \\
 36 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare = \blacksquare \\
 47 \longrightarrow 4 + 7 = 11 \longrightarrow 1 + 1 = 2 \\
 58 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \\
 69 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \\
 80 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare
 \end{array}$$

Γύρισε σελίδα

Στο **ίδιο** τετράγωνο των 100:

\* Να σκιάσεις τη νέα γραμμή αριθμών με διαφορετικό χρώμα.

\* Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τη νέα ακολουθία αριθμών, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς που έχουν σκιαστεί.

$$11 \longrightarrow 1 + 1 = 2 \longrightarrow 2 = 2$$

$$22 \longrightarrow 2 + 2 = 4 \longrightarrow 4 = 4$$

$$33 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare = \blacksquare$$

$$44 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare = \blacksquare$$

$$55 \longrightarrow 5 + 5 = 10 \longrightarrow 1 + 0 = 1$$

$$66 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare$$

$$77 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare$$

$$88 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare$$

$$99 \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare \longrightarrow \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

\* Στο **ίδιο** τετράγωνο των 100, να σκιάσεις μια διαφορετική γραμμή αριθμών.

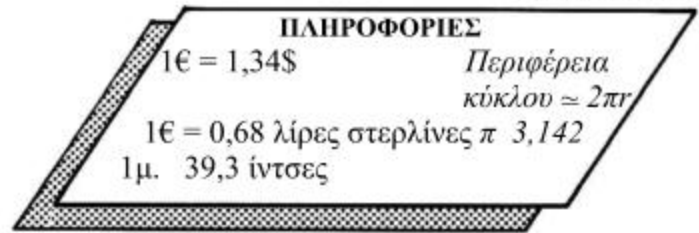
\* Να γράψεις μια ακολουθία αριθμών χρησιμοποιώντας τους αριθμούς που έχεις σκιάσει.



# Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς

Smile 0153

Θα χρειαστείς κομπιουτεράκι.



- 1 Πόσο κοστίζουν 73 βιβλία όταν το καθένα κοστίζει 8,72 ευρώ;
- 2 29 μπάλες ποδοσφαίρου κοστίζουν 68,73 ευρώ. Πόσο κάνει η κάθε μπάλα;
- 3 Να μετατρέψεις τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς:  $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{7}{12}$   
Να τοποθετήσεις τους δεκαδικούς στη σειρά ξεκινώντας από το μικρότερο.
- 4 Να μετατρέψεις τα κλάσματα  $\frac{1}{11}, \frac{2}{11}, \frac{3}{11}, \dots, \frac{10}{11}$  σε δεκαδικούς.  
Τι παρατηρείς;
- 5 Κάνοντας 27 ίδιου μήκους βήματα, καλύπτω 24μ.  
Πόσα βήματα πρέπει να κάνω για να καλύψω 40 μέτρα;
- 6 Ένα μπουκάλι σαμπάνιας σε ένα από τα καλύτερα μπαρ του Λονδίνου κοστίζει 25 λίρες στερλίνες. Ποια είναι η αξία της σαμπάνιας σε ευρώ;
- 7 Πόσο θα κόστιζαν 2 ρακέτες του τένις, αν η τιμή της μίας είναι 14,99 ευρώ, 3 σειρές μπαλάκια, αν η μία σειρά κοστίζει 4,44 ευρώ, 2 κοντά παντελονάκια, αν το ένα κοστίζει 4,99 ευρώ και 2 πουκάμισα, αν το ένα κοστίζει 9,72 ευρώ;
- 8 Κάποιος συγκέντρωσε 20 ευρώ για φιλανθρωπικό σκοπό. Αν τα χρήματα αυτά προήλθαν από 44 διαφορετικά άτομα, πόσα χρήματα έδωσε το κάθε άτομο κατά μέσο όρο;
- 9 Αν πήγαινες στη Νέα Υόρκη έχοντας μαζί σου 176,80 ευρώ, πόσα χρήματα θα είχες μαζί σου σε τοπικό νόμισμα;
- 10 Ένα βουνό έχει ύψος 3615μ. Πόσο θα είναι το ύψος του, αν το υπολογίσουμε κατά προσέγγιση ίντσας;
- 11 Ένα ταξίδι με τρένο από το Λονδίνο στο Μάντσεστερ (189μίλια) διήρκεσε 2 ώρες και 48 λεπτά. Να υπολογίσεις τη μέση ταχύτητα του τρένου με ακρίβεια μιας ακέρατης μονάδας.
- 12 Να υπολογίσεις την ακτίνα ενός κύκλου με περιφέρεια 20,8 εκ.  
Να δώσεις την απάντησή σου με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

## Δοκιμή και λάθος με υπολογιστή τσέπης

Το πρόβλημα ζητάει να βρεις 2 αριθμούς, οι οποίοι έχουν άθροισμα 10 και γινόμενο 20.

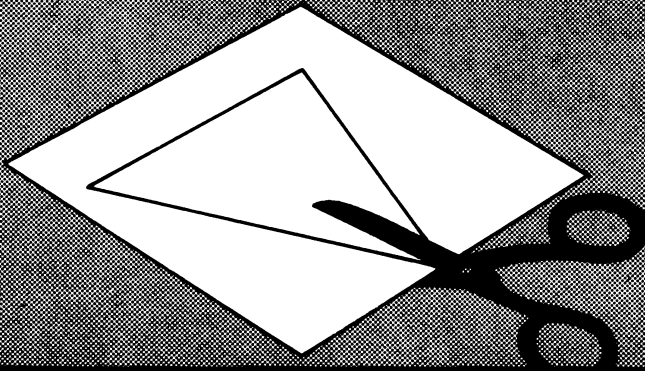


Na επινοήσεις ένα παρόμοιο πρόβλημα και να το λύσεις.

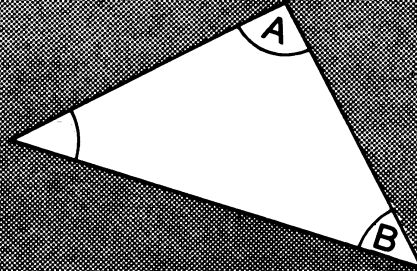
Θα χρειαστείς ψαλίδι και αυτοκόλλητο χαρτί.

## Γωνίες ενός τριγώνου

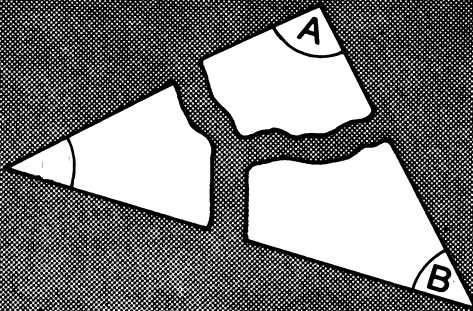
Να σχεδιάσεις ένα μεγάλο τρίγωνο σε ένα φύλλο αυτοκόλλητο χαρτί και να το κόψεις.



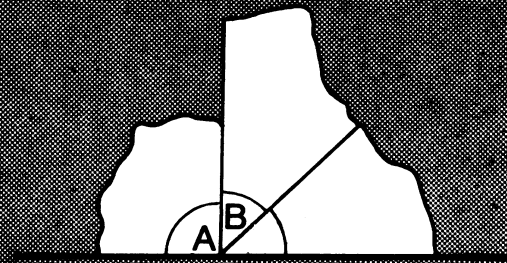
Να ονομάσεις τις γωνίες Α, Β και Γ.



Να σκίσεις προσεχτικά το τρίγωνο σε 3 κομμάτια.



Να τοποθετήσεις τα κομμάτια με τέτοιο τρόπο, ώστε να μην υπάρχουν επικαλύψεις, ούτε κενά, όπως στην εικόνα. Να τα κολλήσεις.



Θα πρέπει να διαπιστώσεις ότι οι 3 γωνίες, αν τοποθετηθούν η μία δίπλα στην άλλη, σχηματίζουν τελικά μια ευθεία γραμμή.

1) Νομίζεις ότι αν χρησιμοποιήσεις οποιοδήποτε τρίγωνο, οι τρεις γωνίες του θα σχηματίσουν μια ευθεία γραμμή; Να κόψεις μερικά διαφορετικά τρίγωνα και να τα δοκιμάσεις.

2) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

(α) Οι τρεις γωνίες κάθε τριγώνου όταν τοποθετηθούν μαζί φτιάχνουν μια

(β) Οι τρεις γωνίες ενός τριγώνου, όταν προστεθούν, σχηματίζουν

μοίρες και αυτό είναι ίσο με  ορθές γωνίες

## Το πρόβλημα με τα τρία κέρματα

Θα χρειαστείς 3 κέρματα.

Το πρόβλημα έχει ως εξής:



Κ



Κ



Κ

- Να τοποθετήσεις σε μια επιφάνεια **3** κέρματα - όλα με το **κεφάλι** προς τα επάνω.
- Αναποδογύριζε **δύο** κέρματα **κάθε φορά**.
- Προσπάθησε να αναποδογυρίσεις όλα τα κέρματα, ώστε να δείχνουν **γράμματα**.

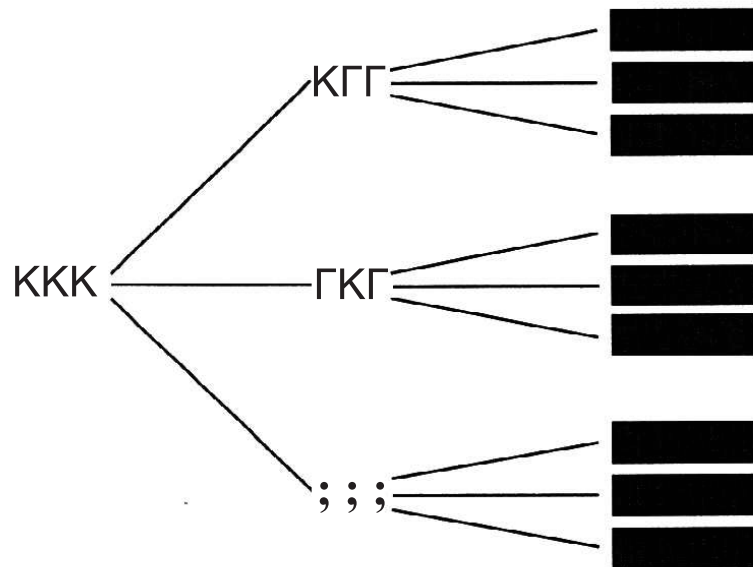
Γύρισε σελίδα

Θα έχεις διαπιστώσει ότι είναι αδύνατο να αναποδογυρίσεις τα κέρματα, έτσι ώστε να δείχνουν όλα **γράμματα**.

Προσπάθησε να το **αποδείξεις**.

Ένας τρόπος για να το αποδείξεις θα ήταν να δείξεις όλες τις πιθανές κινήσεις που μπορείς να κάνεις, αρχίζοντας με **3** κέρματα που δείχνουν «κεφάλι».

Εδώ βλέπεις έναν τρόπο για να αρχίσεις.



**Δεν χρειάζεται να συνεχίσεις  
έτσι για πάντα!**

**Να εξηγήσεις γιατί.**

# Αριθμοί

Smile 0162

# 2,3,4,5

$$(5 - 3) : (4 - 2) = 1$$

$$5 - 4 + 3 - 2 = 2$$

$$(5 - 2) \times (4 - 3) = 3$$

·  
·  
·

$$2^3 + 4 + 5 = 17$$

·  
·  
·

$$? = 25$$

Να χρησιμοποιήσεις τους αριθμούς 2, 3, 4 και 5 μόνο μία φορά,  
για να σχηματίσεις όλους τους αριθμούς από το 1 ως το 25.



Smile 0164

## Κανονικότητες με το 11 και το 13

Θα χρειαστείς δύο αντίγραφα του πίνακα των 100 τετραγώνων.

Να σκιάσεις τα πολλαπλάσια του 11 σε έναν πίνακα του 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις το παρακάτω. Ο πίνακας του 100 μπορεί να σε βοηθήσει.

$$20 \begin{array}{r} | 11 \\ \hline 1 \text{ υπόλοιπο } 9 \end{array} \qquad 1 + 9 = 10$$

$$30 \begin{array}{r} | 11 \\ \hline 2 \text{ υπόλοιπο } 8 \end{array} \qquad 2 + 8 = 10$$

$$40 \begin{array}{r} | 11 \\ \hline 3 \text{ υπόλοιπο } 7 \end{array}$$

⋮  
⋮  
⋮  
⋮  
⋮

⋮  
⋮  
⋮  
⋮  
⋮

$$100 \begin{array}{r} | 11 \\ \hline \end{array}$$

Γύρισε σελίδα



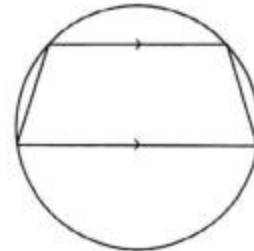
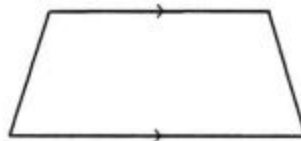


## Το Εγγεγραμμένο Τετράπλευρο

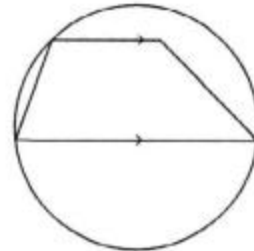
Θα χρειαστείς: μολύβι και διαβήτη ή κάποιο πρόγραμμα γεωμετρικής σχεδίασης, όπως το Cabri Geometre.

**Ορισμός:** Ένα τετράπλευρο, όλες οι κορυφές του οποίου είναι σημεία της περιφέρειας ενός κύκλου, ονομάζεται εγγεγραμμένο τετράπλευρο.

Αυτό το τραπέζιο είναι εγγεγραμμένο τετράπλευρο.



Αυτό το τραπέζιο δεν είναι εγγεγραμμένο τετράπλευρο.



- α) Να σχεδιάσεις κάποιο άλλο τραπέζιο που είναι εγγεγραμμένο τετράπλευρο.  
β) Να σχεδιάσεις κάποιο άλλο τραπέζιο που δεν είναι εγγεγραμμένο τετράπλευρο.  
γ) Τι πρέπει να ισχύει για να είναι ένα τραπέζιο εγγεγραμμένο τετράπλευρο;  
Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.
2. Να εξετάσεις αν τα παρακάτω τετράπλευρα είναι **ποτέ** εγγεγραμμένα, **μερικές φορές** ή **πάντοτε** εγγεγραμμένα.

τετράγωνο    ορθογώνιο    παραλληλόγραμμο    ρόμβος  
παραλληλόγραμμο  
τετράπλευρο με σχήμα χαρταετού

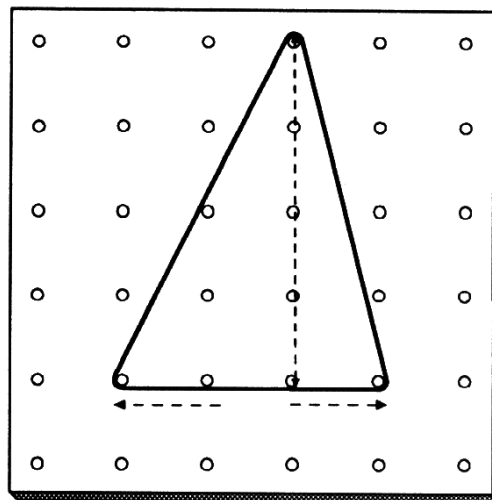
Να αιτιολογήσεις τις απαντήσεις σου χρησιμοποιώντας διαγράμματα, ιδιότητες γωνιών ....

## Εμβαδόν τριγώνου

Θα χρειαστείς έναν πίνακα με καρφάκια και λαστιχάκια.

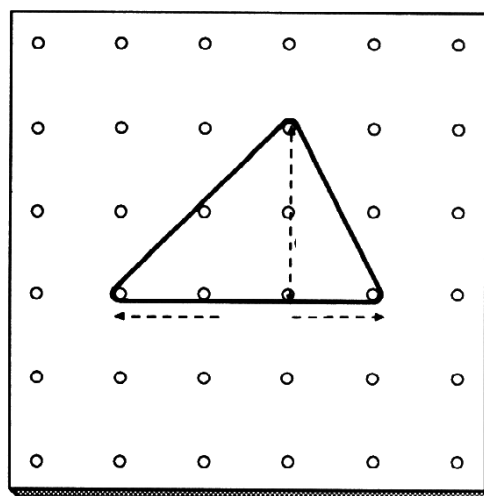
Σε αυτό το τρίγωνο:

- Η βάση είναι 3 μονάδες.
- Το ύψος είναι 4 μονάδες.
- Το εμβαδόν είναι 6 τετραγωνικές μονάδες.



Να κατασκευάσεις αυτό το τρίγωνο στον πίνακα με τα καρφάκια.

1. Ποιο είναι το μήκος της βάσης;
2. Ποιο είναι το ύψος του τριγώνου;
3. Να μετρήσεις τα τετραγωνάκια, για να βρεις το εμβαδόν.



Να αντιγράψεις τον πίνακα.  
 Να τον συμπληρώσεις.

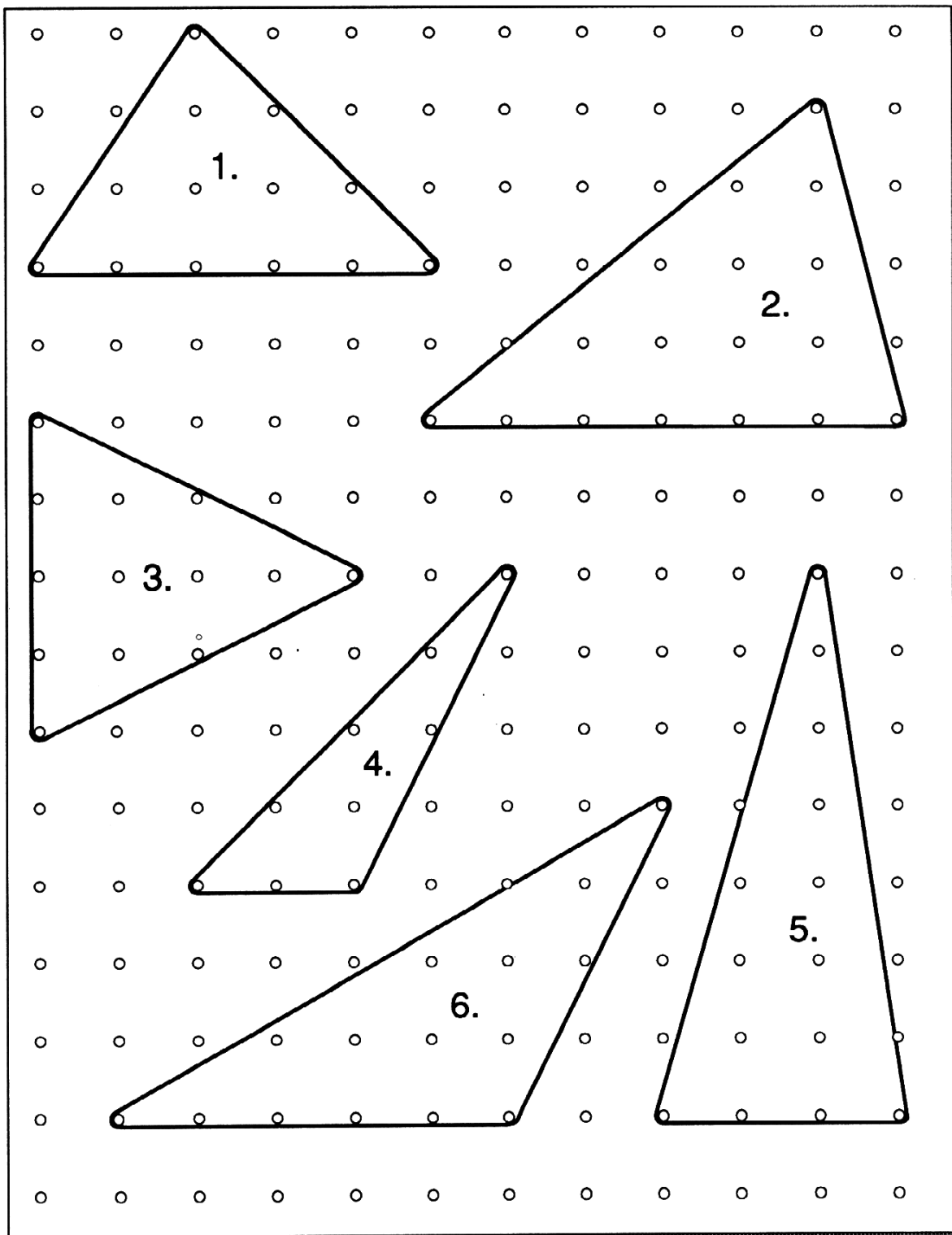
3	4	$3 \times 4 = 12$	6

4. Να κατασκευάσεις τουλάχιστον 5 τρίγωνα ακόμη.  
 Για κάθε τρίγωνο να συμπληρώσεις μια σειρά στον προηγούμενο πίνακα.

Να παρατηρήσεις τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακά σου:  
 «βάση X ύψος» και «εμβαδόν».  
 Ποια σχέση έχουν οι δύο στήλες;

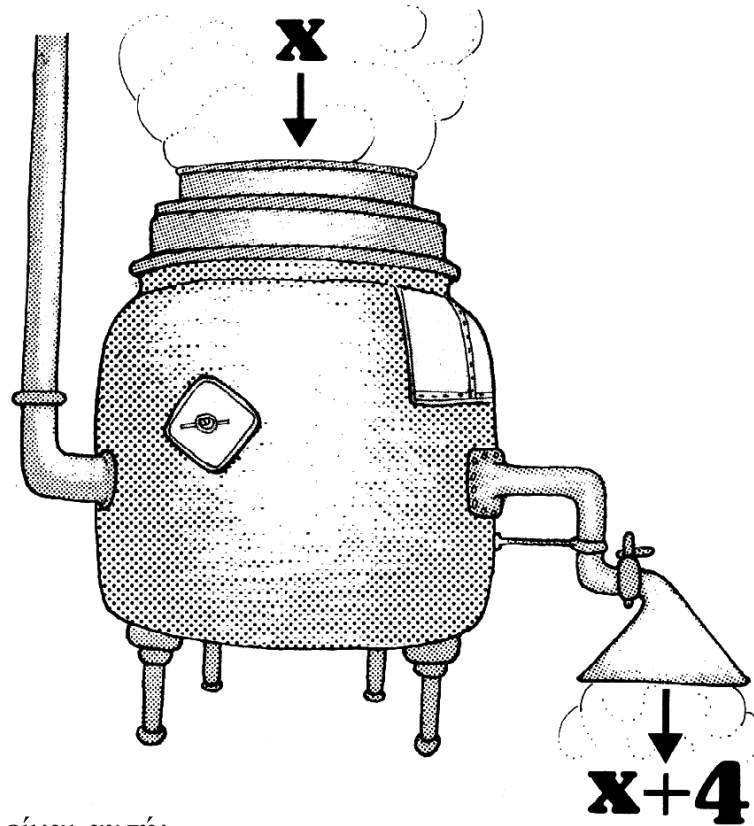
● Το εμβαδόν κάθε τριγώνου είναι το μισό της βάσης x το ύψος.

Να βρεις τη βάση και το ύψος των παρακάτω τριγώνων και να υπολογίσεις το εμβαδόν τους.



Smile 0167

## χ για πρωινό



Τι είδους «μηχανή» είναι αυτή;  
(Το  $x$  μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός.)

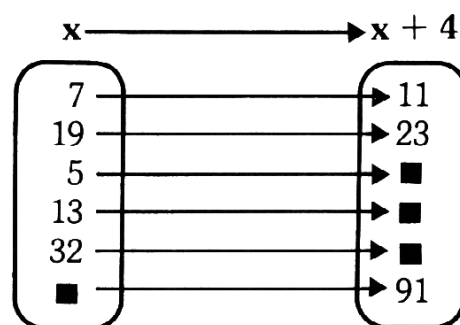
Το σχεδιάγραμμα δείχνει ότι αν μπει το  $x$  στη μηχανή, τότε βγαίνει το  $x+4$ .

Έτσι, αν μπει το 7 στη μηχανή, τότε βγαίνει το  $7+4$ , δηλαδή βγαίνει το 11.  
Και αν μπει το 19, τότε βγαίνει το  $19+4$ , δηλαδή βγαίνει το 23.

$$x \longrightarrow x+4$$

Είναι ένας απλός τρόπος για να πεις:  
«Να χρησιμοποιήσεις μια "μηχανή" που προσθέτει τέσσερα».

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

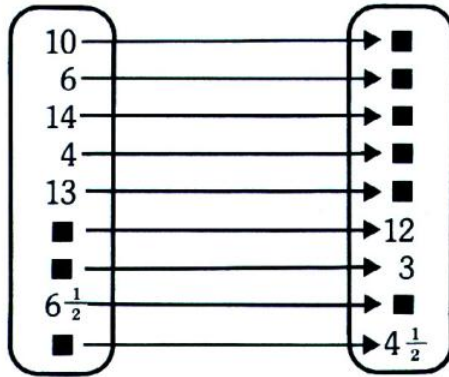


Γύρισε σελίδα

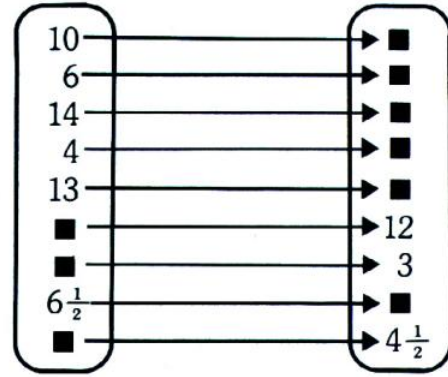
Smile 0167

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω διαγράμματα, με βάση τις αντίστοιχες απεικονίσεις:

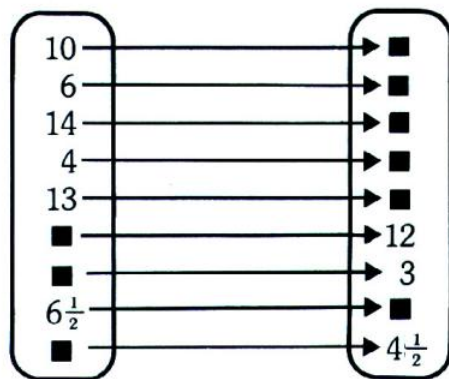
(α)  $x \longrightarrow x + 2$



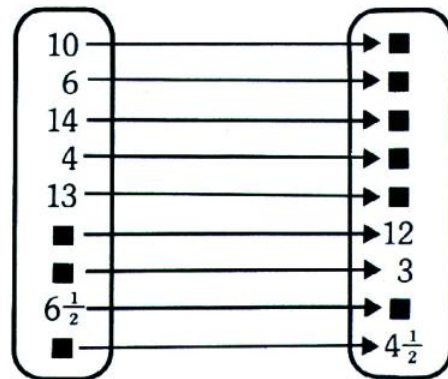
(β)  $x \longrightarrow x - 6$



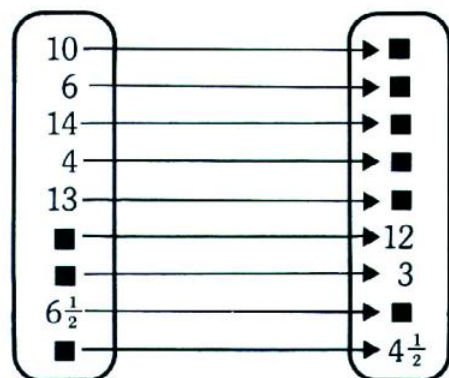
(γ)  $x \longrightarrow 2x$



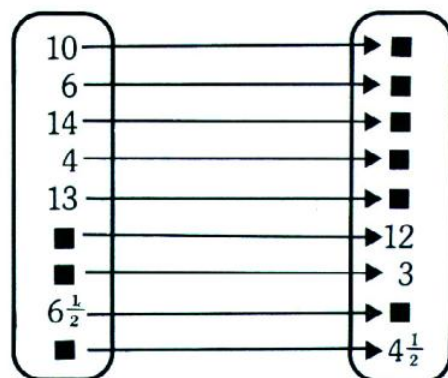
(δ)  $x \longrightarrow 3x$



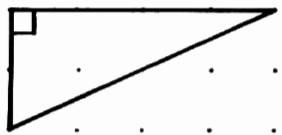
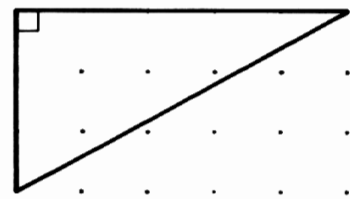
(ε)  $x \longrightarrow x : 2$

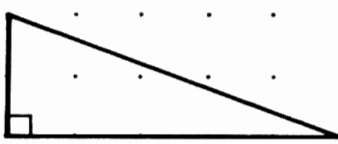
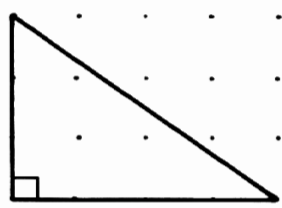


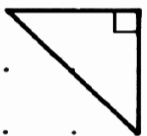
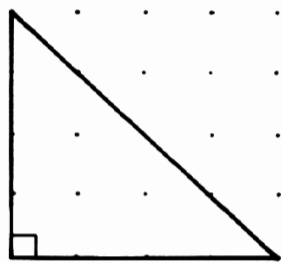
στ)  $x \longrightarrow 3x + 3$

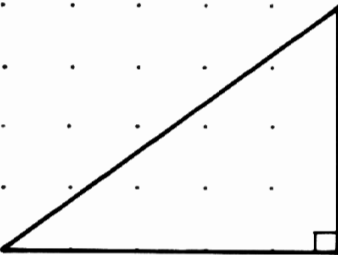


Να βρεις το εμβαδόν των παρακάτω ορθογωνίων τριγώνων:

2)  3) 

4)  5) 

6)  7) 

8) 

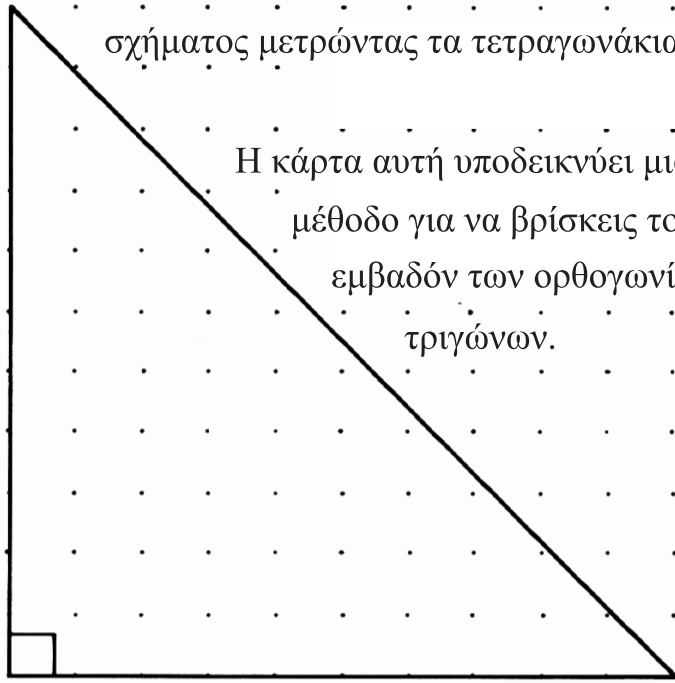
Smile 0168

Θα χρειαστείς έναν πίνακα με καρφίτσες, λαστιχάκια και χαρτί με τελείες.

## ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΤΡΙΓΩΝΑ

Συχνά είναι δύσκολο να βρεις το εμβαδόν ενός σχήματος μετρώντας τα τετραγωνάκια.

Η κάρτα αυτή υποδεικνύει μια μέθοδο για να βρίσκεις το εμβαδόν των ορθογωνίων τριγώνων.

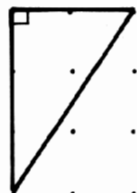


Γύρισε σελίδα



## Smile 0168

Να φτιάξεις αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο πάνω σε έναν πίνακα με καρφάκια.



1) Να φτιάξεις αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο πάνω σε έναν πίνακα με καρφάκια.



Να προσθέσεις ακόμη ένα τρίγωνο, για να σχηματίσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Πόσο είναι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου;

Επομένως, πόσο είναι το εμβαδόν του τριγώνου;

Να αντιγράψεις τα σχήματα σε χαρτί με τελείες και να γράψεις το εμβαδόν τους παραπλεύρως.

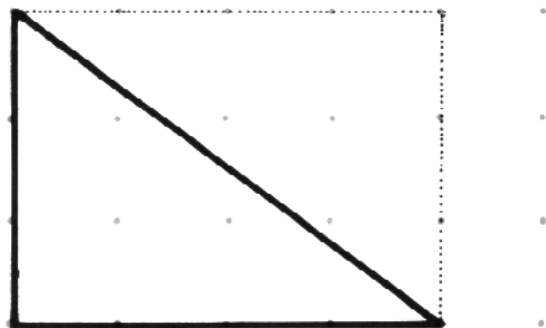
Να προσθέσεις ακόμη ένα τρίγωνο, για να φτιάξεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



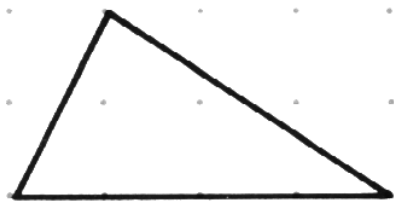
Το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 6 τετραγωνάκια.

Επομένως, πόσο είναι το εμβαδόν του τριγώνου;

Θα χρειαστείς χαρτί με τελείες.  
**Το μισό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου**

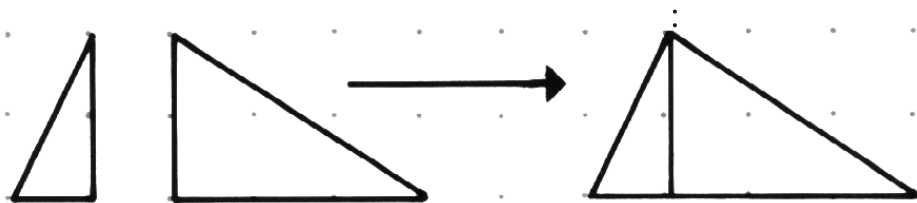


Το εμβαδόν αυτού του τριγώνου είναι το  $\frac{1}{2}$   
των 12 τετραγώνων = 6 τετράγωνα



Πώς θα βρεις το εμβαδόν αυτού του τριγώνου;

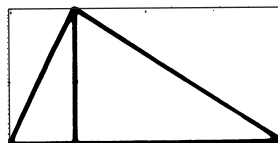
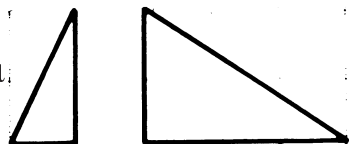
Πρόκειται για δύο τρίγωνα ενωμένα



Γύρισε σελίδα

Ένας τρόπος για να το βρεις είναι ο παρακάτω.

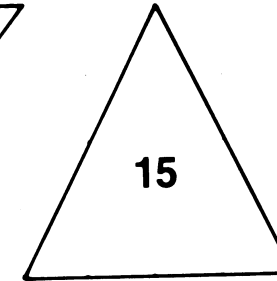
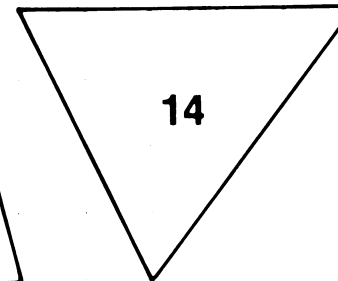
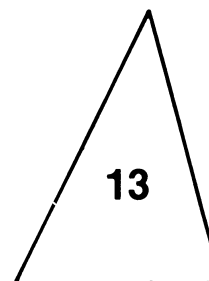
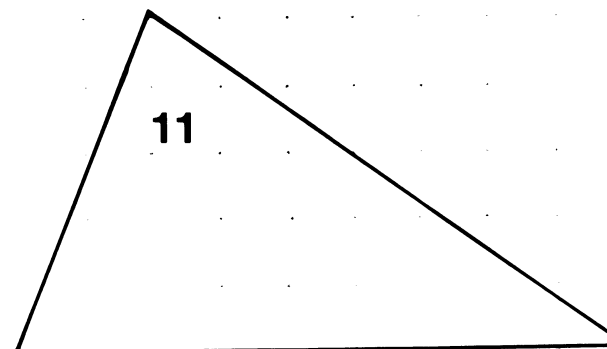
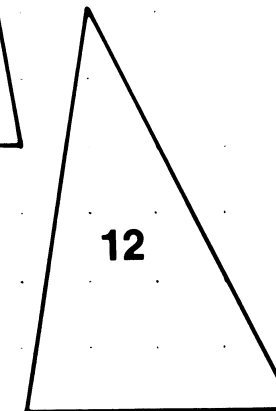
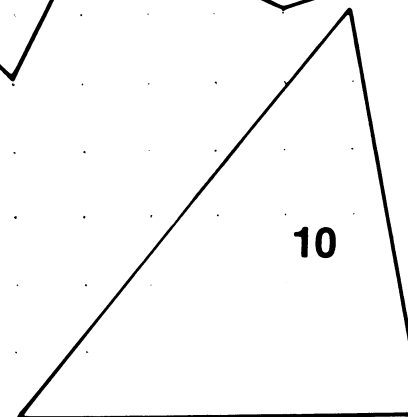
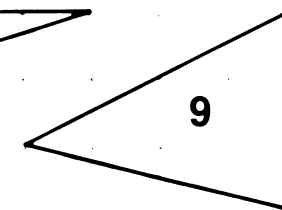
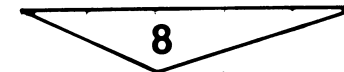
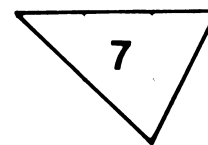
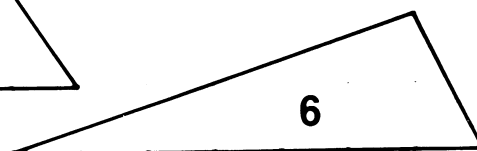
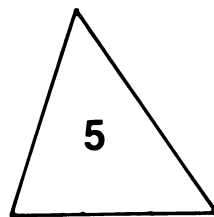
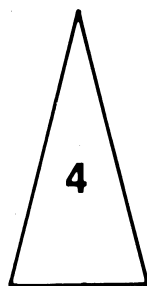
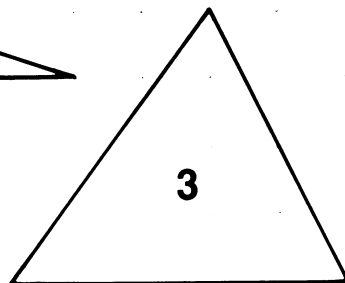
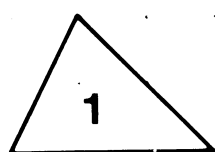
Το εμβαδόν είναι  
το  $\frac{1}{2}$  των 2  
τετραγώνων = 1  
τετράγωνο



Το εμβαδόν είναι  
το  $\frac{1}{2}$  των 6 τετραγώνων =  
3 τετράγωνα

Το εμβαδόν είναι 1 τετράγωνο + 3 τετράγωνα = 4 τετράγωνα

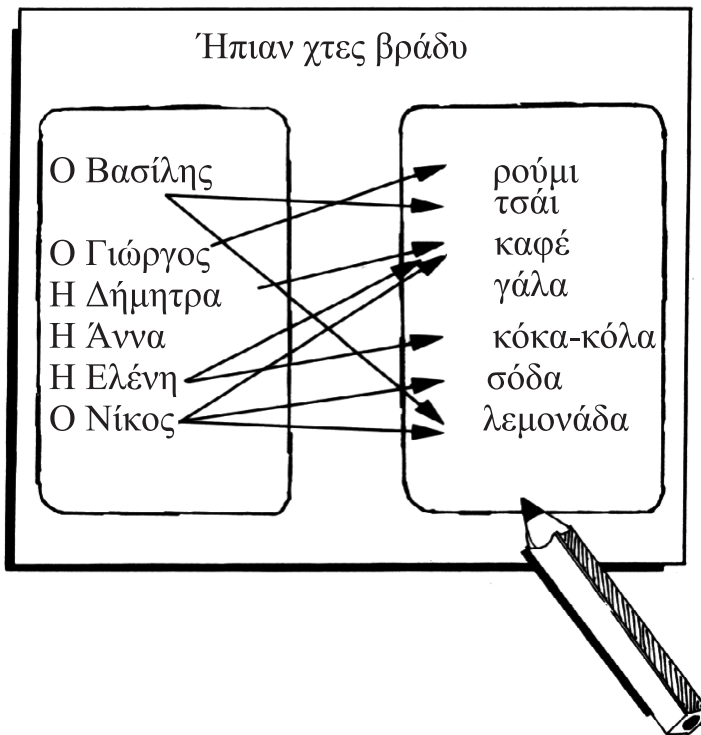
Να βρεις το εμβαδόν των παρακάτω τριγώνων:



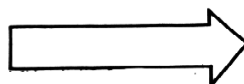
## ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ - ΠΟΤΑ

Smile 0171

Το παρακάτω διάγραμμα με βέλη δείχνει τι ποτά επέλεξαν κάποιοι σε ένα πάρτι.



1. Ο Γιώργος ήπια ρούμι. Τι ήπια η Δήμητρα;
2. Ο Νίκος ήπια τρία ποτά. Ποια ήταν τα ποτά;
3. Ποιος ήπια σόδα;
4. Ποιος ήπια λεμονάδα;
5. Ποιος δεν ήπια τίποτα;
6. Ποιο ποτό προτίμησαν οι περισσότεροι;
7. Ποιο ποτό προτίμησαν οι λιγότεροι;
8. Ποιος ήπια 2 ποτά;
9. Ποιος ήπια τα περισσότερα ποτά;
10. Ποιο ποτό ήπιαν ο Νίκος και ο Βασίλης;



## Smile 0171

Να σχεδιάσεις στο τετράδιό σου ένα διάγραμμα με βέλη για τα τηλεοπτικά προγράμματα που παρακολουθούν περισσότερο οι φίλοι σου.



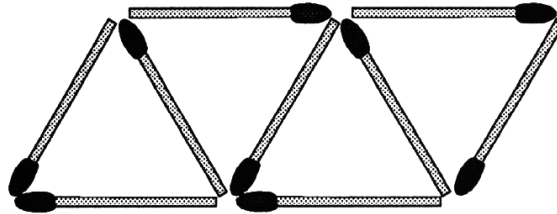
Να ρωτήσεις τους φίλους σου ποια προγράμματα προτιμούν.  
Να χαράξεις τα βέλη.

## ΕΝΑ ΤΑΙΡΙ ΓΙΑ ΤΟΝ ΚΑΘΕΝΑ

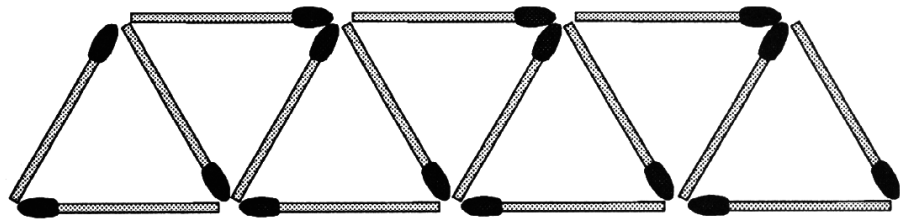
Smile 0172

Να φτιάξεις αυτό το σχέδιο με σπέρτα.

Πόσα τρίγωνα υπάρχουν;  
Πόσα σπέρτα;



Πόσα τρίγωνα;  
Πόσα σπέρτα;



Να φτιάξεις ακόμη 5 σχέδια μόνο μιας σειράς σπέρτων.

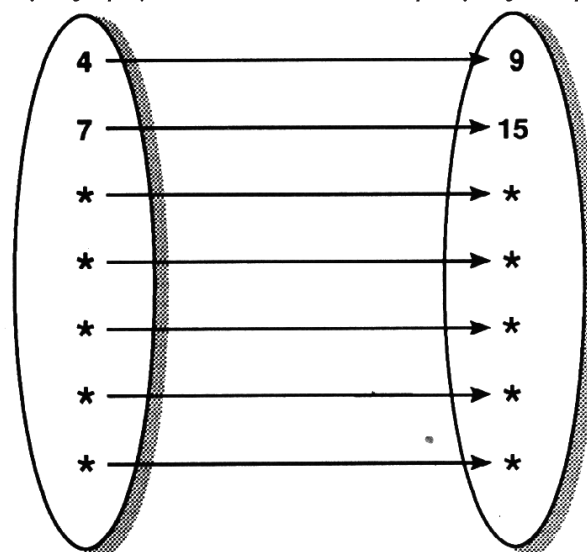
Κάθε φορά:

- \* Φτιάξε το σχέδιο των σπέρτων.
- \* Σημείωσε τον αριθμό των τριγώνων που δημιουργούνται.
- \* Σημείωσε τον αριθμό των σπέρτων που χρησιμοποιούνται.

Να φτιάξεις ένα διάγραμμα απεικόνισης όπως αυτό, για τα αποτελέσματά σου.

αριθμός τριγώνων

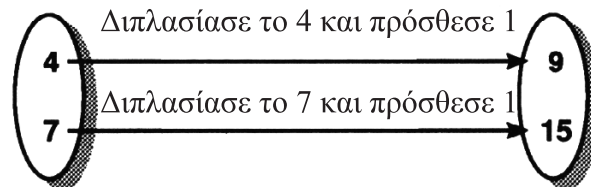
αριθμός σπέρτων



Μπορείς να εντοπίσεις έναν κανόνα για το διάγραμμα απεικόνισης;

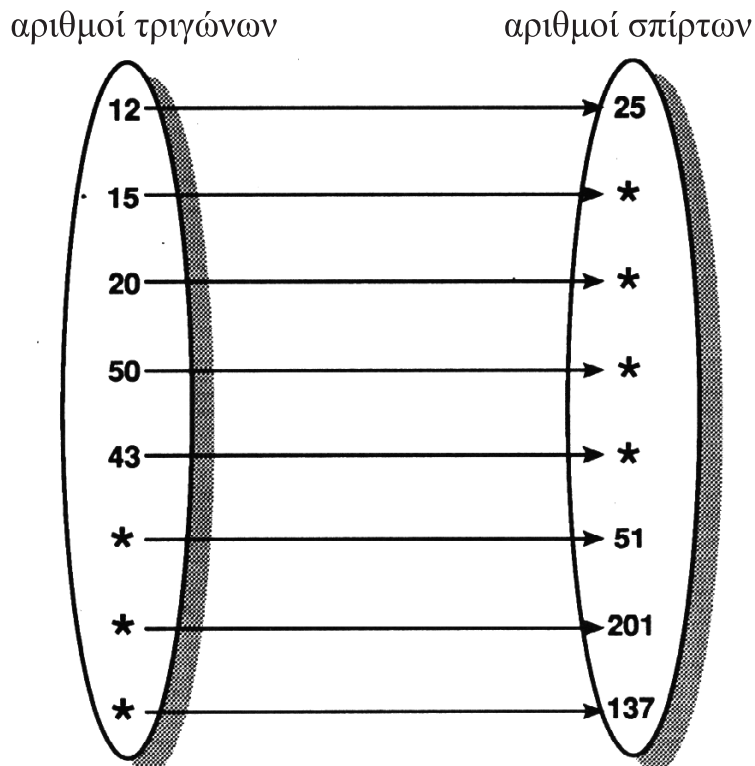


## Smile 0172



Ο κανόνας «διπλασίασε και πρόσθεσε ένα» θα πρέπει να ισχύει για όλα τα ζεύγη αριθμών που έχεις. Να το ελέγξεις.

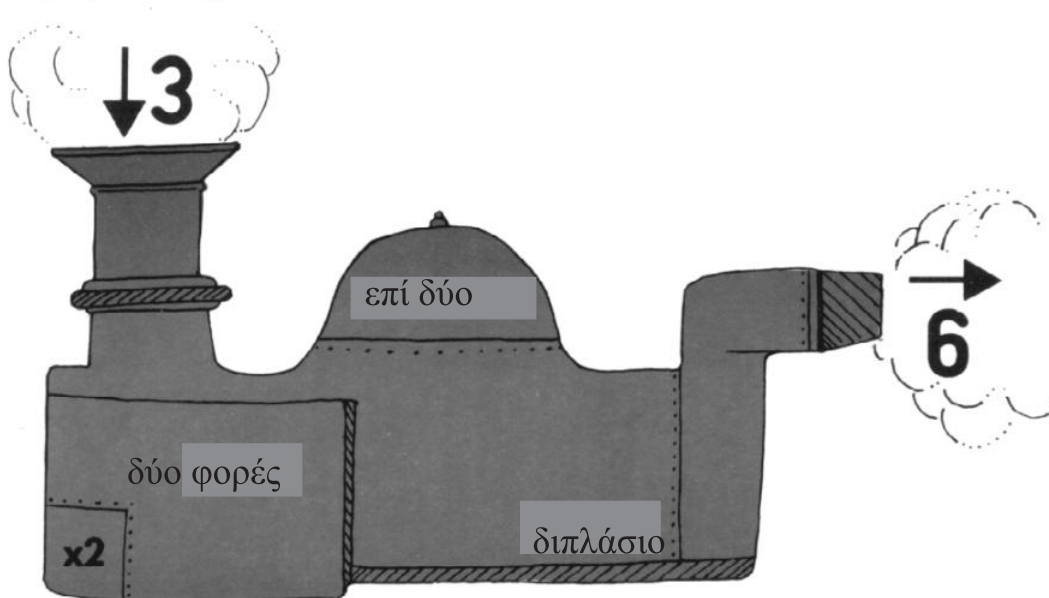
Χρησιμοποίησε τον κανόνα για να συμπληρώσεις αυτό το διάγραμμα απεικόνισης χωρίς σπέρτα, αν μπορείς.





## ΜΗΧΑΝΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ

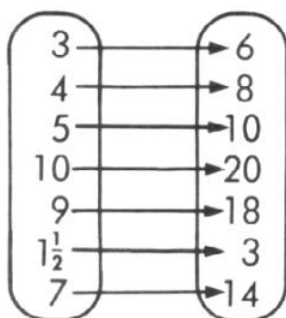
Smile 0173



Αυτή είναι μια μηχανή «διπλασιασμού».

1. Τι αποτέλεσμα θα έχεις όταν βάλεις μέσα το 4;
2. Αν το αποτέλεσμα είναι 20, ποιος αριθμός μπήκε στη μηχανή;

### Διπλάσιο



Αυτό το διάγραμμα δείχνει πώς η μηχανή αλλάζει κάποιους αριθμούς.

Να σχεδιάσεις ένα άλλο διάγραμμα, για να δείξεις πώς αλλάζουν κάποιοι άλλοι αριθμοί.

3. Να σχεδιάσεις διαφορετικά διαγράμματα, για να δείξεις τι συμβαίνει στους αριθμούς 3, 4, 5 και σε κάποιους άλλους αριθμούς όταν χρησιμοποιείς:

- A. Μια μηχανή «τριπλασιασμού».
- B. Μια μηχανή «πρόσθεσε 7».
- Γ. Μια μηχανή «αφαίρεσε 2».
- Δ. Μια μηχανή «πολλαπλασίασε με το 5 και μετά πρόσθεσε τρία».

Smile 0174

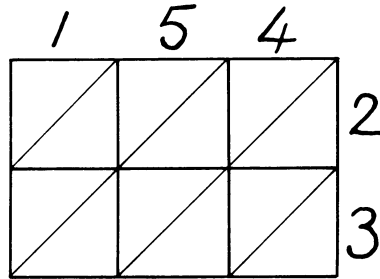
## Gelosia

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να πολλαπλασιάσεις μεγάλους αριθμούς.

Ένας από αυτούς είναι η μέθοδος Gelosia.

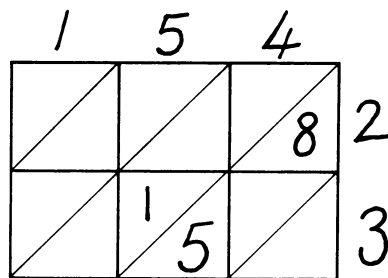
Για να πολλαπλασιάσεις το 154 με το 23, ακολούθησε τα παρακάτω βήματα:

Α. Να αντιγράψεις τον παρακάτω πίνακα:

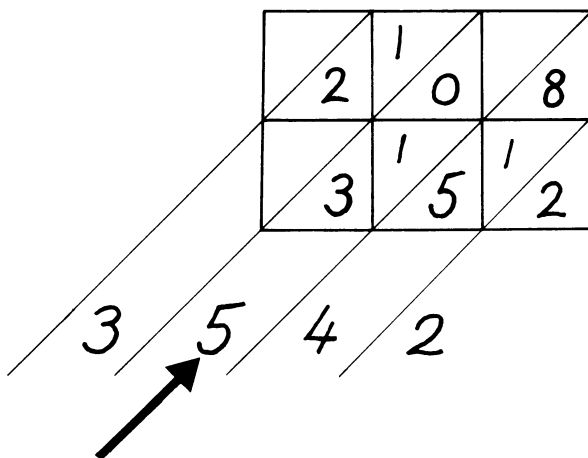


Β. Να συμπληρώσεις τα τετράγωνα, πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά τους αριθμούς που βρίσκονται κάθετα και οριζόντια.

Για παράδειγμα,  $5 \times 3 = 15$  και  $4 \times 2 = 8$



Γ. Να προσθέσεις διαγωνίως:



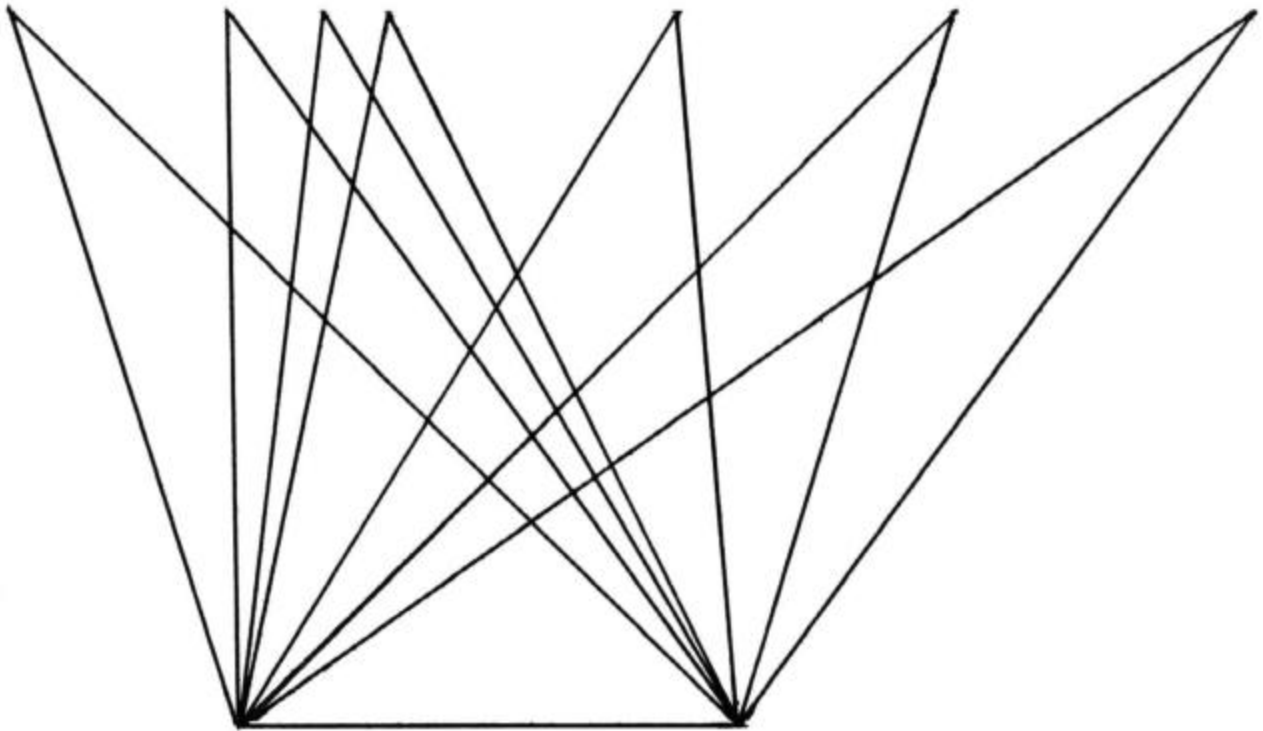
Γιατί 5;

Γύρισε σελίδα

Θα χρειαστείς έναν πίνακα με καρφάκια 5X5 και χαρτί με τελείες.

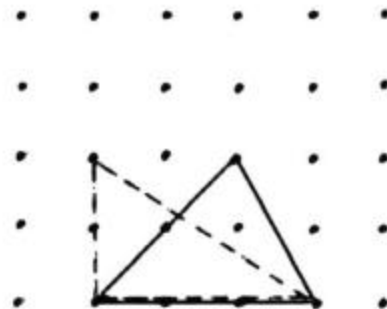
Smile 0177

## Κομματιάζοντας ένα τρίγωνο



Να σχηματίσεις 2 τρίγωνα στον πίνακα με τα καρφάκια.  
Να βεβαιωθείς ότι:

- (1) Τα δύο τρίγωνα έχουν την ίδια βάση.
- (2) Οι βάσεις τους βρίσκονται κατά μήκος της τελευταίας κάτω σειράς του πίνακα.
- (3) Έχουν το ίδιο ύψος.



Να υπολογίσεις το εμβαδόν τους.

Να εργαστείς με τον ίδιο τρόπο για άλλα 5 ζεύγη τριγώνων.

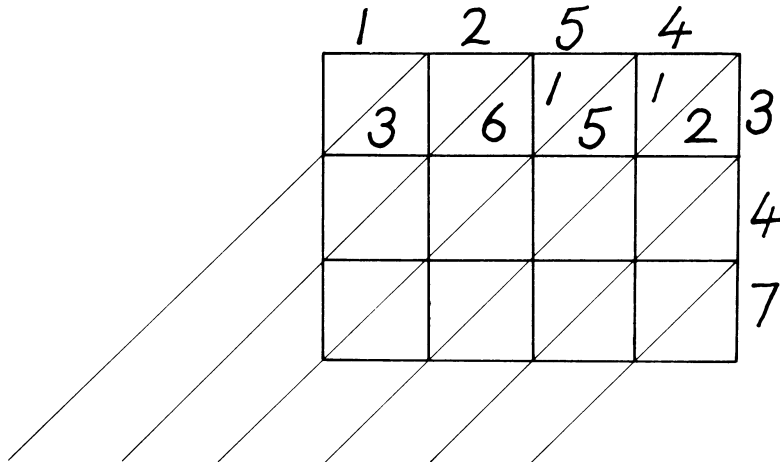
Να αποτυπώσεις τα αποτελέσματά σου σε χαρτί με τελείες.

Να σχολιάσεις τα αποτελέσματά σου.

Να αιτιολογήσεις τις παρατηρήσεις σου.

### Smile 0174

Να χρησιμοποιήσεις τη μέθοδο Gelosia για να βρεις το γινόμενο  $1.254 \times 347$ .  
Μερικές πράξεις έχουν ήδη γίνει.



Η απάντηση στο παραπάνω πρόβλημα είναι 435.138. Να υπολογίσεις τα παρακάτω με τη μέθοδο Gelosia:

- (1)  $367 \times 33$
- (2)  $243 \times 36$
- (3)  $723 \times 42$
- (4)  $428 \times 26$
- (5)  $2348 \times 34$
- (6)  $4767 \times 28$
- (7)  $369 \times 472$
- (8)  $2307 \times 294$

Να φτιάξεις μερικά προβλήματα με μεγαλύτερους αριθμούς και να τα λύσεις με τη μέθοδο Gelosia.

# ΤΕΣΣΕΡΑ ΤΕΣΣΑΡΙΑ

$$(4 - 4) + (4 : 4) = 1$$

$$(0,4 \times \sqrt{4} \times \sqrt{4}) + 0,4 = 2$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{4} - (4 : 4) = 3$$

⋮

⋮

$$\frac{4}{0,4} + \frac{4}{\sqrt{4}} = 11$$

⋮

⋮

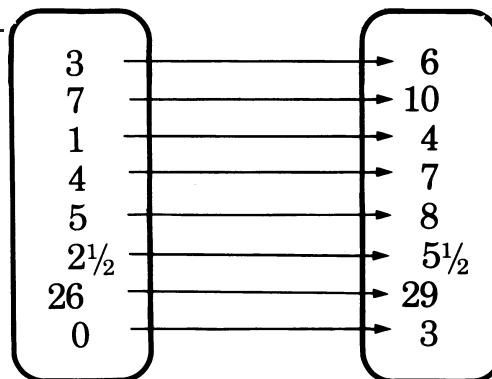
$$? = 20$$

Να χρησιμοποιήσεις τέσσερα τεσσάρια, για να σχηματίσεις τον καθένα από τους αριθμούς από το 1 ως το 20.

## Ο Άλκης, ο Μιχάλης ή η Λίνα;



Ποια "μηχανή" απεικόνισης χρησιμοποιήθηκε για να γίνει αυτό το διάγραμμα;



Ο Άλκης παρατήρησε το πρώτο ζεύγος αριθμών και είπε:

«το διπλάσιο του 3 είναι το 6. Πρέπει να είναι μια "μηχανή" διπλασιασμού».

$$3 \longrightarrow 6$$

Ο Μιχάλης παρατήρησε και είπε:

«πρέπει να είναι μια "μηχανή" που προσθέτει τρία».

$$7 \longrightarrow 10$$

Η Λίνα παρατήρησε το

$$1 \longrightarrow 4$$

«Κάνετε και οι δύο λάθος», είπε. «Είναι μια "μηχανή" που πολλαπλασιάζει με το τέσσερα».

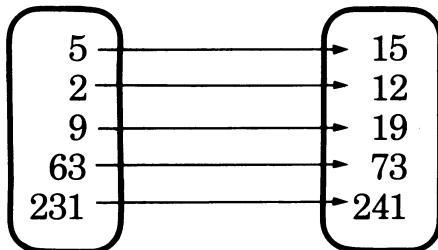
Ποιος έχει δίκιο και γιατί;

Γύρισε σελίδα

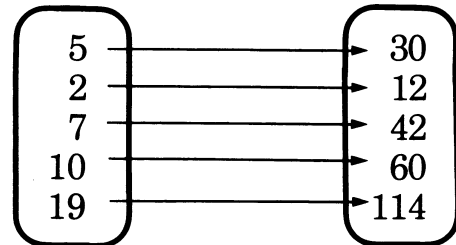
Να βρεις τι είδους «μηχανές» χρησιμοποιήθηκαν για να γίνουν αυτά τα διαγράμματα.

Να έχεις κατά νου ότι σε κάθε ερώτηση η μηχανή σου πρέπει να λειτουργεί για **κάθε** ζεύγος αριθμών.

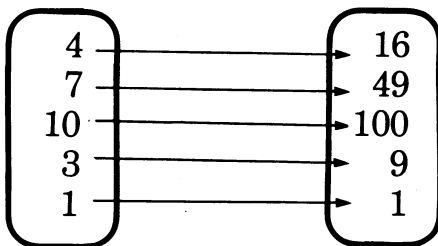
(1)



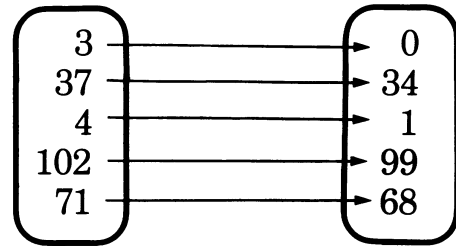
(2)



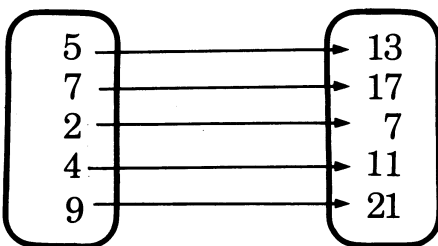
(3)



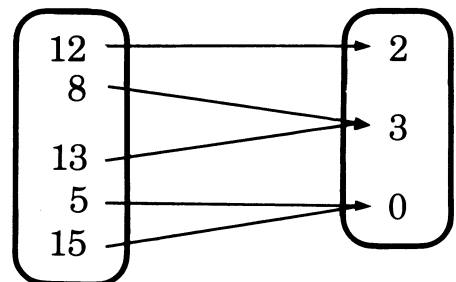
(4)



(5)



(6)



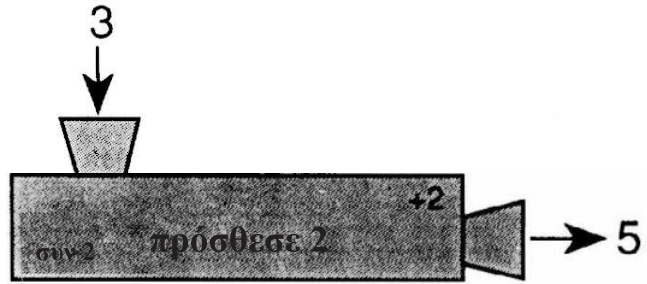
Να φτιάξεις μερικά δικά σου διαγράμματα και να τα δώσεις σε ένα φίλο σου για να βρει τις μηχανές απεικόνισης.



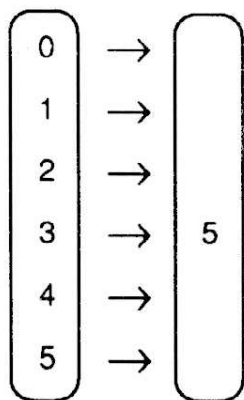
## Από απεικονίσεις σε γραφικές παραστάσεις

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί του 1 εκ.

Κοίταξε αυτή τη μηχανή που «προσθέτει δύο».



Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό το διάγραμμα απεικόνισης, χρησιμοποιώντας τον κανόνα «προσθέτω δύο».



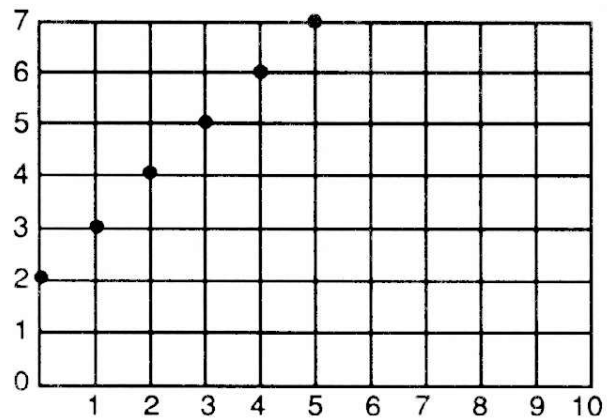
«πρόσθεσε 2»

Να γράψεις όλα τα ζεύγη των αριθμών ως συντεταγμένες.

- (0, )
- (1, )
- (2, )
- (3, 5)
- (4, )
- (5, )

Αυτό το πλέγμα δείχνει σημειωμένες τις συντεταγμένες.

Ο κανόνας είναι «προσθέτω δύο».



Να κάνεις το ίδιο για τους παρακάτω κανόνες. Να σχεδιάσεις ένα διαφορετικό πλέγμα για κάθε κανόνα και να σημειώσεις τα σημεία με τις αντίστοιχες συντεταγμένες.

1. «διπλασιάζω»
2. «προσθέτω τέσσερα»
3. «αφαιρώ ένα»
4. «αφαιρώ από εννέα»
5. «διαιρώ με το δύο»

Κάθε σύνολο σημείων θα πρέπει να βρίσκεται πάνω σε μια ευθεία γραμμή.  
Δοκίμασε μερικούς δικούς σου κανόνες.

## Γραφικές παραστάσεις και απεικονίσεις

Smile 0183

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί.

Χρησιμοποιήσαμε κάποιο κανόνα, για να τοποθετήσουμε αυτά τα σημεία.

Για να βρεις τον κανόνα:

- Να φτιάξεις έναν κατάλογο με τις συντεταγμένες των σημείων που έχουν δοθεί.

(2, 0)

(3, 1)

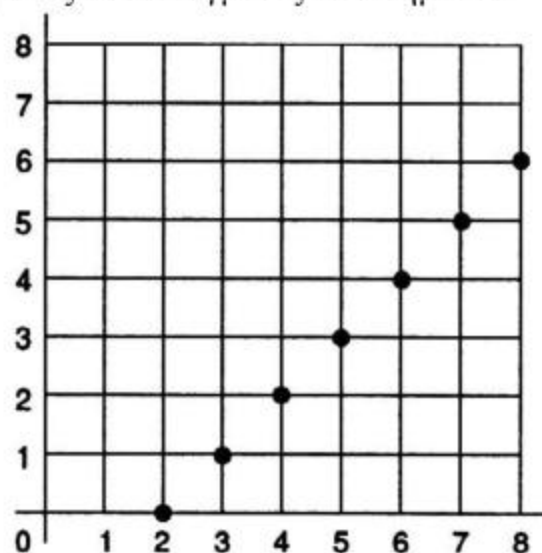
(■, ■)

(■, ■)

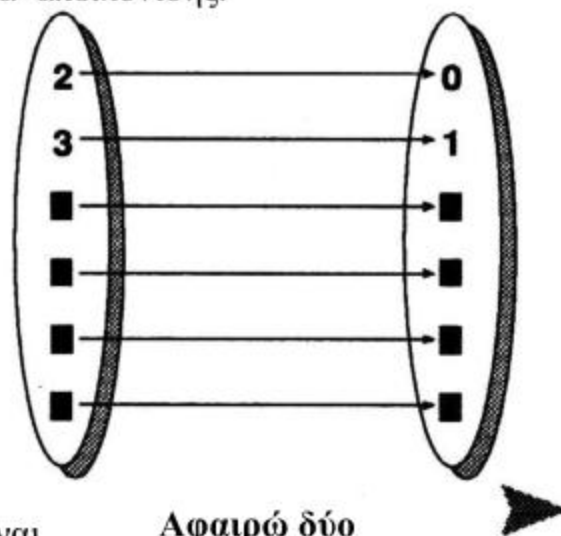
(■, ■)

(■, ■)

(■, ■)



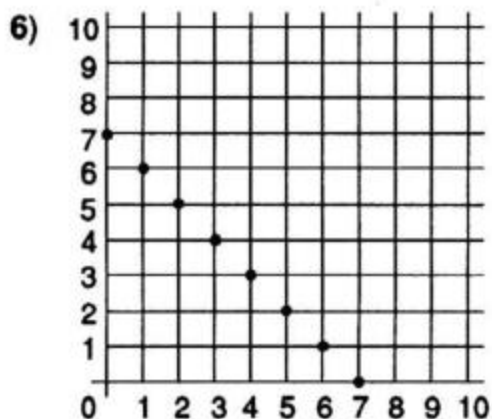
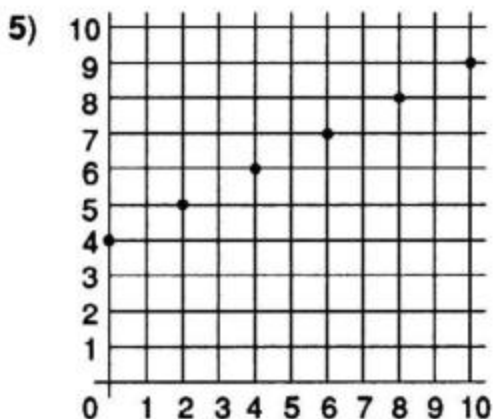
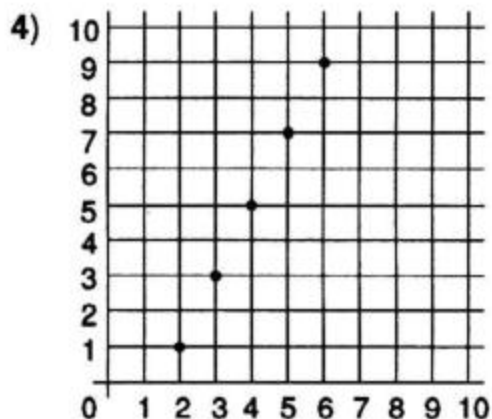
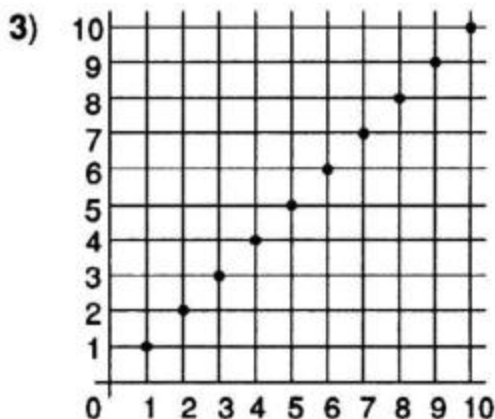
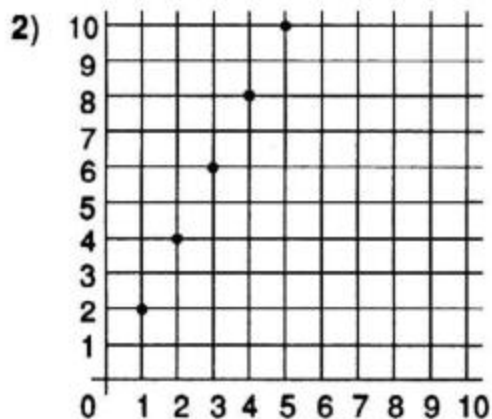
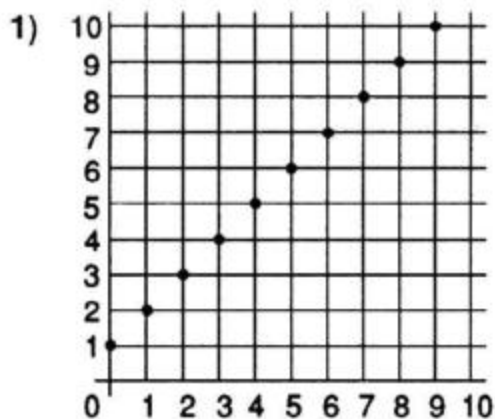
- Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα απεικόνισης.



- Να βρεις τον κανόνα που ισχύει για κάθε ζεύγος αριθμών στο διάγραμμα απεικόνισης.  
Ο κανόνας που ισχύει στη συγκεκριμένη απεικόνιση είναι

Για κάθε γραφική παράσταση:

- Να φτιάξεις έναν κατάλογο με τις συντεταγμένες των σημείων που έχουν δοθεί...
- Να σχεδιάσεις το διάγραμμα απεικόνισης.
- Να σημειώσεις τον κανόνα που εφάρμοσες, για να σχεδιάσεις το κάθε διάγραμμα.



Να κάνεις τις δικές σου γραφικές παραστάσεις και να ζητήσεις από κάποιο συμμαθητή σου να βρει τους κανόνες που χρησιμοποίησες.

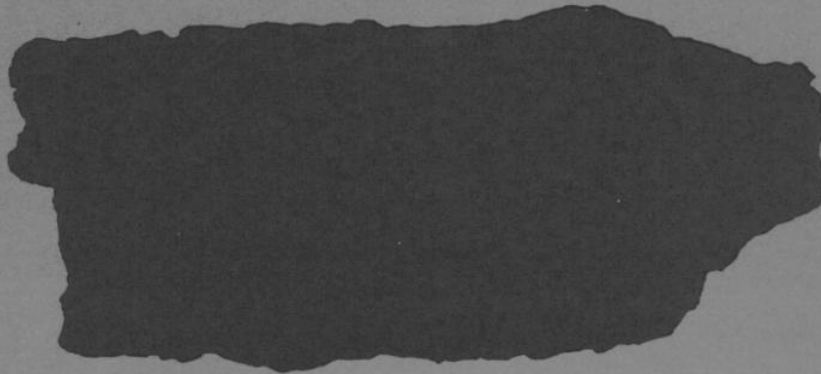
Να φροντίσεις να έχεις ακολουθήσει κάποιο κανόνα, όταν σχεδιάζεις τη γραφική παράσταση.

## Ποιο είναι μεγαλύτερο;

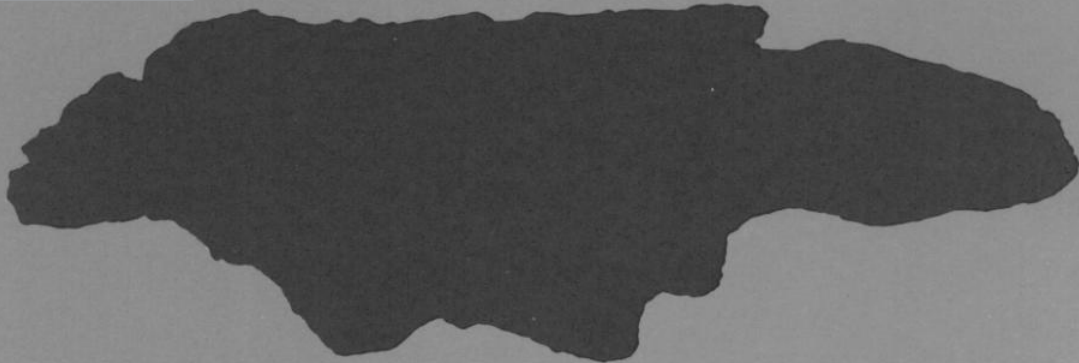
**Θα χρειαστείς:** διαφανές χαρτί, χαρτί κατάλληλο για γραφικές παραστάσεις.

Να παρατηρήσεις προσεχτικά τα δύο αυτά νησιά.

**Πουέρτο Ρίκο**



**Τζαμάικα**



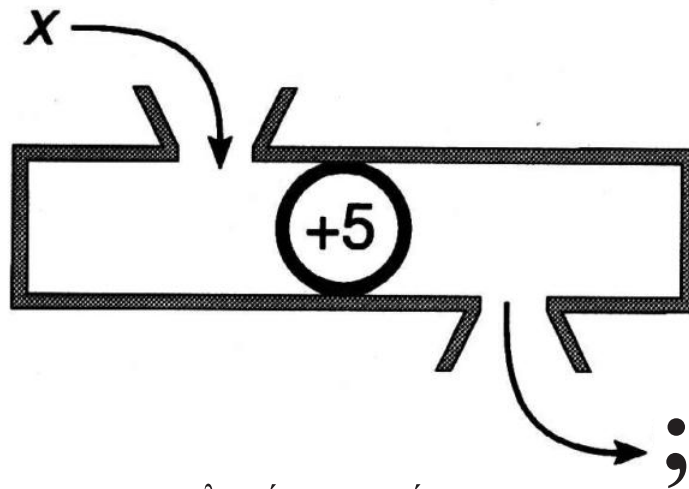
Να μαντέψεις ποιο νησί έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν.

Να αποτυπώσεις τα δύο αυτά σχέδια σε χαρτί κατάλληλο για γραφικές παραστάσεις. Μετρώντας τα τετραγωνάκια, να βρεις το εμβαδόν με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια.

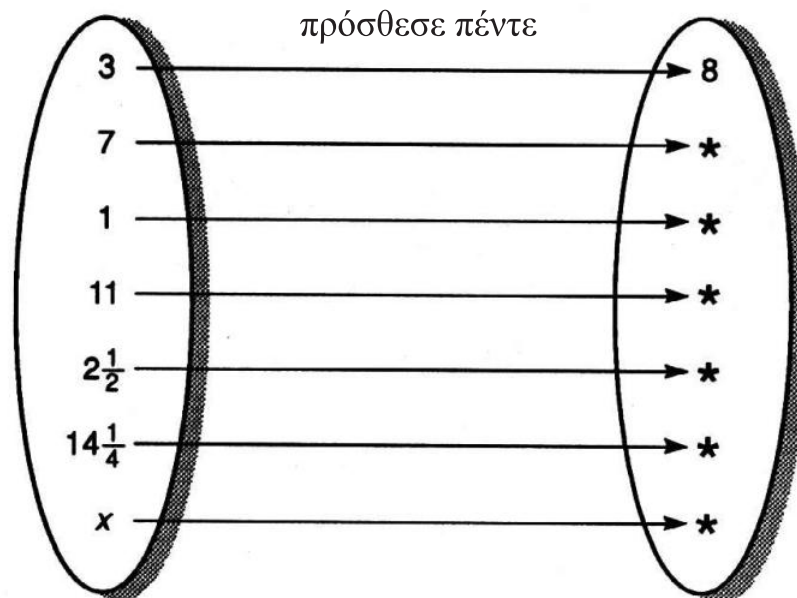
Ήταν η πρόβλεψή σου σωστή;

Να φτιάξεις μια παρόμοια σπαζοκεφαλιά για ένα φίλο σου.

## X για τσάι



Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό το διάγραμμα απεικόνισης.



Ο κανόνας για αυτήν την απεικόνιση είναι «προσθέτω πέντε». Έτσι, αν στην είσοδο έχω  $x$ , στην έξοδο θα πάρω  $x+5$ .

Το  $x$  μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός.

Αυτή η απεικόνιση γράφεται ως εξής:  $x \rightarrow x + 5$

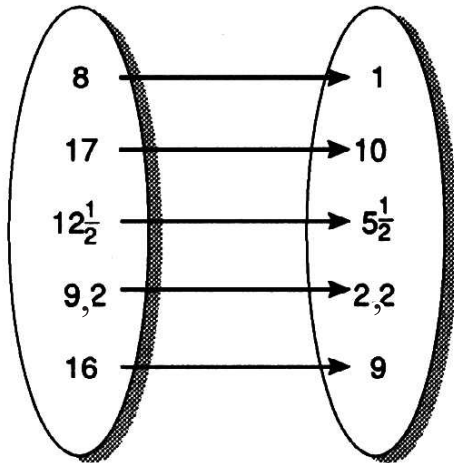
Να γράψεις τις παρακάτω απεικονίσεις με τη μορφή  $x \rightarrow$

- 1) πρόσθεσε επτά
- 2) πολλαπλασίασε με το 4
- 3) διαίρεσε με το 9
- 4) αφαίρεσε από το 6
- 5) πολλαπλασίασε με το 3 και αφαίρεσε 4.

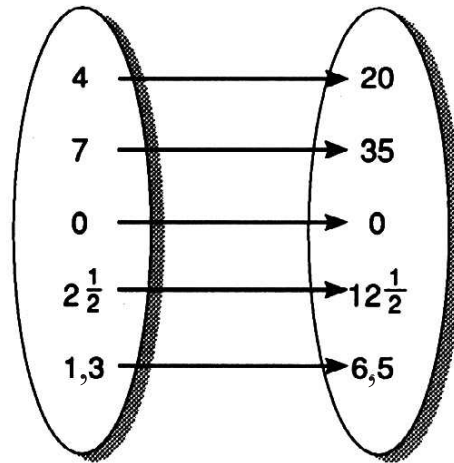


Να βρεις τον κανόνα σε καθεμία από τις παρακάτω απεικονίσεις. Στη συνέχεια, να τις γράψεις με τη μορφή  $\chi \rightarrow$

6)

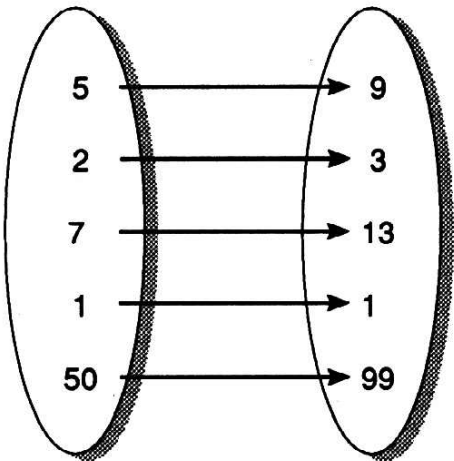


7)

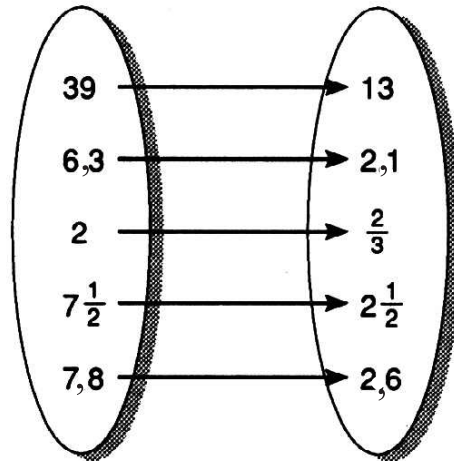


Smile 0187

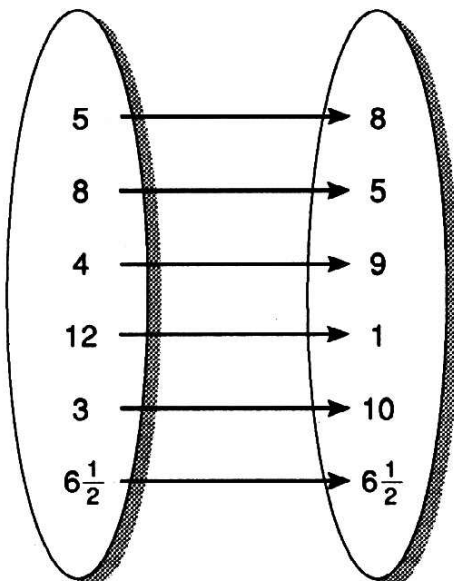
8)



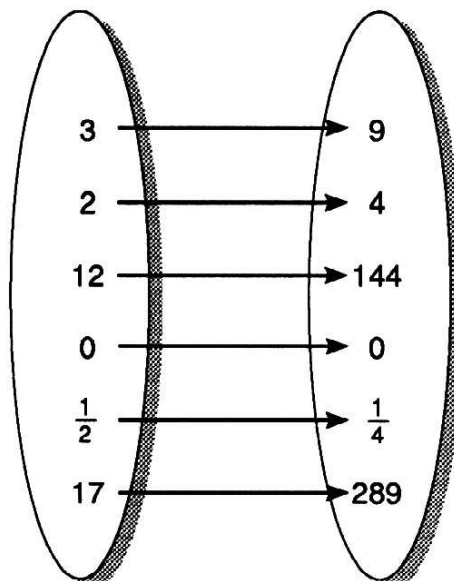
9)



10)



11)



## Ας ελέγξουμε τον Πυθαγόρα

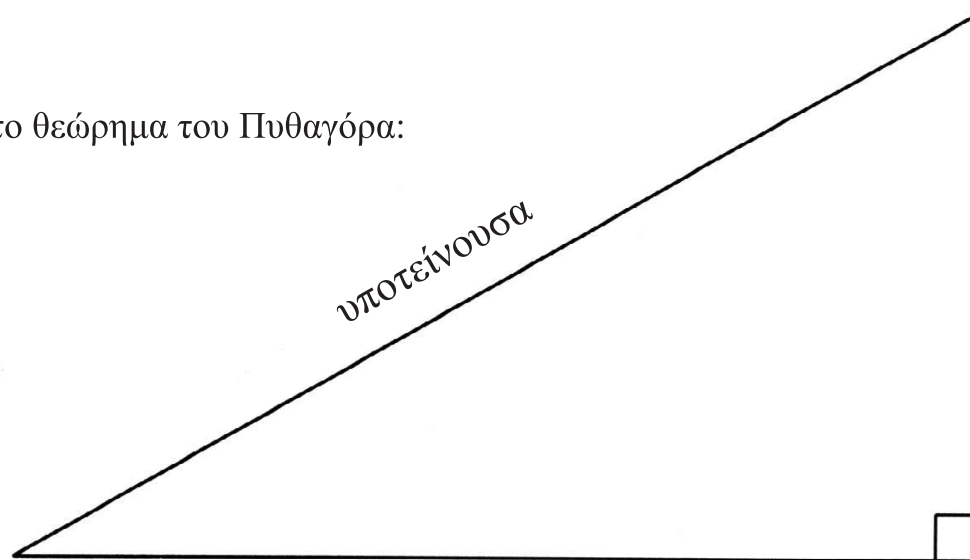
Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί του 1 εκατοστού.

### Το θεώρημα του Πυθαγόρα

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων με πλευρές τις δύο μικρότερες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.

Σε αυτή τη δραστηριότητα θα ελέγξεις αν ισχύει το θεώρημα του Πυθαγόρα:

- \* σχεδιάζοντας
- \* υπολογίζοντας



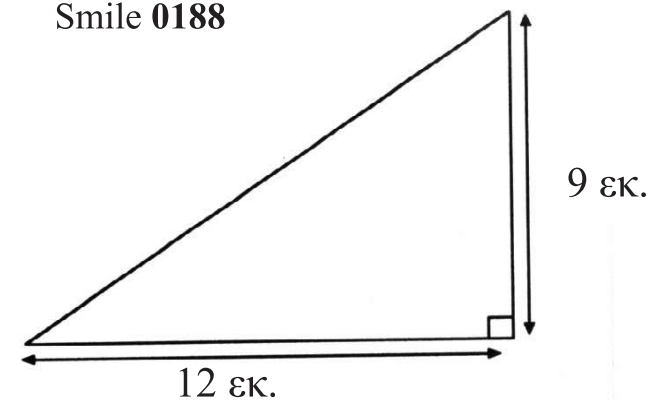
*Τα σχήματα δεν είναι σε κλίμακα.*



1. Να σχεδιάσεις αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο με ακρίβεια.

Να μετρήσεις την υποτείνουσα, η οποία θα πρέπει να είναι 15 εκ.  
Το εμβαδόν του τετραγώνου που μπορεί να σχεδιαστεί με πλευρά την υποτείνουσα είναι 225 τ. εκ. (15 εκ. x 15 εκ.).

Smile 0188



α) Ποιο είναι το εμβαδόν του τετραγώνου που μπορεί να σχεδιαστεί με πλευρά τη μικρότερη πλευρά του τριγώνου;

β) Ποιο είναι το εμβαδόν του τετραγώνου που μπορεί να σχεδιαστεί με πλευρά την τρίτη πλευρά του τριγώνου;

γ) Ποιο είναι το άθροισμα των εμβαδών των δύο αυτών τετραγώνων;

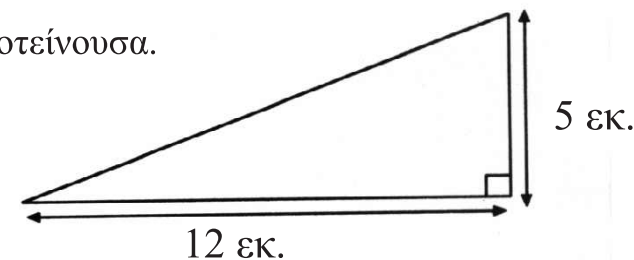
δ) Είναι το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων με πλευρές τις κάθετες πλευρές του τριγώνου ίσο με το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα;

2. Να σχεδιάσεις αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο με ακρίβεια και να μετρήσεις την υποτείνουσα.

α) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα.

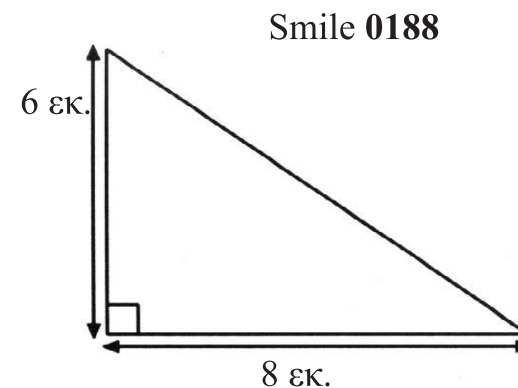
β) Να υπολογίσεις το εμβαδόν των τετραγώνων με πλευρές τις άλλες δύο πλευρές του τριγώνου.  
Ποιο είναι το άθροισμά τους;

γ) Είναι οι απαντήσεις σου στα α) και β) ίδιες;



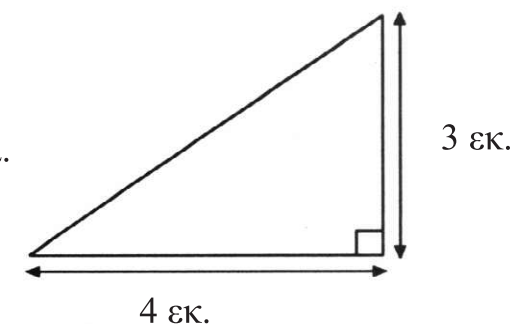
3. Να σχεδιάσεις αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο με ακρίβεια και να μετρήσεις την υποτείνουσα.

- α) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα.
- β) Να υπολογίσεις το εμβαδόν των τετραγώνων με πλευρές τις άλλες δύο πλευρές του τριγώνου.  
Ποιο είναι το άθροισμά τους;
- γ) Είναι οι απαντήσεις σου στα α) και β) ίδιες;



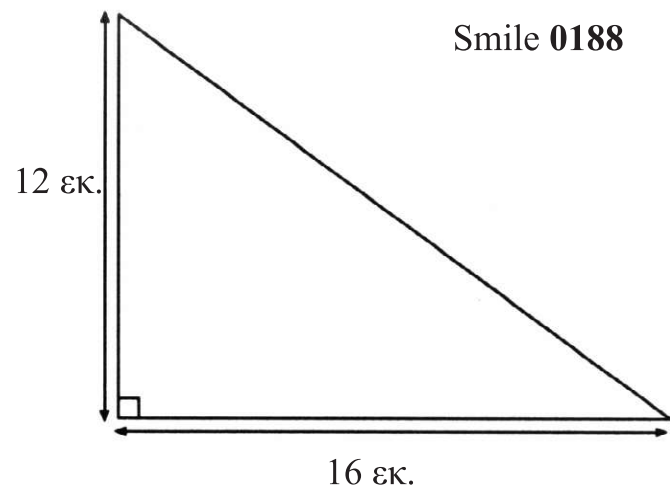
4. Σε αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο:

- α) Να υπολογίσεις το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων με πλευρές τις δύο μικρότερες πλευρές.
- β) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα.
- γ) Να υπολογίσεις το μήκος της υποτείνουσας.
- δ) Να σχεδιάσεις το τρίγωνο με ακρίβεια και να ελέγξεις το μήκος της υποτείνουσας.



5. α) Να χρησιμοποιήσεις τις γνώσεις σου σχετικά με το Πυθαγόρειο θεώρημα, για να βρεις το μήκος της υποτείνουσας αυτού του ορθογωνίου τριγώνου.

β) Να σχεδιάσεις το τρίγωνο με ακρίβεια και να ελέγξεις την απάντησή σου στο α).

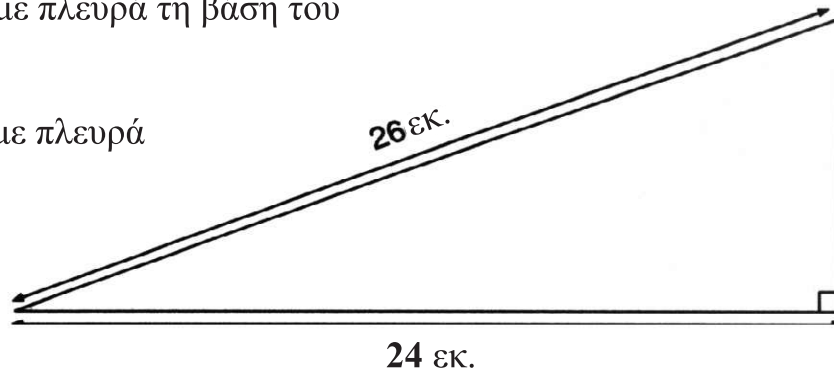


6. α) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα.

β) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά τη βάση του τριγώνου.

γ) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά τη μικρότερη πλευρά του τριγώνου.

δ) Να ελέγξεις αν επαληθεύεται το Πυθαγόρειο θεώρημα σε αυτό το τρίγωνο.



# Αναζητώντας ορθές γωνίες

Smile 0189

Θα χρειαστείς: διαβήτη και μοιρογνωμόνιο.

1. Σε ένα μεγάλο φύλλο χαρτί να σχεδιάσεις οχτώ τρίγωνα που έχουν πλευρές:

- α) 15 χιλ 20 χιλ 25 χιλ
- β) 9 εκ 12 εκ 15 εκ
- γ) 7 εκ 9 εκ 12 εκ
- δ) 6 εκ 8 εκ 10 εκ
- ε) 5 εκ 12 εκ 13 εκ
- στ) 3 εκ 5 εκ 7 εκ
- ζ) 3 εκ 4 εκ 5 εκ
- η) 2 εκ 2 εκ 3 εκ



- Να μετρήσεις τις γωνίες και να μαρκάρεις κάθε ορθή γωνία με το σημάδι  $\perp$
- Να σημειώσεις ποια τρίγωνα είναι ορθογώνια.

Το Πυθαγόρειο θεώρημα λέει ότι "σε ένα **ορθογώνιο τρίγωνο** το τετράγωνο της υποτεινουσας είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών."

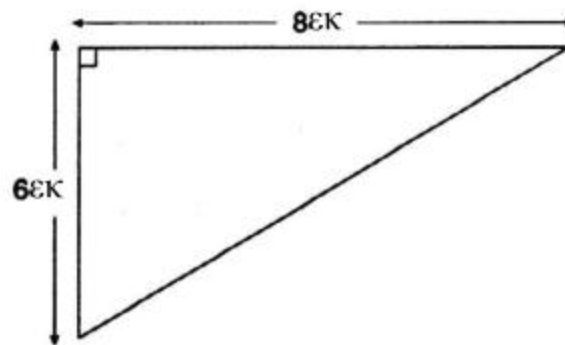
2. Να ελέγξεις τις απαντήσεις σου στην ερώτηση (1) εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα.

	Τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς	Άθροισμα τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών	Ορθογώνιο τρίγωνο;
Τρίγωνο α	$25 \times 25 = 625$	$(20 \times 20) + (15 \times 15) = 400 + 225 = 625$	Ναι $625 = 625$

## Χρησιμοποιώντας το Πυθαγόρειο θεώρημα

Τα σχήματα δεν έχουν σχεδιαστεί σε κλίμακα.

Αυτό είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο.



1. Να υπολογίσεις το εμβαδόν των δύο τετραγώνων που θα μπορούσαμε να σχεδιάσουμε στις δύο πλευρές του τριγώνου που σημειώνονται.

Να προσθέσεις το εμβαδόν των δύο τετραγώνων.

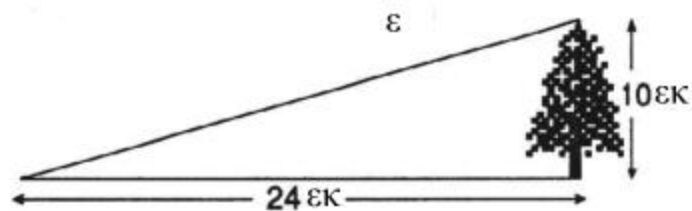
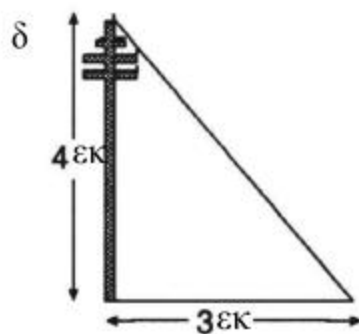
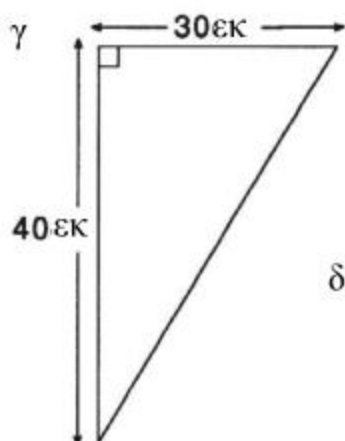
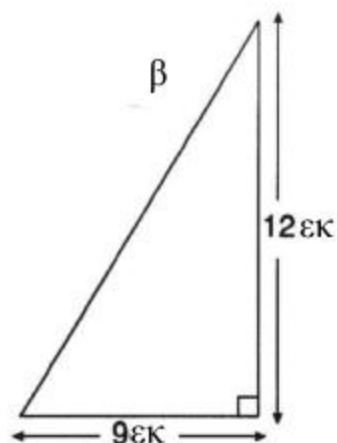
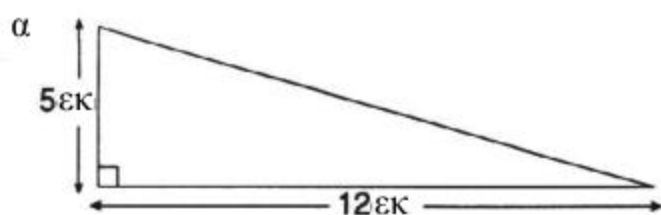
Ποιο είναι το εμβαδόν του τετραγώνου, το οποίο έχει πλευρά την υποτείνουσα;

Ποιο είναι το μήκος της υποτείνουσας;

2. Να σχεδιάσεις με ακρίβεια το τρίγωνο και να ελέγξεις το μήκος της υποτείνουσας.

Smile 0190

3. Να υπολογίσεις το μήκος της υποτείνουσας σε καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα.

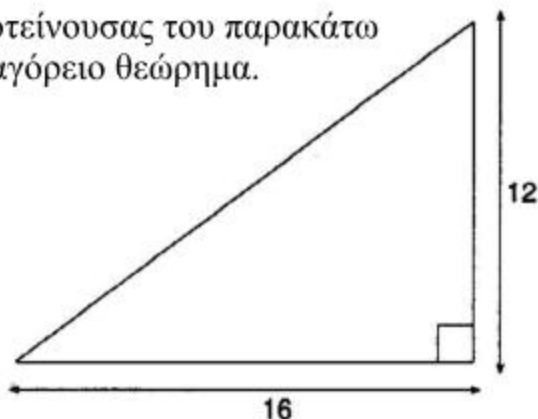


## Προβλήματα με βάση το Πυθαγόρειο θεώρημα

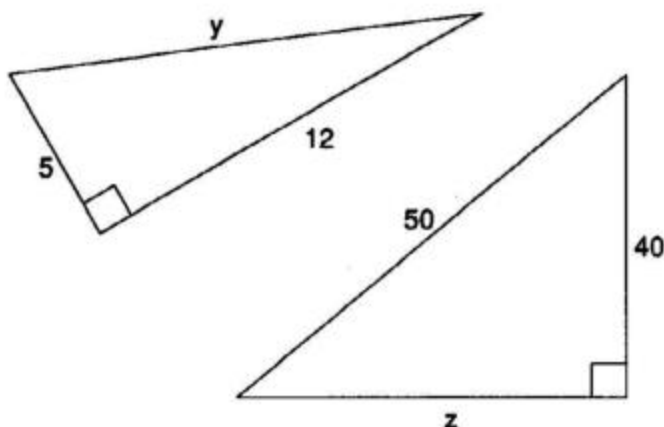
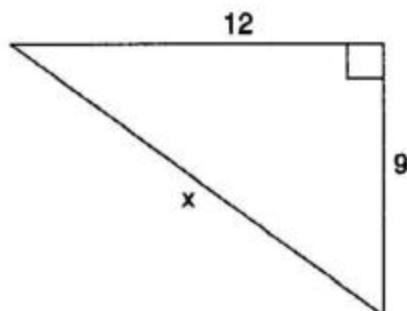
(Τα σχήματα δεν σχεδιάστηκαν σε κλίμακα.)

**1** Σε τι είδους τρίγωνο μπορεί να εφαρμοστεί το Πυθαγόρειο θεώρημα;

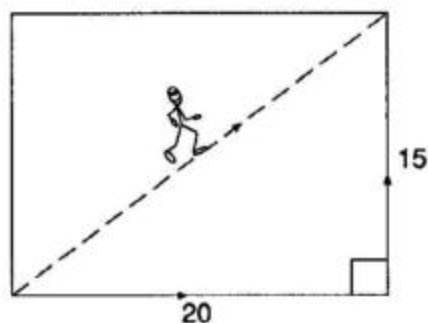
**2** Να υπολογίσεις το μήκος της υποτείνουσας του παρακάτω τριγώνου, εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα.



**3** Να υπολογίσεις το μήκος  $x$ ,  $y$  και  $z$  των πλευρών που δεν σου δίνονται στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα.



**4** Μια αίθουσα έχει διαστάσεις 20μ x 15μ. Πόσο συντομότερη είναι η απόσταση από τη μία γωνία της αίθουσας ως την απέναντί της γωνία από την απόσταση κατά μήκος των δύο πλευρών;



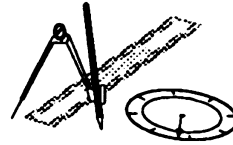




## Μεσοκάθετος

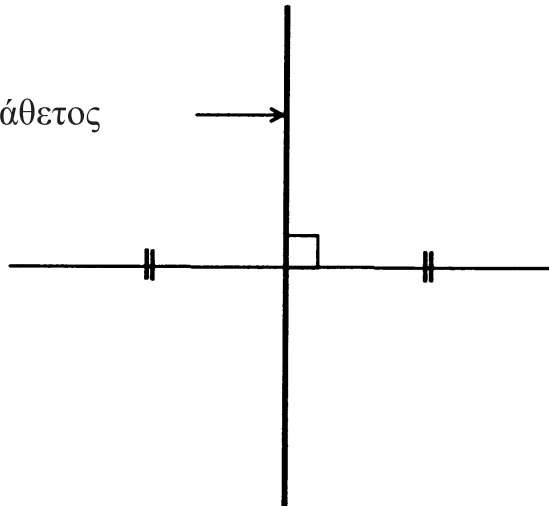
Smile 0211

Θα χρειαστείς ένα μοιρογνωμόνιο,  
ένα χάρακα, ένα διαβήτη  
και ένα μολύβι με λεπτή μύτη.



Η μεσοκάθετος είναι μια ευθεία που σχηματίζει γωνία 90 μοιρών με το ευθύγραμμο τμήμα και το χωρίζει σε δύο ίσα μέρη.

Μεσοκάθετος



Πριν από 2.000 χρόνια, οι Έλληνες μαθηματικοί ήταν υπερήφανοι γιατί μπορούσαν να φτιάξουν γεωμετρικές κατασκευές με 3 μόνο όργανα:  
- ένα διαβήτη, ένα μυτερό μολύβι και ένα χάρακα χωρίς ενδείξεις.

Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο μπορείς να κατασκευάσεις μια μεσοκάθετο χρησιμοποιώντας μόνο αυτά τα 3 όργανα.



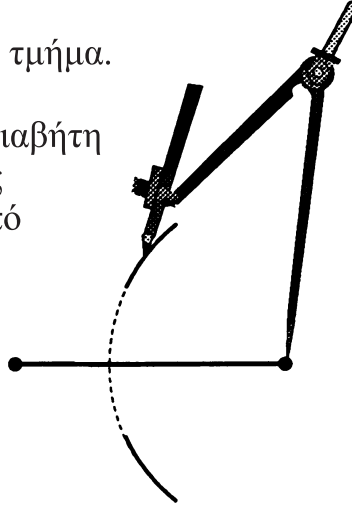
## Κατασκευή της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος.

---

### Βήμα 1

Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα.

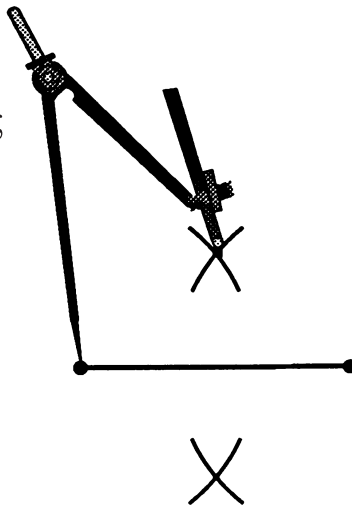
Να τοποθετήσεις τη μύτη του διαβήτη στο ένα άκρο και να σχεδιάσεις ένα τόξο πάνω και ένα κάτω από το ευθύγραμμο τμήμα.



### Βήμα 2

Μην αλλάξεις το άνοιγμα του διαβήτη.

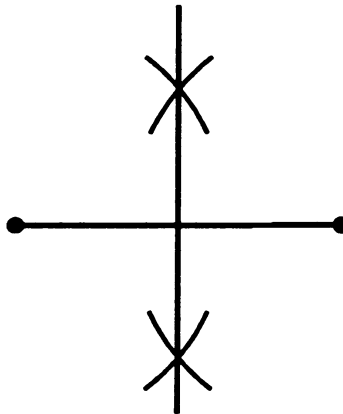
Να τοποθετήσεις τη μύτη του διαβήτη στο άλλο άκρο του ευθύγραμμου τμήματος και να σχεδιάσεις πάλι ένα τόξο πάνω και ένα κάτω από αυτό.



### Βήμα 3

Να ενώσεις με μια ευθεία τα σημεία όπου τέμνονται τα ζεύγη των τόξων.

Αυτή είναι η μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος.



· Να χρησιμοποιήσεις ένα μοιρογνωμόνιο, για να ελέγξεις αν η γραμμή που χαρακτήθηκε σχηματίζει γωνία 90 μοιρών με το ευθύγραμμο τμήμα.

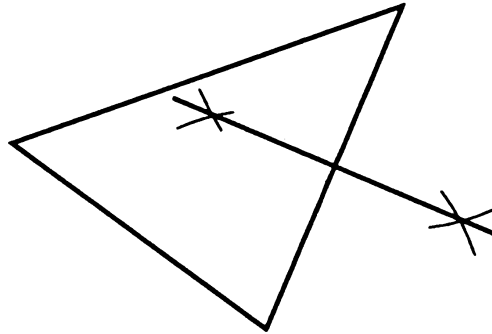
· Να χρησιμοποιήσεις ένα χάρακα, για να ελέγξεις αν η γραμμή που χαρακτήθηκε διέρχεται από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος.

1. Να σχεδιάσεις τις μεσοκαθέτους ακόμη 5 ευθύγραμμων τμημάτων και να ελέγξεις την ακρίβεια της εργασίας σου.



## Smile 0211

Η μεσοκάθετος της μιας πλευράς αυτού του τριγώνου έχει κατασκευαστεί.



2. Να σχεδιάσεις ένα τυχαίο τρίγωνο. Να κατασκευάσεις τις μεσοκαθέτους και των 3 πλευρών.

3. Να επαναλάβεις το ίδιο και για άλλα τρίγωνα. Τι παρατηρείς σχετικά με τα σημεία τομής των μεσοκαθέτων;

# Διχοτόμος γωνίας

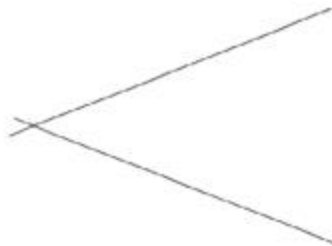
Smile 0212

Θα χρειαστείς διαβήτη, χάρακα, μολύβι και μοιρογνωμόνιο.

Διχοτομώ σημαίνει χωρίζω σε δύο ίσα μέρη.

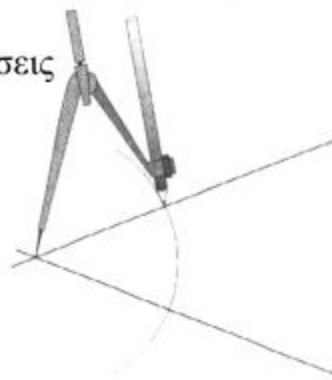
**1**

Να σχεδιάσεις μια γωνία.



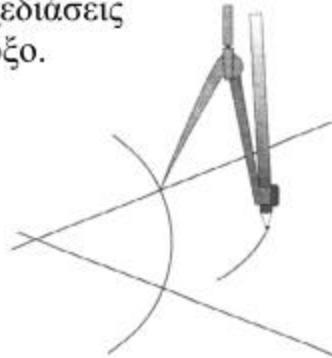
**2**

Να σχεδιάσεις ένα τόξο.



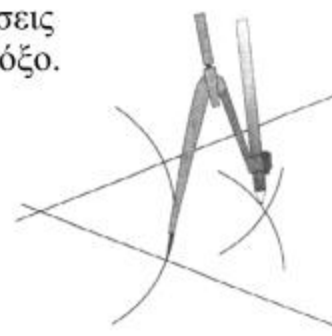
**3**

Να σχεδιάσεις ένα τόξο.



**4**

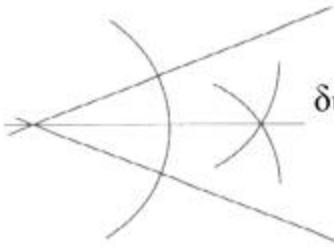
Να σχεδιάσεις ένα άλλο τόξο.



Μην αλλάξεις το άνοιγμα του διαβήτη.

**5**

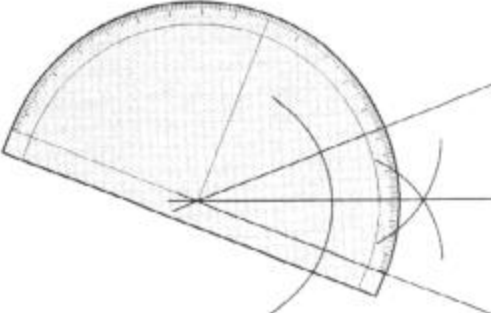
Να σχεδιάσεις την ευθεία γραμμή.



διχοτόμος γωνίας

**6**

Να ελέγξεις αν η διχοτόμος χωρίζει την αρχική γωνία σε 2 ίσες γωνίες.



**7**

- Να σχεδιάσεις ακόμη 5 γωνίες (να συμπεριλάβεις και αμβλείες).
- Να τις διχοτομήσεις.
- Κάθε φορά να ελέγχεις την ακρίβεια των κατασκευών σου με ένα μοιρογνωμόνιο.

**8**

- Να σχεδιάσεις μερικά τρίγωνα.
- Να φέρεις τις 3 διχοτόμους σε κάθε τρίγωνο.
- Τι παρατηρείς;



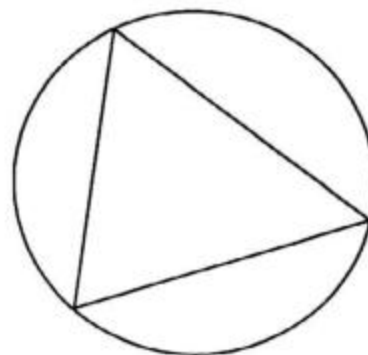
## Ο περιγεγραμμένος κύκλος

Θα χρειαστείς ένα χάρακα, ένα διαβήτη και ένα καλοξυσμένο μολύβι.

Εδώ έχουμε ένα τρίγωνο και τον περιγεγραμμένο σε αυτό κύκλο.

Ο **περιγεγραμμένος κύκλος** ενός τριγώνου είναι ο κύκλος, ο οποίος περνά από τις τρεις κορυφές του τριγώνου.

Το κέντρο αυτού του κύκλου βρίσκεται στο σημείο που τέμνονται οι μεσοκάθετοι των τριών πλευρών του τριγώνου.

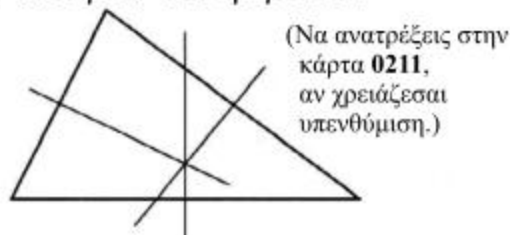


**Για να σχεδιάσεις τον περιγεγραμμένο κύκλο ενός τριγώνου, να ακολουθήσεις τα παρακάτω βήματα.**

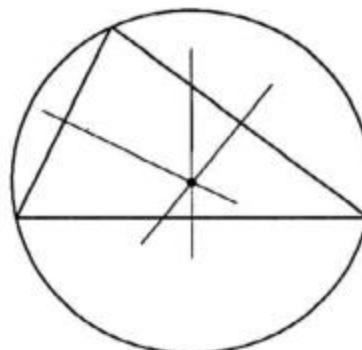
- 1** Να σχεδιάσεις ένα τυχαίο τρίγωνο.



- 2** Να χαράξεις τις μεσοκαθέτους των τριών πλευρών του τριγώνου.



- 3** Με κέντρο το σημείο τομής των τριών μεσοκαθέτων, να σχεδιάσεις τον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου, έτσι ώστε να περνάει από τις τρεις κορυφές.



### Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι διαφορετικών τριγώνων.

Να σχεδιάσεις τον περιγεγραμμένο κύκλο σε μερικά:

**Οξυγώνια** τρίγωνα, **αμβλυγώνια** τρίγωνα, **ορθογώνια** τρίγωνα.

Πού βρίσκεται το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου στα διαφορετικά είδη τριγώνων;