

Διδάσκοντας Μαθηματικά στο Γυμνάσιο

Προτάσεις για την αξιοποίηση
του διδακτικού υλικού



— Χαράλαμπος Σακονίδης —

Πρόγραμμα Εκπαίδευσης Μουσουλμανοπαίδων 2005 - 2007

ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ ΜΕΤΡΟ 1.1 ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1.1.1

ΦΟΡΕΑΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ/ΕΛΚΕ

Υπεύθυνες Έργου: Άννα Φραγκουδάκη - Θάλεια Δραγώνα

Η πράξη συγχρηματοδοτείται κατά 80% από το Ευρωπαϊκό
Κοινωνικό Ταμείο και κατά 20% από Εθνικούς Πόρους

ΔΡΑΣΗ 1.Α5

Επιστημονικές υπεύθυνες δράσης: Βενετία Αποστολίδου
Ελένη Χοντολίδου

Σύμβουλος σειράς: Γρηγόρης Πασχαλίδης

Επιμέλεια κειμένων: Ευαγγελία Βενιζελέα

Συγγραφείς: Χαράλαμπος Σακονίδης

Εισαγωγή

Το πρόγραμμα «Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων» ξεκίνησε το 1996 και περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα δράσεων που αποσκοπούν στο να προάγουν την ελληνομάθεια των μαθητών της μουσουλμανικής μειονότητας της Θράκης και γενικότερα, να βελτιώσουν τους όρους, τις συνθήκες και την αποτελεσματικότητα της σχολικής τους θητείας σε ολόκληρη τη διάρκεια της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Οι Προτάσεις για την αξιοποίηση του διδακτικού υλικού επιδιώκουν να υποστηρίξουν τη διδασκαλία μιας ποικιλίας διδακτικών υλικών που εκπονήθηκαν στο πλαίσιο του προγράμματος και τα οποία σε άλλες περιπτώσεις μπορούν να υποκαταστήσουν τα ισχύοντα για όλα τα σχολεία της χώρας και σε άλλες να αξιοποιηθούν ως συμπληρωματικά τους. Ακολουθώντας τις γενικές προδιαγραφές της διδακτέας ύλης που προβλέπει το Αναλυτικό Πρόγραμμα, τα υλικά αυτά ετοιμάστηκαν με ξεχωριστή φροντίδα, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιαίτερες δυσκολίες και ανάγκες των μειονοτικών μαθητών οι οποίοι, ιδιαίτερα όταν φτάνουν στο Γυμνάσιο, αντιμετωπίζουν οξυμμένα γλωσσικά προβλήματα. Οι δύο βασικές κατευθύνσεις στις οποίες κινήθηκε η ετοιμασία των διδακτικών υλικών είναι οι εξής:

- ⇒ Αναθεώρηση, αναδιοργάνωση και εμπλουτισμός του περιεχομένου ώστε να καταστεί πιο ελκυστικό και ενδιαφέρον,
- ⇒ Ανασχεδιασμός και διαφοροποίηση των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων ώστε να αυξηθεί η συμμετοχή και ενεργοποίηση των μαθητών μέσα στην τάξη, αλλά και η εμπλοκή τους σε μορφωτικές και πολιτισμικές διαδικασίες έξω από αυτήν.

Παρόμοια προσανατολισμένα είναι, επίσης, τα συνοδευτικά διδακτικά υλικά, όπως, μουσικοί και οπτικο-ακουστικοί ψηφιακοί δίσκοι, διαδραστικό τρίγλωσσο λεξικό όρων και άλλα εποπτικά μέσα, που σχεδιάστηκαν για την υποστήριξη και τον εμπλουτισμό του εκπαιδευτικού έργου.

Οδηγητικό ρόλο τόσο στην παραγωγή των παραπάνω υλικών όσο και στη διαμόρφωση της διδακτικής μεθοδολογίας τους διαδραμάτισαν βασικές αρχές της σύγχρονης παιδαγωγικής, όπως η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία, η πολυτροπικότητα των διδακτικών υλικών και η

προαγωγή του πολυγραμματισμού, η διαθεματική προσέγγιση των γνωστικών αντικειμένων προκειμένου να αναδειχθούν οι συνδέσεις και αλληλεξαρτήσεις τους, η έμφαση όχι στη μετάδοση της γνώσης αλλά στο «μαθαίνω πώς να μαθαίνω», στη δραστηριοποίηση των μαθητών σε εργασίες ερευνητικού και δημιουργικού χαρακτήρα, η ανάπτυξη προσωπικών κινήτρων και ενδιαφερόντων για μάθηση, η καλλιέργεια της κριτικής και αυτόνομης σκέψης, καθώς και η συνεχής και πολυδιάστατη αξιολόγηση ως μέσο επανατροφοδότησης. Αυτές και άλλες βασικές αρχές της παιδαγωγικής του προγράμματος παρουσιάζονται αναλυτικά στη σειρά των εγχειριδίων Κλειδιά και Αντικλειδιά, όπου ο εκπαιδευτικός μπορεί επιπλέον να βρει χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής τους, καθώς και συζητήσεις σχετικά με τα προβλήματα που ενδέχεται να συναντήσει κατά την εφαρμογή τους¹.

Μια ακόμα σημαντική αρχή της παιδαγωγικής φιλοσοφίας που διαπνέει αυτά τα διδακτικά υλικά, η οποία συνδέεται άμεσα με τη φιλοδοξία τους να προσφέρουν στους μαθητές ευκαιρίες για ουσιαστική μόρφωση και δυνατότητες για προσωπική ανάπτυξη και κοινωνική πρόοδο, έγκειται στην υιοθέτηση των αρχών και αξιών της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης.

Στην εποχή μας, περισσότερο από ποτέ άλλοτε, μια σχολική τάξη δεν είναι απόλυτα ομοιογενής πολιτισμικά. Υπάρχουν πάντοτε διαφορές στο πολιτισμικό κεφάλαιο, τις ιδιαίτερες πολιτισμικές εμπειρίες, συνήθειες και ταυτότητες των μαθητών. Η σχολική τάξη αποτελεί, έτσι, μια μικρογραφία της ευρύτερης πολιτισμικής ποικιλομορφίας που παρουσιάζουν όλες οι σύγχρονες κοινωνίες, ιδιαίτερα μάλιστα τα τελευταία χρόνια, κατά τα οποία ενισχύθηκαν τα ρεύματα των μεταναστών και της διασποράς. Από τα ευρέως χρησιμοποιούμενα σχολικά εγχειρίδια, ωστόσο, απουσιάζουν αναφορές στην παρουσία, τη ζωή και την ιδιαίτερη κουλτούρα των διάφορων μειονοτικών ομάδων που ζουν στη χώρα μας. Το γεγονός αυτό είναι ιδιαίτερα προβληματικό. Όταν η γλώσσα, η κουλτούρα και η εμπειρία που μεταφέρει κάθε παιδί αγνοούνται ή, χειρότερα, αποκλείονται και υποτιμούνται, οι

¹ Τα εγχειρίδια είναι διαθέσιμα σε ηλεκτρονική και σε έντυπη μορφή στη σειρά Κλειδιά και Αντικλειδιά, ΠΕΜ, ΥΠΕΠΘ, Πανεπιστήμιο Αθηνών (βλ. στην ιστοσελίδα www.kleidiaakaiantikleidia.net). Εκείνα που αφορούν τις παιδαγωγικές αρχές του προγράμματος περιλαμβάνονται στη θεματική κατηγορία «Διδακτική μεθοδολογία».

μαθητές τοποθετούνται σε μειονεκτική θέση. Ό,τι έχουν μάθει για τη ζωή και τον κόσμο περιθωριοποιείται, τα σημεία σύνδεσης με τη διδασκόμενη ύλη περιορίζονται ασφυκτικά, και η όλη εκπαιδευτική διαδικασία παίρνει για αυτούς τη μορφή της υποβάθμισης του οικείου περιβάλλοντός τους, της ίδιας της ταυτότητάς τους.

Οι εναλλακτικές διδακτικές προτάσεις που εκπονήθηκαν στο πλαίσιο του προγράμματος επιχειρούν να αντιμετωπίσουν αυτήν την κατάσταση, παίρνοντας καταρχήν υπόψη ότι οι μειονοτικοί μαθητές διδάσκονται τα μαθήματά τους σε μια γλώσσα που δεν είναι η μητρική τους, στοιχείο που δημιουργεί από μόνο του μια ιδιόρρυθμη συνθήκη ετερότητας μέσα στην τάξη. Η πρώτη, επομένως, μέριμνα αφορά στη διδασκαλία της ελληνικής γλώσσας ως ξένης. Στη συνέχεια, οι διδακτικές προτάσεις ενσωματώνουν, –όπου αυτό ήταν δυνατό– στοιχεία από τις καθημερινές πρακτικές και την κουλτούρα της μουσουλμανικής μειονότητας, και πάνω από όλα, προσεγγίζουν με σεβασμό και ευαισθησία τα έθιμα, τη θρησκεία, τη γλώσσα και τις αξίες της. Βασισμένη στην αρχή της ισοτιμίας των πολιτισμών, καθώς και στην παιδαγωγική αξιοποίηση του βιωματικού και μορφωτικού κεφαλαίου του ‘διαφορετικού’ μαθητή, η διαπολιτισμική εκπαίδευση ευαγγελίζεται μια δημοκρατική, πλουραλιστική κοινωνία, που εξασφαλίζει σε όλους ισότητα ευκαιριών για μόρφωση και επιλογές ζωής, χωρίς προκαταλήψεις, στιγματισμούς και αποκλεισμούς. Η διαπολιτισμική εκπαίδευση λειτουργεί, συνεπώς, προς όφελος όχι μόνον των μαθητών που προέρχονται από ένα διαφορετικό πολιτισμικό υπόβαθρο, αλλά προς όφελος του συνόλου των μαθητών, οι οποίοι καλούνται να συνυπάρξουν δημιουργικά στις κοινωνικές συνθήκες στις οποίες πρόκειται να ζήσουν ως ενήλικες².

Αλλά εάν η αναγνώριση και ο σεβασμός των ποικίλων πολιτισμικών παραδόσεων και ταυτοτήτων αποτελεί θεμελιώδη παράγοντα για την ανάπτυξη μιας νηφάλιας και ισορροπημένης αυτοεικόνας, που δεν αισθάνεται να απειλείται από το διαφορετικό, ούτε το απαξιώνει με αυτάρεσκες διακηρύξεις υπεροχής, εξίσου θεμελιώδης είναι και η καλλιέργεια μιας κριτικής και αναστοχαστικής στάσης απέναντί τους,

² Για μια λεπτομερέστερη πραγμάτευση των διαφορετικών πτυχών της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης βλ. τα εγχειρίδια που περιλαμβάνονται στη θεματική κατηγορία «Ταυτότητες και Ετερότητες» της ανωτέρω ιστοσελίδας.

όπως εξάλλου και απέναντι στο ευρύτερο πολιτισμικό περιβάλλον μας. Οι κουλτούρες και οι πολιτισμικές ταυτότητες δεν είναι στατικές ή παγιωμένες, αλλά μεταλλάσσονται συνεχώς μέσα από τις κοινωνικές και ιστορικές εξελίξεις, τις εμπειρίες και επιλογές μας. Επιδίωξη της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης είναι να αμφισβητήσει κάθε περιχαράκωση των ταυτοτήτων γύρω από απόλυτες και αγεφύρωτες διαφορές, καθώς και να προάγει ένα πλαίσιο συνέκφρασης, συνομιλίας και συνδιαλλαγής των διαφορετικών πολιτισμικών εμπειριών και αναφορών που να επιτρέπει σε κάθε μαθητή και εκπαιδευτικό, να διαπλάσουν και να διεκδικήσουν ταυτότητες που να τους εκφράζουν και να τους ενδυναμώνουν, παρά να τους εγκλωβίζουν σε απλουστευτικά στερεότυπα, γραφικότητες και τυπολατρικές αντιλήψεις.

Τα διδακτικά υλικά του προγράμματος «Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων» συνιστούν μια πρόκληση για τον εκπαιδευτικό. Ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο, αν αφορούν δηλαδή στη γλώσσα και στη λογοτεχνία ή στην ιστορία, στα μαθηματικά και στις φυσικές επιστήμες, ο τρόπος με τον οποίο λαμβάνουν υπόψη τους την επίδραση των κοινωνικοπολιτισμικών εμπειριών των μαθητών στη διαδικασία της μάθησης μπορεί να τα καθιστά λιγότερο ή περισσότερο διαφορετικά από εκείνα που έχει συνηθίσει ο εκπαιδευτικός, και είναι πολύ πιθανό να του προκαλέσουν κάποια αμηχανία ή δυσκολία. *Οι Προτάσεις για την αξιοποίηση του διδακτικού υλικού*, που τα συνοδεύουν, έχουν στόχο να τον βοηθήσουν να κατανοήσει τις όποιες καινοτομίες παρουσιάζουν στη διαμόρφωση και οργάνωση της διδακτέας ύλης, καθώς επίσης και τη λογική που διέπει τις εκπαιδευτικές δραστηριότητες και γενικότερα, τη διδακτική μεθοδολογία τους. Όλα αυτά παρουσιάζονται αναλυτικά στο παρόν βιβλίο ενώ εξίσου χρήσιμο θα βρει ο εκπαιδευτικός και το κεφάλαιο εκείνο, όπου τίθενται ερωτήματα και προβλήματα που ενδέχεται να προκύψουν κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας και προτείνονται λύσεις.

Γρηγόρης Πασχαλίδης
Κοινωνιολόγος, Αναπληρωτής Καθηγητής, Α.Π.Θ.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Προλεγόμενα.....	5
1. Μαθηματική Εκπαίδευση για όλους: σύγχρονοι προσανατολισμοί....	7
2. Οι διαδικασίες μάθησης στην προοπτική της μαθηματικής εκπαίδευσης για όλους.....	15
3. Οι διδακτικές πρακτικές και ο εκπαιδευτικός στην προοπτική της Μαθηματικής Εκπαίδευσης για όλους.....	21
4. Το εκπαιδευτικό υλικό για τα μαθηματικά: οργάνωση και αξιοποίησή του στην τάξη.....	29
Βιβλιογραφία.....	37

1. Μαθηματική εκπαίδευση για όλους: σύγχρονοι προσανατολισμοί

Σύμφωνα με την παραδοσιακή θεώρηση, η αξία της εκπαίδευσης έγκειται στην ενεργοποίηση της σκέψης των μαθητών, ώστε να δρουν με τρόπους που είναι επιθυμητοί από την κοινωνία στην οποία ανήκουν. Ειδικότερα, στην περίπτωση της μαθηματικής εκπαίδευσης, η καθολική αποδοχή της αξίας της για κάθε πολίτη εδράζεται στην αντίληψη ότι αντικείμενό της είναι η μάθηση και η διδασκαλία αφηρημένων ιδεών και δομών, οι οποίες επιτρέπουν στο άτομο που θα τις συγκροτήσει να εμπλακεί επιτυχώς σε δραστηριότητες, στις οποίες αποδίδεται υψηλή αξία και μπορούν να επηρεάσουν καθοριστικά το περιβάλλον του, όπως ο στατιστικός λογισμός, η αλγεβρική σκέψη, η χωρική σκέψη, η επίλυση προβλήματος, κ.ά. Δηλαδή, το άτομο καθίσταται ικανό να ασκεί δραστηριότητες ισχύος.

Ωστόσο, οι σύγχρονες θεωρήσεις μάθησης και διδασκαλίας, οι οποίες δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στην εξάρτηση της κοινωνικής πρακτικής από το πλαίσιο από το οποίο αυτή προκύπτει (βλέπε επόμενη ενότητα), υποστηρίζουν ότι η συγκρότηση κοινωνικής ισχύος είναι περισσότερο πολύπλοκη από όσο αποδέχεται η παραπάνω προοπτική (Valero 2005). Συγκεκριμένα, αντιμετωπίζοντας τη μαθηματική εκπαίδευση ως ένα πεδίο πρακτικής, η οποία αναπτύσσεται σε ένα ευρύτερο πλαίσιο κοινωνικο-πολιτισμικών πρακτικών και θεσμών που την οριοθετούν, οι παραπάνω θεωρίες οδηγούν στη διαπίστωση ότι δεν συνιστά ένα μηχανισμό μετάδοσης γνώσεων ισχύος αλλά μια κοινωνική πρακτική η οποία, επιβάλλοντας συγκεκριμένους τρόπους περιγραφής και οργάνωσης του κόσμου, ρυθμίζει τη δράση των μαθητών και την επιτυχή συμμετοχή τους στην κοινωνία, καθώς καθορίζει τι έχει αξία, τι είναι σωστό και τι «κανονικό». Με άλλα λόγια, η μαθηματική εκπαίδευση, όπως γίνεται κατανοητή και εφαρμόζεται σήμερα, φαίνεται να προωθεί ένα συγκεκριμένο μοντέλο άσκησης ισχύος, μέσω της γνώσης, από κάποια άτομα σε βάρος κάποιων άλλων. Στα πρώτα ανήκουν όσοι γίνονται ικανοί με τη μάθηση των Μαθηματικών να αντιλαμβάνονται τον τρόπο που τα Μαθηματικά λειτουργούν στην κοινωνία, συμβάλλοντας έτσι στην αποδοχή της

ταξικής ανισότητας, ενώ στους δεύτερους όσοι αποτυγχάνουν στα Μαθηματικά. Αυτό αναδεικνύει την αναγκαιότητα αμφισβήτησης των μέχρι σήμερα πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης και ενθαρρύνει την επαναδιατύπωσή της, επιβάλλοντας την κριτική αντιμετώπιση της αξιοποίησης των Μαθηματικών στην εκάστοτε κοινωνική, πολιτισμική και πολιτική πραγματικότητα.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι τα Μαθηματικά, αν και αποτελούν μια ανθρώπινη επινοήση, η οποία προσφέρει ένα ιδιαίτερα ισχυρό σύστημα ερμηνείας του κόσμου, κινδυνεύουν να αναδειχθούν σε βασικό εργαλείο ταξικών διακρίσεων, εξαιτίας της αδιαφορίας για τους κοινωνικούς και πολιτισμικούς περιορισμούς που διέπουν κάθε τέτοια επινοήση. Η διδασκαλία τους στο σχολείο, αντί να αμβλύνει αυτήν την προοπτική, φαίνεται να την ενισχύει, καθώς εμφανίζεται να ενθαρρύνει την άκριτη αποδοχή των μαθηματικών ιδεών ως αφηρημένων, αντικειμενικών και ανεξάρτητων του πλαισίου στο οποίο αναπτύσσονται. Ως αποτέλεσμα, η πρόσβαση στη μαθηματική γνώση καθίσταται προνόμιο λίγων «εκλεκτών» και, ειδικότερα, αυτών των οποίων τα δεδομένα δράσης και σκέψης του περιβάλλοντός τους εναρμονίζονται με τα αντίστοιχα που ανέδειξαν το συγκεκριμένο επιστημονικό πεδίο· αυτοί, επιπλέον, ελέγχουν όχι μόνο το προϊόν αλλά και το ποιος γίνεται δεκτός και ποιος όχι στην ομάδα τους. Η συνειδητοποίηση και η αναγνώριση αυτής της πραγματικότητας και η συνεχιζόμενη αποτυχία στα Μαθηματικά της πλειοψηφίας των μαθητών που προέρχονται από κοινωνικά και πολιτισμικά ευάλωτες ομάδες οδήγησε τα τελευταία χρόνια στο αίτημα για μια μαθηματική εκπαίδευση που να απευθύνεται σε όλους τους μαθητές. Οι λόγοι που επιβάλλουν και, ταυτόχρονα, τεκμηριώνουν έναν τέτοιο προσανατολισμό της σύγχρονης μαθηματικής εκπαίδευσης μπορούν να συνοψιστούν σε τρεις ομάδες, οι οποίες παρατίθενται στη συνέχεια (Davis 2001).

Ιστορικοί και πολιτισμικοί λόγοι: Από ιστορική άποψη, τα σχολικά Μαθηματικά εμφανίστηκαν, μαζί με τις Θετικές Επιστήμες, παράλληλα με την εκβιομηχάνιση και την αστικοποίηση στην υπηρεσία του καπιταλισμού. Ως κατάλοιπο αυτής της πορείας τους μπορεί να θεωρηθεί ο καταγιγισμός των σχολικών εγχειριδίων με προβλήματα που εστιάζουν σε ανθρώπινες δραστηριότητες αυτού του τύπου,

όπως, για παράδειγμα, η αγορά αγαθών, το κόστος παραγωγής ενός προϊόντος, οι διαστάσεις από ένα εξάρτημα μηχανής και πιο πρόσφατα η οργάνωση και η επεξεργασία δεδομένων. Τις τελευταίες δεκαετίες, το αίτημα «Μαθηματικά για όλους» οδήγησε σε μερική αναθεώρηση των σχετικών Αναλυτικών Προγραμμάτων, οι στόχοι των οποίων συμπεριέλαβαν, εκτός της παραδοσιακής αλγοριθμικής εστίασης και σε βάρος αυτής, την ανάπτυξη ικανοτήτων και δεξιοτήτων συλλογισμού, επίλυσης προβλήματος, διαχείρισης δεδομένων και μαθηματικής επικοινωνίας. Όμως, οι ικανότητες αυτές αποτελούν περισσότερο χαρακτηριστικά εύπορων πολιτών παρά ικανών εργατών. Είναι, λοιπόν, φανερό ότι τα Μαθηματικά μπορούν να γίνουν κατανοητά ως εργαλείο πολιτισμικού ιμπεριαλισμού και προσωπικής καθυπόταξης, καθώς επιβάλλουν ένα συγκεκριμένο τρόπο ερμηνείας του κόσμου και συχνά χρησιμοποιούνται ως «φίλτρο» διαχωρισμού των ανθρώπων, σε αυτούς που «μπορούν» και στους άλλους που «δεν τα καταφέρνουν». Ωστόσο, μπορεί να μετατραπούν σε εργαλείο ισχύος, καθώς καθιστούν δυνατή τη διάγνωση των ανισοτήτων και των υπερβολών που υφίστανται σε έναν κόσμο που λειτουργεί με μαθηματικούς όρους, και να εξασφαλίσουν την πρόσβαση σε όλα τα είδη πολιτισμικού κεφαλαίου.

Πραγματιστικοί λόγοι: Ο άνθρωπος εμπλέκεται καθημερινά σε ένα πλήθος από πολύπλοκες ροές γεγονότων, τις οποίες διεκπεραιώνει με βάση μια σειρά αυτοματοποιημένων λειτουργιών, στις οποίες αποδίδει λίγη ως καθόλου σημασία και συχνά δεν είναι σε θέση να αιτιολογήσει. Αυτό, ωστόσο, δεν σημαίνει ότι δεν προϋποθέτουν την κατοχή και την αποτελεσματική αξιοποίηση συγκεκριμένων γνώσεων. Είναι, όμως, γεγονός ότι σπάνια το άτομο υπεισέρχεται στη διαδικασία λεπτομερούς και συνειδητής επεξεργασίας τους, αποδεχόμενο την άσκοπη εκτέλεση των αντίστοιχων λειτουργιών ως μια συνήθεια που έχει χάσει το αρχικό της νόημα. Τα Μαθηματικά εμφανίζονται να αποτελούν ένα ιδιαίτερα τυπικό πεδίο εμφάνισης αυτού του φαινομένου, καθώς είναι παρόντα σε κάθε έκφραση της ανθρώπινης δράσης στο χρόνο και στο χώρο, υπαγορεύοντας με άρρητους τρόπους και σε τέτοιο βαθμό τα κριτήρια και τις δομές αυτής της δράσης, ώστε να μπορεί να ισχυριστεί κανείς πως ο πολιτισμός μας είναι «εθισμένος στα Μαθηματικά». Κάθε πολίτης του δυτικού κόσμου δρα αυτόματα με μαθηματικό τρόπο, είτε το θέλει είτε όχι, χωρίς απαραίτητως να

το συνειδητοποιεί και χωρίς να έχει άλλη επιλογή. Το πώς παρατηρεί, υποθέτει, κινείται, αλληλεπιδρά, επικοινωνεί, οργανώνει τη ζωή του και, σε τελική ανάλυση, το ποιος είναι φανερώνουν ότι τα Μαθηματικά είναι ένα από τα πλέον διαδεδομένα και ισχυρά κατασκευάσματα και, ταυτοχρόνως, εμπόδια του δυτικού τρόπου κατανόησης του κόσμου.

Ηθικοί και δεοντολογικοί λόγοι: Τα Μαθηματικά είναι υπεύθυνα τόσο για τις επιστημονικές εξελίξεις που διευκολύνουν και αναβαθμίζουν ποιοτικά τη ζωή του ανθρώπου στις δυτικές κοινωνίες όσο και για τα δεινά που είναι δυνατό να επιφέρουν. Ωστόσο, ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζονται στο σχολείο δεν βοηθά στην ανάδειξη αυτής της διάστασης της μαθηματικής επιστήμης. Αντίθετα, η παρουσίαση των αντίστοιχων ιδεών ως ένα κλειστό σύνολο συγκεκριμένων διαδικασιών που διευκολύνουν την επίλυση προβλημάτων, αλλά δεν φέρουν ευθύνη για τον τρόπο αντίληψης και αναπαράστασής τους οδηγεί στην άκριτη αποδοχή των Μαθηματικών ως ενός πεδίου γνώσης απόμακρου, ουδέτερου ή ακόμη και ανώτερου από ανησυχίες σχετικές με δεοντολογικά ζητήματα. Σε αυτήν την κατεύθυνση συμβάλλει η κυρίαρχη σχετική ρητορική, η οποία προβάλλει ως βασικά χαρακτηριστικά των Μαθηματικών το ιδεώδες και τη βεβαιότητα πέραν κάθε αμφιβολίας για τη μοναδικότητα της μαθηματικής ερμηνείας του κόσμου.

Ωστόσο, μια τέτοια προσέγγιση θεωρείται σήμερα περιοριστική, καθώς αγνοεί τη ζωτική σημασία των διαφορετικών προσεγγίσεων στη γνώση. Η διαπίστωση ότι η κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης καθορίστηκε από πολιτισμικές και γλωσσικές παραμέτρους και ακολούθησε όχι λανθασμένες ούτε πρωτόγονες ή απλοϊκές αλλά διαφορετικές διαδρομές στους διάφορους πολιτισμούς οδήγησε στη συνειδητοποίηση ότι τα σχολικά Μαθηματικά, όπως διδάσκονται σήμερα, δεν αποτελούν απλώς ένα μικρό μέρος του όλου αλλά ένα τμήμα τους που αντανακλά τον τρόπο που αυτά γίνονται αντιληπτά στις δυτικές κοινωνίες. Οι δε συνεχείς ανακαλύψεις νέων γνώσεων, οι οποίες δεν ήταν προσβάσιμες προηγουμένως, εγείρουν ερωτηματικά για τις συνήθειες του νου οι οποίες οριοθετούν τον τρόπο με τον οποίο το άτομο προσλαμβάνει πρόσκαιρα την πραγματικότητα.

Χρειάζεται, λοιπόν, να είναι κανείς πολύ επιφυλακτικός για το πεδίο της δυτικής μαθηματικής γνώσης, το οποίο έχει καθιερωθεί να γίνεται

αντιληπτό ως ο μόνος δρόμος προς την αδιαμφισβήτητη αλήθεια παρά ως κώλυμα στην προσεκτική συμμετοχή του ανθρώπου στο σύμπαν. Κάτι τέτοιο θα σήμαινε την υιοθέτηση μιας διαφορετικής προοπτικής, για τη σχέση μεταξύ της ανθρώπινης γνώσης και του κόσμου, που ξεπερνά τον άνθρωπο. Συγκεκριμένα, η αντίληψη ότι η γνώση βρίσκεται κάπου «εκεί έξω» σε τεράστιες δεξαμενές, περιμένοντας να ανακαλυφθεί, θα χρειαζόταν να αντικατασταθεί από την πεποίθηση ότι «οι βασικές μονάδες γνώσης είναι πρωτίστως συγκεκριμένες, ενσωματωμένες και βιωματικές» (Varela 1999). Μια τέτοια οπτική διαφοροποιεί τον τρόπο που γίνεται κατανοητή η εκπαίδευση στις δυτικές κοινωνίες, καθώς αναδεικνύει ως βασικό της προσανατολισμό όχι την ανάκτηση ενός κόσμου ανεξάρτητου από τον προσλαμβάνοντα αλλά την αναζήτηση των κοινών αρχών, οι οποίες διέπουν τους «νόμιμους δεσμούς μεταξύ αισθητηριακών και κινητικών συστημάτων που εξηγούν πώς μπορεί να καθοδηγηθεί η δράση αντιληπτικά σε ένα κόσμο που εξαρτάται από τον προσλαμβάνοντα» (Varela 1999). Η συμβολή των Μαθηματικών σε αυτήν την κατεύθυνση συνίσταται στο ότι η γνώση τους καθιστά δυνατή τη συνειδητοποίηση του τρόπου με τον οποίο καθορίζουν την ανθρώπινη δράση, δρομολογώντας έτσι την πιθανότητα κατανόησής τους ως ενός εξαιρετικά ισχυρού αλλά όχι μοναδικού τρόπου ερμηνείας του κόσμου. Μια τέτοια κατανόηση ενθαρρύνει την εστίαση σε όσα σημαντικά η καθημερινή «συνήθεια» εντός και εκτός της εκπαίδευσης κατέστησε αδιαφανή και απροσπέλαστα (για παράδειγμα, πώς ο νους καταλήγει σε μια στρατηγική επίλυσης ενός μαθηματικού ή μη προβλήματος;) καθώς και την κριτική αντιμετώπιση της παραγωγικής σκέψης ως της μοναδικής για την τεκμηρίωση της αλήθειας που επέβαλε η Αναγέννηση. Στην πραγματικότητα, επαναφέρει στο επίκεντρο της εκπαίδευσης τον άνθρωπο ως ύπαρξη, αναγνωρίζοντας ότι κάθε διαδικασία προσέγγισης της γνώσης και κάθε δράση είναι, πρωτίστως, διαδικασία ύπαρξης.

Τα παραπάνω καθιστούν σαφές ότι, στο πλαίσιο της συζήτησης για μια μαθηματική εκπαίδευση για όλους, το κεντρικό ερώτημα δεν είναι πλέον «γιατί διδάσκουμε Μαθηματικά;», αλλά «τι συμβαίνει στο όνομα της μαθηματικής εκπαίδευσης;» (Davis 2001). Είναι γεγονός ότι η σημερινή τάξη των Μαθηματικών διακρίνεται για τα παραδοσιακά, κανονιστικά και κανονικοποιητικά της χαρακτηριστικά, τα οποία αφήνουν ελάχιστο χώρο για ουσιαστική εμπλοκή των μαθητών στη

μαθησιακή διαδικασία, για μικρά θαύματα ανακάλυψης, για παθιασμένη αναζήτηση «μαθηματικών μυστικών», για διαπραγμάτευση του μαθηματικού νοήματος σε δημόσιο επίπεδο, για ανάπτυξη κομφών και επεξεργασμένων μαθηματικών επιχειρημάτων. Οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούνται δεν φαίνεται να στοχεύουν στην ενθάρρυνση των χαρακτηριστικών εκείνων που διακρίνονται στο έργο όλων των μεγάλων μαθηματικών. Στην πραγματικότητα, ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει: ενθαρρύνουν τη βεβαιότητα αντί της αμφισβήτησης, την απομάκρυνση αντί της εμπλοκής, την περιήγηση αντί της διαμάχης, την παθητική θέαση αντί της εμμονής, την απλή αναπαραγωγή αντί της προκλητικής δράσης. Αυτός ο προσανατολισμός της μαθηματικής εκπαίδευσης στερεί από τους μαθητές τη δυνατότητα να αντιληφθούν ότι στις δυτικές κοινωνίες τα Μαθηματικά αποτελούν τον κυρίαρχο τρόπο ερμηνείας του κόσμου, δηλαδή, το βασικό τρόπο οργάνωσης της εμπειρίας. Η αρχή των μαθηματικών εμπειριών του ανθρώπου μπορεί να εντοπιστεί στις έμφυτες αλλά ιδιαίτερα περιορισμένες ικανότητες (για παράδειγμα, η οργάνωση των αντικειμένων σε ομάδες) και στις φυσικές εμπειρίες του (για παράδειγμα, ο προσανατολισμός στο χώρο). Αυτές οι ενσωματωμένες γνώσεις γίνονται αντικείμενο περαιτέρω επεξεργασίας και μετασχηματίζονται σε ανώτερες ικανότητες, με τη βοήθεια διάφορων μέσων συγκριτικής ανάγνωσης των εμπειριών, τα οποία δεν διαφέρουν από τις στρατηγικές γλωσσικής ανάπτυξης, όπως η αναλογία, η μεταφορά, η μετωνυμία, κ.ά. (Lakoff & Nunez 2000). Ως προνομιακό σύστημα ερμηνείας, τα δυτικά Μαθηματικά αποτελούν βασική τεχνολογία παραμερισμού πληροφορίας. Συγκεκριμένα, καθιστούν δυνατή την επιλογή των πληροφοριών που είναι σημαντικές και αυτών που μπορούν να αγνοηθούν σε μια εμπειρία, αναβαθμίζοντας έτσι κάποιες φυσικές εμπειρίες σε εξαιρετικής αξίας ικανότητες. Σε αυτή τη διαδικασία, ωστόσο, συχνά λησμονούνται τόσο η πληροφορία που παραμερίζεται όσο και οι κατ' αρχάς σκόπιμοι μηχανισμοί που καθιστούν δυνατό αυτόν τον παραμερισμό.

Με βάση τα παραπάνω, μεγάλο μέρος των Μαθηματικών που διδάσκονται στο σχολείο αφορά στα μέσα διήθησης της εμπειρίας, δηλαδή, επιλογής του τι επιτρέπεται και τι όχι να φτάσει στη συνείδηση. Παρ' όλα αυτά, η βιβλιογραφία φανερώνει πως η σημερινή μαθηματική εκπαίδευση ασχολείται κυρίως με το να βοηθήσει τους

μαθητές να αναπτύξουν ικανότητες που δεν θα αξιοποιήσουν ποτέ ή σπάνια, εκτός της τάξης. Είναι, επομένως, αναγκαία η στροφή προς μια ανθρωπολογική προσέγγιση των σχολικών Μαθηματικών, που θα εμπλέκει τους μαθητές στη διερεύνηση της διεισδυτικότητας της μαθηματικής τεχνολογίας στον τρόπο που αντιλαμβανόμαστε, κατανοούμε και ερμηνεύουμε τον κόσμο γύρω μας. Μια τέτοια προοπτική εστιάζει όχι μόνο στις γνώσεις και στις πεποιθήσεις του ατόμου, αλλά και στην ίδια του την ταυτότητα. Από τη στιγμή της γέννησής του ο άνθρωπος συνιστά ένα βιολογικό και κοινωνικό ον, που βρίσκεται σε έναν κόσμο ήδη ερμηνευμένο. Κατά τη διάρκεια της ζωής του αναγνωρίζει τον εαυτό του, άλλοτε ως «εγώ» και άλλοτε ως «εμείς», ανάλογα με τις περιστάσεις, ενώ τις περισσότερες φορές βρίσκεται ανάμεσα στις προσωπικές και στις συλλογικές του ταυτότητες. Η εστίαση στις ταυτότητες του μαθητή αποδυναμώνει την έμφαση στην ανάκτηση μιας υποτιθέμενης ανεξάρτητης πραγματικότητας, που αποτελεί κύρια στόχευση του σχολείου, ενθαρρύνοντας μια πιο σκόπιμη συμμετοχή στη διερεύνηση του σύμπαντος. Σε αυτό το πλαίσιο, η δράση του εκπαιδευτικού καθορίζεται λιγότερο από ερωτήσεις του τύπου «πώς μπορεί η τάδε έννοια να εξηγηθεί καλύτερα;» και περισσότερο από ερωτήσεις του τύπου «ποιες εμπειρίες θα μπορούσε να ερμηνεύσει η τάδε έννοια;», μετακινώντας τη μαθηματική εκπαίδευση από το χώρο της υπερβατικής σε αυτόν της ενσωματωμένης γνώσης.

2. Οι διαδικασίες μάθησης στην προοπτική της Μαθηματικής Εκπαίδευσης για όλους³

Οι σύγχρονες αντιλήψεις για τη μάθηση των Μαθηματικών πριμοδοτούν την εννοιολογική κατανόηση, μέσω διαδικασιών οι οποίες ενθαρρύνουν την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος σε συνεργατικά περιβάλλοντα μάθησης. Σε αυτήν την προοπτική, η τάξη αποτελεί ένα πεδίο δράσης, όπου οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά με τη μαθηματική γνώση, ο λόγος (discourse) αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό της δραστηριοποίησής τους και η προσωπική κατασκευή και κατανόηση του μαθηματικού νοήματος συνιστούν σημαντικούς στόχους της κοινωνικά και πολιτισμικά οροθετημένης δραστηριότητας που αναπτύσσεται (Silver 1994).

Οι θεωρίες μάθησης που επικράτησαν στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης τις τελευταίες δεκαετίες διακρίνονται σε αυτές που αντιμετωπίζουν τη μάθηση ως διαδικασία «απόκτησης» και σε εκείνες που την προσεγγίζουν ως διαδικασία «συμμετοχής» (Sfard 1998). Οι πρώτες εστιάζουν στο άτομο και, ειδικότερα, στην οικοδόμηση νοητικών δομών από μέρους του, θεωρώντας το κοινωνικό περιβάλλον, απλώς, ως το πλαίσιο στο οποίο πραγματοποιείται αυτή η οικοδόμηση που επηρεάζει τη μορφή αλλά δεν συνιστά συστατικό της. Αντιπροσωπευτική θεωρία αυτής της ομάδας αποτελούν ο κονστрукτιβισμός και, ειδικότερα, οι ιδέες του Piaget, ενώ εξέχουσα θέση κατέχει και η πιο πρόσφατη προσέγγιση του κοινωνικού κονστрукτιβισμού, η οποία, λαμβάνοντας υπόψη και τη θεωρία του Vygotsky, υποστηρίζει ότι η διαπραγμάτευση του νοήματος στο πλαίσιο των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων είναι τόσο σημαντική όσο και η προσωπική κατασκευή της γνώσης από το μαθητευόμενο (Σακονίδης 2002).

³ Η συγκεκριμένη και οι επόμενες δύο ενότητες περιλαμβάνουν κείμενα που περιέχονται στο άρθρο «Κοινότητες πρακτικής στη μάθηση: μια αλλαγή προοπτικής για τη μαθηματική εκπαίδευση», το οποίο συμπεριλήφθηκε στον τόμο Φραγκουδάκη, Α. & Θ. Δραγώνα (επιμ.) (2007). «Πρόσθεση όχι αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός όχι διαίρεση»- Μια μεταρρυθμιστική παρέμβαση στην εκπαίδευση: η περίπτωση της μειονότητας της Θράκης. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Βασική αρχή των «συμμετοχικών» θεωριών μάθησης είναι ότι το νόημα, η σκέψη και ο συλλογισμός αποτελούν προϊόντα κοινωνικής δραστηριότητας, ενώ η τελευταία γίνεται κατανοητή ως άρρηκτα συνδεδεμένη τόσο με το μαθητευόμενο όσο και με το πλαίσιο στο οποίο αναπτύσσεται. Οι θεωρίες αυτές βασίζονται πρωτίστως στην κοινωνικο-πολιτισμική θεωρία του Vygotsky, σύμφωνα με την οποία το σύνολο της μάθησης είναι προϊόν της αλληλεπίδρασης με τους άλλους και, επομένως, τα νοήματα που κατασκευάζει το άτομο ερμηνεύουν τον κόσμο με τον τρόπο που ορίζουν συγκεκριμένες κοινωνικο-πολιτισμικές πρακτικές. Κατά συνέπεια, η ατομικότητα αναδύεται σε αυτές τις πρακτικές. Ο Vygotsky αποδίδει ιδιαίτερη σημασία στη λειτουργία των πολιτισμικών εργαλείων στην κοινωνία, ιδιαίτερα της γλώσσας, και στη διαδικασία κατάκτησής τους από το παιδί.

Οι ιδέες του Vygotsky, οι εξελίξεις σε διάφορα επιστημονικά πεδία, όπως η Ανθρωπολογία και η Κοινωνιολογία, καθώς και η διαπίστωση ότι το σχολείο αναπαράγει τις κοινωνικές ανισότητες μέσω της αποτυχίας στα σχολικά Μαθηματικά, πυροδότησαν μια σειρά από προσπάθειες για τη μελέτη του ακριβούς ρόλου των κοινωνικο-πολιτισμικών παραμέτρων στη μάθηση των Μαθηματικών. Καθοριστικές σε αυτήν την κατεύθυνση υπήρξαν, αρχικά, οι εργασίες της Lave (1988) και των Lave & Wenger (1991), οι οποίες έθεσαν βασικά ερωτήματα σχετικά με τις πρακτικές μάθησης (και διδασκαλίας) των Μαθηματικών μέσα και έξω από το σχολείο. Συγκεκριμένα, η Lave ισχυρίστηκε ότι οι διαδικασίες και οι στρατηγικές λήψης αποφάσεων, που διέπουν καθημερινές ασχολίες και καταστάσεις (για παράδειγμα, η οργάνωση ενός ταξιδιού, η άσκηση ενός επαγγέλματος, κ.λπ.), θα έπρεπε να αντιμετωπιστούν τόσο ως «πλαισιωμένες» (situated) σε αυτές τις καταστάσεις, όσο και ως προϊόν τους. Επιπλέον, η μάθησή τους θα έπρεπε να γίνει αντιληπτή ως μέρος της διαδικασίας «του γίνεσθαι» του ατόμου στη συγκεκριμένη πρακτική. Την ίδια περίπου περίοδο, οι εργασίες του D' Ambrosio (1984) για τις μαθηματικού χαρακτήρα καθημερινές πρακτικές διάφορων πολιτισμικών ομάδων (Εθνομαθηματικά), της Caraher (1988) για τη σχέση μεταξύ της άτυπης και της τυπικής μαθηματικής γνώσης («Μαθηματικά του δρόμου»), της Walkerdine (1988) για τη σχέση μεταξύ εξουσίας και κοινωνικής κατασκευής της ταυτότητας του ατόμου αλλά και του μαθηματικού νοήματος, και του Bishop (1988) για τη διαπολιτισμική διάσταση των

καθημερινών μαθηματικών πρακτικών, ισχυροποίησαν την αντίληψη ότι η μαθηματική γνώση εξαρτάται άμεσα από τις περιστάσεις στις οποίες συγκροτείται.

Η συγκεκριμένη θεώρηση οδήγησε στις λεγόμενες θεωρίες «πλαισιωμένης» μάθησης (situated learning), σύμφωνα με τις οποίες, η γνώση είναι «εγκαταστημένη» σε ιδιαίτερες μορφές εμπειρίας, που προκύπτουν σε συγκεκριμένες περιστάσεις, και γίνεται κατανοητή, με σχεσιακό τρόπο, ως κάτι που κατανέμεται μεταξύ ανθρώπων, δραστηριοτήτων και περιβαλλόντων, και όχι ως κάποιο σταθερό, ατομικό χαρακτηριστικό. Η μάθηση αντιμετωπίζεται ως κοινωνικό φαινόμενο, που συγκροτείται στον πραγματικό κόσμο, μέσω μιας διαδικασίας «νόμιμης περιφερειακής» συμμετοχής (legitimate peripheral participation) σε κοινότητες πρακτικής⁴, (communities of practice) που βρίσκονται σε εξέλιξη (Lave & Wenger 1991). Η οπτική αυτή αναγνωρίζει ότι ο μαθητής λειτουργεί ως μέλος ευρύτερων κόσμων που συγκροτούνται κοινωνικά και πολιτισμικά, έχει αναπτύξει δεσμούς που διασταυρώνονται με ταυτότητες εθνότητας, φύλου, θρησκείας, κ.τλ., δρα σε τάξεις, σχολεία και κοινότητες και οι πρακτικές που διέπουν όλα αυτά τα περιβάλλοντα συν-καθορίζουν τη γνώση που συγκροτεί, ενώ η συμμετοχή του σε αυτές τη μάθησή του.

Τα παραπάνω φαίνεται να προτείνουν ότι είναι ανάγκη να μετακινηθούμε προοδευτικά από προσεγγίσεις, στη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών, που στηρίζονται στις θεωρίες «απόκτησης» προς προσεγγίσεις που υιοθετούν το μοντέλο της «συμμετοχής». Ωστόσο, αρκετοί ερευνητές, όπως η Sfard (1998), ισχυρίζονται ότι οι δύο αυτές προοπτικές δεν είναι εναλλακτικές ή μια της άλλης αλλά, προσφέρουν συμπληρωματικές αναγνώσεις των φαινομένων μάθησης και διδασκαλίας των Μαθηματικών. Όμως, συχνά, η συμμετοχική προσέγγιση εμφανίζεται να προέχει αυτής της απόκτησης, οπότε, σε αυτές τις περιπτώσεις, η μάθηση των μαθητών μπορεί να μελετηθεί ως αλλαγή συμμετοχής τους σε κοινωνικο-πολιτισμικές δραστηριότητες εκτός και, κυρίως, εντός της τάξης.

4 Ο όρος «πρακτική» (practice) αναφέρεται σε πόρους, πλαίσια και προοπτικές ιστορικού και κοινωνικού χαρακτήρα που είναι από κοινού αποδεκτά από τα άτομα που συμμετέχουν σε μια δράση, αξιοποιούνται κατά την ενεργοποίησή της και τη συντηρούν (Wenger 1998).

Προς αυτήν την κατεύθυνση, ο Askew (2001, 2004) προτείνει τέσσερις παραμέτρους- κλειδιά, που καθορίζουν την ποιότητα της εμπλοκής των μαθητών σε τέτοιες δραστηριότητες:

- ⇒ *Εργασίες*: προσφέρουν προκλήσεις στους μαθητές να σκεφτούν με μαθηματικό τρόπο; Είναι από μαθηματική άποψη κατάλληλες; Προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών;
- ⇒ *Κοινωνικές σχέσεις-αλληλεπιδράσεις και νόρμες της τάξης*: ποιες αλληλεπιδράσεις ενθαρρύνονται μεταξύ των μαθητών και των μαθητών με τον εκπαιδευτικό; Ενθαρρύνονται όλοι οι μαθητές να αλληλεπιδράσουν; Αποδίδεται αξία στη συμβολή των μαθητών;
- ⇒ *Τεχνουργήματα και σύμβολα*: ποιοι πόροι είναι διαθέσιμοι για την υποστήριξη της μάθησης των μαθητών; Ποιες νόρμες υφίστανται στην τάξη σχετικά με τους τρόπους εργασίας, αναφοράς, κ.λπ.; Είναι κατάλληλα τα παραπάνω για τις εργασίες που δίνονται; Παρέχουν ευκαιρίες, για να μετακινηθούν οι μαθητές από τη μελέτη μοντέλων μιας κατάστασης προς αυτή μοντέλων κατάλληλων για μια κατάσταση;
- ⇒ *Συζήτηση-λόγος*: Πώς γίνεται η διαχείριση της ασάφειας; Σε ποιο βαθμό ο εκπαιδευτικός οικοδομεί πάνω στον καθημερινό λόγο των μαθητών στη διάρκεια του μαθήματος; Πώς ο λόγος ενθαρρύνει την εστίαση στο νόημα και στο συλλογισμό;

Στην ίδια προοπτική, πολλοί επιστήμονες αποδίδουν ιδιαίτερη σημασία στο ρόλο της κουλτούρας της τάξης, στην παροχή ευκαιριών συνεργατικής μάθησης και, ιδιαίτερα, στην ανάπτυξη διανοητικής αυτονομίας από τους μαθητές. Ειδικότερα, εστιάζουν στο ρόλο που διαδραματίζουν οι κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες και οι δεξιότητες επιχειρηματολογίας στη συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος στην τάξη. Οι Yackel & Cobb (1996) περιγράφουν τις νόρμες αυτές ως κοινωνικές, που χαρακτηρίζουν την τάξη των Μαθηματικών. Πρόκειται για γενικές προσδοκίες που αφορούν στον τρόπο λειτουργίας της τάξης, όπως η συνεργασία κατά την επίλυση προβλημάτων και η επιμονή σε προβλήματα που θέτουν προκλήσεις στους μαθητές. Ενώ οι κοινωνικές νόρμες μπορεί να θεωρηθεί ότι προσφέρουν ευκαιρίες για συνεργασία κατά τη συζήτηση και την επίλυση προβλήματος, οι κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες ρυθμίζουν τη μαθηματική επιχειρηματολογία

και επηρεάζουν τις ευκαιρίες μάθησης. Επιπλέον, κάποιες κοινωνικές νόρμες διαθέτουν μια αντίστοιχη κοινωνικο-μαθηματική νόρμα. Έτσι, για παράδειγμα, αντίστοιχη της κοινωνικής νόρμας ότι οι μαθητές θα πρέπει να εξηγούν τις μεθόδους με βάση τις οποίες έφθασαν σε κάποια λύση είναι η κοινωνικο-μαθηματική νόρμα για το τι αποτελεί μαθηματικά αποδεκτή εξήγηση, ενώ αντίστοιχη αυτής της προσφοράς διαφορετικών λύσεων από τους μαθητές η κοινωνικο-μαθηματική νόρμα του τι συνιστά μια μαθηματικά διαφορετική λύση.

Η κουλτούρα της τάξης συνίσταται από ένα σύνολο κοινωνικών νορμών, όπως αυτές που περιγράφηκαν παραπάνω, μια συγκεκριμένη δομή συμμετοχής, καθώς και χαρακτηριστικές μορφές λόγου, οι οποίες στηρίζουν τόσο τις κοινωνικές νόρμες όσο και τη δομή συμμετοχής (Wood 2002). Μια δομή συμμετοχής αναφέρεται στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της τάξης που επηρεάζουν τη συμμετοχή των μαθητών στην τάξη: ποιος συμμετέχει, πότε και με ποιον τρόπο. Τέτοια χαρακτηριστικά, μεταξύ των οποίων περιλαμβάνονται οι κοινωνικές νόρμες, τα μοτίβα λόγου, οι διδακτικές προσεγγίσεις και τα τεχνουργήματα, μπορούν να επηρεάσουν καθοριστικά τη συμμετοχή των μαθητών με ποικίλους τρόπους. Μπορεί να τους ενθαρρύνουν να αξιοποιήσουν ευκαιρίες εμπλοκής, να τους παρέχουν εργαλεία πλήρους συμμετοχής (π.χ. γλώσσα), να τους καταστήσουν ικανούς να επηρεάσουν την κατεύθυνση της μάθησής τους ή να απαιτήσουν από αυτούς να ασχοληθούν ενεργά με έννοιες και εργαλεία σκέψης. Οι μαθητές μπορεί να έχουν την ευκαιρία να ξεκινήσουν, να διαπραγματευτούν ή να λάβουν αποφάσεις για τύπους συμμετοχής. Η δομή συμμετοχής, από την άλλη, μπορεί να επηρεάσει την ευελιξία της κατεύθυνσης του μαθήματος και την αίσθηση της ιδιοκτησίας της γνώσης που γεννιέται από το λόγο που αναπτύσσεται στην τάξη από τους μαθητές. Το τελευταίο μπορεί, με τη σειρά του, να επηρεάσει την πιθανότητα εμπλοκής των παιδιών με ιδέες και με τη χρήση όλου του εύρους των εργαλείων σκέψης που προσφέρονται στην τάξη.

Η Wood (2002) αναγνωρίζει τρεις τύπους κουλτούρας, οι οποίες χαρακτηρίζουν μια τάξη διερεύνησης και μπορεί να οδηγήσουν σε διαφορετικές δομές συμμετοχής, επιβάλλοντας, ως συνέπεια, διαφορετικής ποιότητας εξηγήσεις και αιτιολογήσεις. Στην πρώτη, η οποία στηρίζεται στην αναφορά στρατηγικών, οι μαθητές αναμένεται

να περιγράφουν τις εναλλακτικές τους στρατηγικές επίλυσης προβλήματος, να ακούν και να δοκιμάζουν τις λύσεις άλλων. Σε μια κουλτούρα διερεύνησης, οι μαθητές αναμένεται να προσφέρουν λόγους επιλογής μιας στρατηγικής και να αναζητούν αποσαφηνίσεις για τις λύσεις που προσφέρονται από τους συμμαθητές τους. Τέλος, σε μια κουλτούρα επιχειρηματολογίας, οι κοινωνικές νόρμες απαιτούν από τους μαθητές να αιτιολογούν ή να υπερασπίζονται τις μεθόδους επίλυσης που επιλέγουν και να αμφισβητούν των άλλων. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι η συμμετοχή σε κουλτούρες όπως οι παραπάνω μπορεί να είναι προβληματική για μαθητές που είτε δεν έχουν κατακτήσει τα εργαλεία υπεράσπισης ή αμφισβήτησης ιδεών μέσω συζήτησης (π.χ. γλώσσα ή νόρμες, όπως το τι αποτελεί διαφορετική απάντηση) είτε στερούνται της αυτοπεποίθησης ή της αυτό-εικόνας που αναμένεται από ένα μαθητευόμενο που εργάζεται σε συνεργατικό περιβάλλον μάθησης (Klein 2001).

Οι Yackel & Cobb (1996) μελέτησαν τον τρόπο με τον οποίο οι κοινωνικές και κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες, που γίνονται αντικείμενο διαπραγματεύσεως μέσω του λόγου σε μια τάξη διερεύνησης, παράγουν τη δομή συμμετοχής που διατηρεί αυτήν την κουλτούρα διερεύνησης. Τα αποτελέσματα των εργασιών τους έδειξαν ότι οι κοινωνικές νόρμες (π.χ. η εξήγηση και η αιτιολόγηση μιας λύσης) επηρεάζουν άμεσα τη δομή συμμετοχής, ενώ οι κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες (π.χ. ποια απάντηση θεωρείται μαθηματικά διαφορετική) παρέχουν ίσες ευκαιρίες σε όλους τους μαθητές στη συγκεκριμένη δομή. Ωστόσο, ο Klein (2001) αμφισβητεί την πραγματικότητα της διανοητικής αυτονομίας των μαθητευομένων, η οποία εκλαμβάνεται ως δεδομένη από κάποιους κονστρουκτιβιστές. Μια τέτοια υπονοούμενη αυτονομία έρχεται σε έντονη αντίθεση με την παθητικότητα των μαθητών, τη «μαθημένη ανημποριά» και τη συμπεριφορά υποταγής, που είναι εμφανείς σε πολλές τάξεις και, αναπόφευκτα, περιορίζουν δραματικά το περιεχόμενο και την ποιότητα συμμετοχής των μαθητών στα δρώμενα της τάξης και, κατά συνέπεια, την ποιότητα της μαθηματικής γνώσης που, τελικά, συγκροτούν.

3. Οι διδακτικές πρακτικές και ο εκπαιδευτικός στην προοπτική της μαθηματικής εκπαίδευσης για όλους

Οι σύγχρονοι προσανατολισμοί της μαθηματικής εκπαίδευσης, που περιγράφηκαν στις προηγούμενες ενότητες, αναβαθμίζουν το ρόλο της, καθώς οριοθετούν ως στόχο της την ενδυνάμωση όλων των μαθητών, ώστε να είναι σε θέση να κατανοούν τη λειτουργία του κοινωνικού περιβάλλοντος στο οποίο δρουν, να αποκτήσουν πρόσβαση σε εκείνες τις γνώσεις που θα τους επιτρέψουν να συνεχίσουν και να ολοκληρώσουν τις σπουδές τους, καθώς και επίσης να επιτύχουν επαγγελματικά στο μέλλον και να ανταποκρίνονται με υπευθυνότητα και ευαισθησία σε προσωπικές και ευρύτερες κοινωνικές ανάγκες.

Ένας τέτοιος προσανατολισμός της μαθηματικής εκπαίδευσης και, κατά συνέπεια, της τάξης των Μαθηματικών, ως περιβάλλοντος για συνεργατική μαθηματική σκέψη έχει σοβαρές συνέπειες τόσο για τον εκπαιδευτικό όσο και για την εκπαιδευτική πράξη. Ο πρώτος χρειάζεται να διαθέτει καλή κατανόηση των μαθηματικών ιδεών και δομών, καθώς και της ποικιλίας των νοημάτων και των εφαρμογών των μαθηματικών διαδικασιών και του μαθηματικού συμβολισμού. Επιπλέον, είναι σημαντικό να έχει εμπιστοσύνη στους δικούς του τρόπους κατανόησης και παραγωγής της μαθηματικής γνώσης και να είναι αποτελεσματικός σε αυτούς. Για να συντονίσει μια ομάδα που εμπλέκεται σε μαθηματικό λόγο ή να στηρίξει μαθητές ή ομάδες να διατυπώσουν και να επανεξετάσουν τους μαθησιακούς τους στόχους ή τις στρατηγικές επίλυσης ενός προβλήματος, ο εκπαιδευτικός πρέπει να έχει ευρεία, σε βάθος και ευέλικτη γνώση τόσο του περιεχομένου όσο και παιδαγωγικών εναλλακτικών προσεγγίσεων. Δίχως αυτή τη γνώση, δεν θα είναι σε θέση να επαναδιατυπώνει άμεσα στόχους και να συσχετίζει τις αντιλήψεις των μαθητών του με τις χαρακτηριστικές διανοητικές δραστηριότητες, τις δομές της γνώσης και τις πολιτισμικές νόρμες που θεωρούνται αποδεκτές από την ευρύτερη μαθηματική κοινότητα.

Η έμφαση της εργασίας στην τάξη θα πρέπει να βρίσκεται στη συμμετοχή του μαθητή σε συλλογικές διαδικασίες. Ο εκπαιδευτικός επιβάλλεται να επιζητά και να παρακολουθεί με προσοχή τις εξηγήσεις των μαθητών, για να διαγνώσει τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται. Επιπλέον, οφείλει να εργάζεται με βάση τη σκέψη τους, χωρίς, ωστόσο, να περιορίζεται σε αυτήν. Αναμένεται να χρησιμοποιεί αποτελεσματικά διάφορες τεχνικές συζήτησης και διαλόγου με όλη την τάξη, όσο πιο συχνά αυτό είναι δυνατό, καταβάλλοντας προσπάθεια ενεργοποίησης των μαθητών σε ομάδες εργασίας και αξιοποιώντας τις σχετικές εμπειρίες τους μέσα και έξω από το σχολείο.

Σε ό,τι αφορά στις διδακτικές προσεγγίσεις, που ενδείκνυνται σε μια τάξη προσανατολισμένη στις σύγχρονες αντιλήψεις για τη μαθηματική εκπαίδευση, κυρίαρχη επιδίωξη αναμένεται να είναι η μύηση των μαθητών, μέσω της ατομικής και συλλογικής δραστηριότητας της τάξης, στους τρόπους δράσης, συλλογισμού και επιχειρηματολογίας που χαρακτηρίζουν την κοινότητα πρακτικής των Μαθηματικών και θεωρούνται έγκυροι στο πλαίσιό της. Για το σκοπό αυτό, είναι σημαντικό σε μια τέτοια τάξη η δραστηριότητα να είναι οργανωμένη με τέτοιο τρόπο ώστε:

- ⇒ Να αναδεικνύονται με σαφήνεια οι ισχύουσες νόρμες συμμετοχής στα δρώμενα της τάξης. Δηλαδή, οι προσδοκίες, τις οποίες τα μέλη της κοινότητας έχουν το ένα από τις ενέργειες του άλλου, αλλά και οι υποχρεώσεις που αναμένεται να αναλάβουν με την εμπλοκή τους σε κάθε φάση (κοινωνικές νόρμες της τάξης). Αυτό θα σήμαινε στην πράξη, για παράδειγμα, την ενθάρρυνση των μαθητών να εξηγούν και να τεκμηριώνουν τις απαντήσεις τους, να ερμηνεύουν τις απαντήσεις που δίνονται από τους συμμαθητές τους και τον εκπαιδευτικό, να δηλώνουν τη συμφωνία ή τη διαφωνία τους και να αμφισβητούν εναλλακτικές προσεγγίσεις σε ένα θέμα, όταν γίνεται φανερή η σύγκρουση μεταξύ ερμηνειών. Είναι αυτονόητο ότι αυτές οι νόρμες εγκαθιδρύονται από κοινού από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές.
- ⇒ Να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να συνειδητοποιούν ότι η συμμετοχή τους στο μάθημα των Μαθηματικών συνεπάγεται τη συμμετοχή τους σε μια συγκεκριμένη κοινότητα πρακτικής. Αυτή η κοινότητα δεν είναι απλώς μια ομάδα ανθρώπων, αλλά περιλαμβάνει

προσδοκίες, πεπαιθώσεις, εργαλεία (π.χ. γλώσσα), καθημερινές καταστάσεις και τρόπους αλληλεπίδρασης, που καθορίζουν το είδος και την εγκυρότητα της μαθηματικής γνώσης, η οποία παράγεται στο πλαίσιο της. Για παράδειγμα, στους κόλπους της προσδιορίζεται το τι αναγνωρίζεται ως διαφορετική, εκλεπτυσμένη ή «έξυπνη» μαθηματική λύση ή ως αποδεκτή μαθηματική εξήγηση (κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες, Yackel & Cobb 1996). Προς την κατεύθυνση αυτή, οι μαθητές είναι επιθυμητό να εμπλέκονται σε καταστάσεις που απαιτούν τη συλλογική λήψη αποφάσεων για το είδος, την καταλληλότητα και την αξιοπιστία της γνώσης και των μεθόδων που ενδείκνυνται να αξιοποιηθούν, καθώς και για τον έλεγχο της εγκυρότητας της απάντησης, τόσο από μαθηματική όσο και από κοινωνικο-πολιτισμική άποψη. Τέτοιες συνθήκες εργασίας προσφέρουν ευκαιρίες στους μαθητές να εκτεθούν στους «νόμιμους» τρόπους διαπραγμάτευσης του μαθηματικού νοήματος και να τους κρίνουν. Κατά συνέπεια, να αναπτύξουν πεπαιθώσεις και να διαμορφώσουν αξίες για τα Μαθηματικά, οι οποίες θα τους καταστήσουν ικανούς να δρουν, προοδευτικά, ως αυτόνομα μέλη της σχολικής μαθηματικής κοινότητας.

- ⇒ Να ενθαρρύνονται οι μαθητές να αναπτύσσουν συγκεκριμένες πρακτικές διαχείρισης του μαθηματικού περιεχομένου στο πλαίσιο της κοινότητας της τάξης. Να αναπτύσσουν, δηλαδή, έγκυρους τρόπους μαθηματικού συλλογισμού, οι οποίοι αναδεικνύονται, καθώς οι μαθητές εργάζονται με ειδικά εργαλεία (π.χ. το μοιρογνωμόνιο) για την ολοκλήρωση συγκεκριμένων εργασιών. Για το σκοπό αυτό, θα πρέπει να τους δίνεται η ευκαιρία να εξερευνούν μαθηματικά θέματα από πολλές οπτικές γωνίες, να πειραματίζονται με μια ποικιλία αναπαραστάσεων και να είναι σε θέση να επιλέγουν αυτές που εξυπηρετούν καλύτερα την υπό μελέτη κατάσταση • επίσης, να συνειδητοποιούν την ύπαρξη διάφορων προσεγγίσεων σε ένα ερώτημα και να αναπτύσσουν την ικανότητα να επιλέγουν τη μαθηματικά αποτελεσματικότερη κάθε φορά.

Με δεδομένο ότι τα έργα που δίνονται από τον εκπαιδευτικό στους μαθητές καθορίζουν αποφασιστικά τη δραστηριότητα που αναδεικνύεται στην τάξη, είναι αυτονόητο πως η διαμόρφωση ενός μαθησιακού περιβάλλοντος, όπως αυτό που περιγράφηκε παραπάνω,

εξαρτάται από την επιλογή και τον τρόπο αξιοποίησής τους. Οι σύγχρονες αντιλήψεις για τη μαθηματική εκπαίδευση υποστηρίζουν ότι τα έργα αυτά, για να εξυπηρετήσουν το συγκεκριμένο προσανατολισμό, χρειάζεται εκτός των άλλων:

- ⇒ Να είναι αυθεντικά, να έχουν νόημα για τους μαθητές και να τους προσφέρουν κίνητρο, για να εμπλακούν στη δραστηριότητα που εγείρουν. Ωστόσο, η διατήρηση του χαρακτηριστικού της αυθεντικότητας δεν είναι εύκολη υπόθεση, καθώς η τάξη δεν μπορεί να μετατραπεί, για παράδειγμα, σε σουπερμάρκετ για τις ανάγκες του σχετικού έργου. Στην προσπάθεια μιας ρεαλιστικής επίλυσης αυτού του προβλήματος, η βιβλιογραφία προτείνει την υιοθέτηση έργων (π.χ. Ainley & Pratt 2002), τα οποία οδηγούν σε ένα συγκεκριμένο προϊόν, που έχει νόημα και ενδιαφέρον για τους μαθητές (για παράδειγμα, σχεδιασμός ενός χαρταετού) και ταυτόχρονα εξυπηρετούν τους στόχους μάθησης (για παράδειγμα, αναγνώριση και μελέτη των ιδιοτήτων του αντίστοιχου επίπεδου σχήματος).
- ⇒ Να βρίσκονται, όσο γίνεται περισσότερο, υπό τον έλεγχο των μαθητών, παρά του εκπαιδευτικού. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να συνιστούν σημεία εκκίνησης που προσφέρουν απλώς το έναυσμα για εποικοδομητική ενεργοποίηση των μαθητών. Οι τελευταίοι αναμένεται να διατυπώνουν τους δικούς τους στόχους, να θέτουν τα κατάλληλα ερωτήματα, να επιλέγουν τις ενδεδειγμένες μεθόδους, τις κατάλληλες αναπαραστάσεις, κ.λπ. Να συζητούν τις ιδέες τους, να αντιπαραβάλλουν τις υποθέσεις τους έναντι άλλων και να τις ελέγχουν, να υπερασπίζονται τις θέσεις τους και να σχολιάζουν και να κρίνουν, επιχειρηματολογώντας, αυτές των άλλων εταίρων της τάξης. Έτσι, τα Μαθηματικά αντιμετωπίζονται ως πεδίο αναζήτησης, παρά ως ένα δεδομένο αντικείμενο μάθησης και η εργασία των μαθητών ως ανάλογη προς αυτήν που ακολουθείται στην κοινότητα των επαγγελματιών μαθηματικών. Μια τέτοια προσέγγιση ενθαρρύνει τους μαθητές να επιστρατεύουν αποτελεσματικά τις υπάρχουσες γνώσεις τους και τους καθιστά ικανούς να δημιουργούν ταξινομήσεις και σχέσεις και να τις ελέγχουν τόσο στο εσωτερικό πεδίο των Μαθηματικών όσο και σε σχέση με άλλες κοινωνικές κατασκευές.

Με δεδομένη την πολυπλοκότητα της εκπαιδευτικής πράξης, είναι αυτονόητο ότι η διαμόρφωση περιβάλλοντος μάθησης στην τάξη των Μαθηματικών, που να ανταποκρίνεται στις παραπάνω απαιτήσεις, αποτελεί μια εξαιρετικά δύσκολη υπόθεση. Οι Sullivan και Mousley (2002) εστιάζουν σε μια πλευρά των κοινωνικο-πολιτισμικών νορμών της τάξης, που μπορεί να αποθαρρύνει τον εκπαιδευτικό να δράσει σύμφωνα με τις σύγχρονες αντιλήψεις περί μάθησης και διδασκαλίας των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα, υποστηρίζουν ότι οι αντιδράσεις των μαθητών σε επιλογές των εκπαιδευτικών προς αυτήν την κατεύθυνση μπορεί να εγείρουν εμπόδια και να μειώσουν την πιθανότητα επιτυχούς υλοποίησής τους. Ο Doyle (1986), σε έρευνα που διεξήγαγε, παρατήρησε ότι οι μαθητές ήταν ανήσυχοι και συχνά απρόθυμοι, όταν οι εργασίες που τους δίνονταν προϋπόθεταν διεργασίες υψηλότερου επιπέδου από τις συνηθισμένες, όπως κατανόηση, συλλογισμό και κατασκευή ενός προβλήματος, επειδή δεν ήταν σε θέση να προβλέψουν την απάντηση που αναμενόταν από τον εκπαιδευτικό και το ρίσκο αποτυχίας ήταν υψηλό. Ωστόσο, εργάζονταν περισσότερο αποτελεσματικά, όταν οι εργασίες ήταν οικείες και αφορούσαν σε απλή ανάκληση αλγορίθμων. Ο Doyle ισχυρίζεται ότι οι μαθητές επιχειρούσαν να μειώσουν το ρίσκο της αποτυχίας, επιδιώκοντας να αυξήσουν τη σαφήνεια των απαιτήσεων της εργασίας και να μειώσουν το επίπεδο της υπευθυνότητας, μέσω του περιορισμού των απαιτήσεών της. Οι εκπαιδευτικοί από την άλλη, έτειναν να αντιδρούν στο παραπάνω, επιλέγοντας εργασίες που ήταν εύκολες και οικείες στους μαθητές, καθώς έχει παρατηρηθεί ότι οι εκπαιδευτικοί τείνουν να αποφεύγουν τις αρνητικές αντιδράσεις των μαθητών τους (Shroyer 1982), να ελαχιστοποιούν τα ρίσκα (Marland 1986) και να προσαρμόζουν τη διδασκαλία τους στο στυλ μάθησης που προτιμούν οι μαθητές (Larson 1983).

Ανάλογα ευρήματα καταγράφουν και οι Desforges και Cockburn (1987), οι οποίοι διαπίστωσαν ότι οι μαθητές του δείγματός τους, που κλήθηκαν να εργαστούν σε περιβάλλον μάθησης πιο ανοικτό από αυτό που τους ήταν οικείο, έδειχναν μειωμένο ενδιαφέρον για τις γνώμες των συμμαθητών τους και γίνονταν γρήγορα ανήσυχοι κατά τη διάρκεια των συζητήσεων. Η πειθαρχία στην τάξη γινόταν αντιληπτή ως μια δεδομένη πραγματικότητα και οι εκπαιδευτικοί ήταν διστακτικοί στο να διακινδυνεύσουν τη διασάλευσή της. Στους

μαθητές άρεσαν τα φύλλα εργασίας που αντιστοιχούσαν στη συνήθη προσέγγιση των εκπαιδευτικών, ενώ όσο το αντικείμενο εργασίας γινόταν λιγότερο οικείο τόσο η διδασκαλία δυσκόλευε.

Μια πρακτική που μπορεί να αναιρέσει τις παραπάνω επιπτώσεις είναι να εξασφαλίζεται ότι η εργασία που δίνεται στην τάξη μειώνει τη μομφή που συνδέεται με την αποτυχία και, κατά συνέπεια, την ευθύνη που σχετίζεται με το ρίσκο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω της σαφούς εστίασης στις κοινωνικο-πολιτισμικές διεργασίες στην τάξη, μαζί με την ανάθεση εργασιών με μικρό ρίσκο που μπορεί να καταστεί δυνατή, λ.χ. με την παραχώρηση της πιθανότητας για πολλαπλές σωστές απαντήσεις. Επιπλέον, ίσως θα ήταν βοηθητικό οι εκπαιδευτικοί να διαμορφώνουν το πλαίσιο, ώστε οι μαθητές να αντιλαμβάνονται τη συμβολή της συζήτησης στη μάθηση των Μαθηματικών, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να ωφεληθούν, λαμβάνοντας υπόψη τις απόψεις των συμμαθητών τους. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να ενθαρρύνουν τους μαθητές να αντιμετωπίσουν τα λάθη τους ως ενέργειες και ιδέες που αξίζει να μελετήσουν και να μάθουν από αυτές, παρά ως αντικείμενα χλευασμού.

Μια διαφορετική αλλά εξίσου ευαίσθητη πλευρά των κοινωνικο-πολιτισμικών διεργασιών, η οποία μπορεί να δημιουργήσει προσκόμματα στην αποτελεσματική υιοθέτηση εναλλακτικών διδακτικών προσεγγίσεων στην τάξη, αφορά σε κάποιες σιωπηρές παιδαγωγικές αλληλεπίδρασης μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών. Συγκεκριμένα, η Zevenbergen (1998) επισημαίνει ότι υπάρχουν σημαντικές και διακριτές διαφορές μεταξύ της γλώσσας που χρησιμοποιούν οι μαθητές που προέρχονται από κοινωνικά μη προνομιούχες ομάδες και αυτής του σχολείου. Γενικά, μαθητές που προέρχονται από περιβάλλον όπου υπάρχουν ασυνέχειες μεταξύ σπιτιού και σχολείου στα γλωσσικά ιδιώματα και στις κοινωνικές φιλοδοξίες χρειάζεται να αποκωδικοποιήσουν όψεις των διεργασιών της τάξης που δεν τους είναι οικείες και, ίσως, ούτε κατανοητές, συνεπώς, καλούνται να διανύσουν μια μεγαλύτερη απόσταση προς την επιτυχία από τους υπόλοιπους συμμαθητές τους. Στα παιδιά που οι πολιτισμικές νόρμες είναι παρόμοιες με αυτές που είναι ενσωματωμένες στην τρέχουσα παιδαγωγική πρακτική, τα Μαθηματικά είναι συνήθως πιο προσβάσιμα από ό,τι σε μαθητές των οποίων η κουλτούρα αποκλίνει

από αυτήν που κυριαρχεί στην τάξη. Η Zevenbergen προτείνει, ως έναν πιθανό επιτυχή τρόπο αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος, να καταστούν οι κοινωνικο-πολιτισμικές νόρμες της παιδαγωγικής σαφείς στους εκπαιδευτικούς και, μέσω αυτών, στους μαθητές. Είναι φανερό ότι εργασίες που επιτρέπουν στους εκπαιδευτικούς να συζητήσουν με τους μαθητές τους στόχους της δραστηριότητάς τους μπορούν να προσεγγιστούν με ποικίλους τρόπους και επιτρέπουν την έγκυρη και ευρεία δραστηριότητα στην τάξη, διευκολύνουν ένα περιβάλλον στο οποίο ο εκπαιδευτικός μπορεί να διαχειριστεί αποτελεσματικά αυτές τις «άλλες» πλευρές των κοινωνικο-πολιτισμικών διεργασιών, που είναι δυνατό να δράσουν ακυρωτικά στην προσπάθειά του να εξασφαλίσει ίσες ευκαιρίες μάθησης για όλους τους μαθητές στην τάξη.

Είναι γεγονός ότι η διαμόρφωση ενός μαθησιακού περιβάλλοντος στην τάξη των Μαθηματικών, προς την κατεύθυνση που προτείνουν οι σύγχρονες προσεγγίσεις στη μαθηματική εκπαίδευση, συνιστά έναν ιδιαίτερα δύσκολο στόχο. Ωστόσο, είναι βέβαιο ότι αποτελεί μια επιβεβλημένη επιλογή, καθώς μόνο σε ένα τέτοιο περιβάλλον είναι εφικτή η αποτελεσματική –και ταυτοχρόνως ορατή– διαχείριση της πολυπλοκότητας της τάξης των Μαθηματικών ως ολότητας. Εστιάζοντας στις πρακτικές στις οποίες συμμετέχουν οι μαθητές σε ένα μαθησιακό περιβάλλον σαν αυτό παρέχεται η δυνατότητα τεκμηριωμένης ανάγνωσης της εξέλιξης του κοινωνικού πλαισίου στο οποίο λαμβάνει χώρα η μάθηση των Μαθηματικών, γεγονός που διευκολύνει το σχεδιασμό κατάλληλων διδακτικών παρεμβάσεων προς όφελος όλων των μαθητών.

4. Το εκπαιδευτικό υλικό για τα Μαθηματικά: οργάνωση και αξιοποίησή του στην τάξη

Το εκπαιδευτικό υλικό «Μαθηματικά σε περιβάλλον διαμορφωμένο για αυτόνομη μάθηση», το οποίο συγκροτήθηκε και αξιοποιήθηκε στο πλαίσιο του Προγράμματος «Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων 2002-2004 & 2005-2007», στοχεύει στη διαμόρφωση στην τάξη συνθηκών μάθησης που χαρακτηρίζονται από εξωστρέφεια, συμμετοχική εργασία, ποικιλομορφία πρακτικών και κοινωνική δραστηριοποίηση, ενώ παράλληλα προσφέρει στον κάθε μαθητή την ευκαιρία να συγκροτήσει μια ταυτότητα μαθητευόμενου των Μαθηματικών, συμβατή με τις σύγχρονες προσεγγίσεις στη μάθηση.

Το υλικό προέρχεται από μετάφραση στην ελληνική γλώσσα και προσαρμογή στην ελληνική πραγματικότητα μέρους του εκπαιδευτικού πακέτου *SMILE* (Secondary Mathematics Independent Learning Environment), το οποίο έχει συγκροτηθεί στη Μεγάλη Βρετανία. Πρόκειται για εργασία εκπαιδευτικών, οι οποίοι επινοούν τις δραστηριότητες, τις επεξεργάζονται, τις αξιολογούν και στη συνέχεια τις εντάσσουν στο συγκεκριμένο υλικό, που περιλαμβάνει:

- ⇒ Κάρτες δραστηριοτήτων για τους μαθητές, οι οποίες είναι ταξινομημένες σε δέκα επίπεδα δυσκολίας και αντιστοιχούν στις ενότητες του Αναλυτικού Προγράμματος των Μαθηματικών που απευθύνεται στις ηλικίες από 11-16 ετών,
- ⇒ πίνακες εργασίας που συντάσσει ο εκπαιδευτικός για τον κάθε μαθητή,
- ⇒ απαντήσεις στις δραστηριότητες,
- ⇒ δοκιμασίες,
- ⇒ απαντήσεις στις δοκιμασίες,
- ⇒ οδηγίες για τον εκπαιδευτικό,
- ⇒ χάρτη με όλες τις δραστηριότητες, στον οποίο εμφανίζονται οι θεματικές περιοχές και τα επίπεδα δυσκολίας τους.

Η δομή και το περιεχόμενο των δραστηριοτήτων, καθώς και η συνολική συγκρότηση του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού υλικού στηρίζονται στην αντίληψη ότι, για να μπορούν οι μαθητές να χρησιμοποιούν και να εφαρμόζουν τα Μαθηματικά που διδάσκονται στο σχολείο σε μια ποικιλία από καταστάσεις, θα πρέπει να τους παρέχεται η δυνατότητα να αναπτύσσουν την προσωπική τους ταυτότητα μάθησης στο περιβάλλον της τάξης. Επιπλέον, ότι τα σχολικά Μαθηματικά θα πρέπει να είναι ελκυστικά, να δίνουν την ικανοποίηση της επιτυχίας, να ενθαρρύνουν το μαθητή να συμμετέχει στα δρώμενα της τάξης με ποικίλους τρόπους και σε διαφορετικά επίπεδα, να δημιουργεί σχέσεις, να αναλαμβάνει ρόλους και, γενικότερα, να αλληλεπιδρά με τους άλλους εταίρους της τάξης και να αναλαμβάνει ο ίδιος την ευθύνη της μάθησής του.

Κάθε δραστηριότητα ξεκινά είτε με την περιγραφή μιας κατάστασης ή ενός γεγονότος (συχνά από την καθημερινή ζωή) είτε με κάποιες οδηγίες για την εκτέλεση ενεργειών με ή χωρίς τη χρήση εποπτικού υλικού (όπως π.χ. ισομετρικό χαρτί, ζάρια, κυβάρια, λογικά μπλοκ κ.ά). Οι μαθητές, οι οποίοι μπορούν να εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες, ενθαρρύνονται με γραπτές ερωτήσεις ή/και υποστηρίζονται με οδηγίες να διερευνήσουν τη μαθηματική ιδέα που συνδέεται με τη συγκεκριμένη κάθε φορά δραστηριότητα. Για το σκοπό αυτό μπορούν να απευθύνονται σε συμμαθητές τους που θεωρούν ότι είναι σε θέση να τους βοηθήσουν, σε διάφορες πηγές από τις οποίες κρίνουν ότι είναι δυνατό να αντλήσουν χρήσιμες πληροφορίες (π.χ. βιβλία, εφημερίδες, δημόσια έντυπα, το διαδίκτυο, κ.λπ.) ή ακόμη και στον εκπαιδευτικό, ο οποίος, ωστόσο, καλείται να δώσει κατευθυντήριες οδηγίες, παρά λύσεις. Στη συνέχεια, μέσω μιας σειράς πρόσθετων ερωτήσεων και πληροφοριών για την εκτέλεση συγκεκριμένων ενεργειών, οι οποίες συχνά έχουν αυξανόμενη δυσκολία και, μερικές φορές, συνοδεύονται από συμπληρωματικές πληροφορίες, οι μαθητές ενθαρρύνονται, ανάλογα με το είδος της δραστηριότητας:

- ⇒ Να μελετήσουν τη μαθηματική ιδέα από διαφορετικές οπτικές γωνίες,
- ⇒ να αξιοποιήσουν τη μαθηματική ιδέα σε διαφορετικά περιβάλλοντα,
- ⇒ να τη συσχετίσουν με άλλες μαθηματικές ή μη ιδέες,

- ⇒ να αναζητήσουν τρόπους εναλλακτικών, τυπικών και άτυπων, συμβολικών αναπαραστάσεων,
- ⇒ να αναζητήσουν εναλλακτικές προσεγγίσεις στα ερωτήματα που τίθενται, να τις σχεδιάσουν, να πειραματιστούν με αυτές, εκτελώντας προσομοιώσεις ή με όποιον άλλο τρόπο κρίνουν κατάλληλο, να τις συγκρίνουν, να τις αξιολογήσουν και να τις επαληθεύσουν,
- ⇒ να αποδώσουν αξία στις απόψεις, στις μεθόδους και στις εξηγήσεις των συμμαθητών τους.

Στη συγκεκριμένη προσέγγιση, ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει πρωτίστως το ρόλο του εμπνευστή, ο οποίος, αν και προγραμματίζει κατ' αρχάς την πορεία και το περιεχόμενο της εργασίας του μαθητή, στη συνέχεια του παρέχει σχεδόν απόλυτη ελευθερία κινήσεων, διαμεσολαβώντας υποστηρικτικά κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας των δραστηριοτήτων και μόνο σε περιπτώσεις αδιεξόδου. Η υποστήριξη αυτή αφορά κυρίως σε ερωτήσεις και υποδείξεις προς το μαθητή οι οποίες, χωρίς να δίνουν έτοιμες λύσεις και απαντήσεις, οδηγούν τη σκέψη του προς την κατεύθυνση της αξιοποίησης των μαθηματικών του γνώσεων, ώστε να μπορέσει να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις της δραστηριότητας. Σε ένα δεύτερο επίπεδο, ο εκπαιδευτικός βοηθά το μαθητή να οργανώσει τις μαθηματικές έννοιες, τις διαδικασίες και τις δεξιότητες που κατακτά σε κατάλληλα σχήματα, ώστε αυτές να αποτελέσουν λειτουργικά εργαλεία μαθηματικής σκέψης για την περαιτέρω εξέλιξή του, συζητώντας για παράδειγμα με όλη την τάξη ή επιλέγοντας κατάλληλες για αυτό το σκοπό δραστηριότητες. Τέλος, ο εκπαιδευτικός αξιολογεί την εγκυρότητα και την αξιοπιστία της τελικής μαθηματικής γνώσης που κατακτά ο μαθητής σε ένα πλαίσιο διαπραγματεύσεως του μαθηματικού νοήματος.

Το υλικό «Μαθηματικά σε περιβάλλον διαμορφωμένο για αυτόνομη μάθηση» δημιουργεί τις προϋποθέσεις, ώστε οι μαθητές:

- ⇒ Να αντλούν ευχαρίστηση από την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά,
- ⇒ να συμμετέχουν σε μια ποικιλία από «τοπικές κοινότητες» πρακτικής στην τάξη (π.χ. ομάδα μαθητών με ιδιαίτερο ενδιαφέρον και καλές

- επιδόσεις στα κλάσματα, ομάδα μαθητών που δεν ενδιαφέρονται ιδιαίτερα για τη γεωμετρία, ομάδα αγοριών, ομάδα μαθητών με διαφορετικές κοινωνικές ή πολιτισμικές ταυτότητες, κ.λπ.),
- ⇒ να έχουν ενεργό ρόλο στο μαθησιακό περιβάλλον, λειτουργώντας ως πράκτορες που διαπραγματεύονται, διαμορφώνουν και αναστοχάζονται τους όρους συμμετοχής τους στην πρακτική των σχολικών Μαθηματικών,
 - ⇒ να αναγνωρίσουν τη λειτουργικότητα και την αξία των Μαθηματικών τόσο στο άμεσο όσο και στο ευρύτερο κοινωνικό τους περιβάλλον και να είναι σε θέση να αξιοποιούν τις μαθηματικές τους γνώσεις στην καθημερινή τους ζωή,
 - ⇒ να γίνουν πιο αποτελεσματικοί στην απόκτηση ποικίλων μαθηματικών δεξιοτήτων,
 - ⇒ να αναπτύσσουν το μαθηματικό τους δυναμικό στην πληρότητά του.

Το υλικό περιλαμβάνει ποικίλες δραστηριότητες, οι οποίες ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις του σχολικού Αναλυτικού Προγράμματος. Η επιλογή των δραστηριοτήτων και ο συγκεκριμένος τρόπος οργάνωσής τους σε ένα ενιαίο πλαίσιο επιτρέπει στο μαθητή να εργάζεται με τους δικούς του ρυθμούς σε ένα καλά δομημένο μαθησιακό περιβάλλον, το οποίο επιδιώκει να τον εξοικειώσει σταδιακά τόσο με το περιεχόμενο και τις διαδικασίες που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική σκέψη όσο και με το κοινωνικό και πολιτισμικό πλαίσιο στο οποίο αυτή προκύπτει.

Στο πλαίσιο της αξιοποίησης του εκπαιδευτικού υλικού «Μαθηματικά σε περιβάλλον διαμορφωμένο για αυτόνομη μάθηση» στην τάξη, ο εκπαιδευτικός επιλέγει κάθε φορά και για κάθε μαθητή μία ομάδα από πέντε δραστηριότητες, οι οποίες ανταποκρίνονται στις δυνατότητες του μαθητή και εναρμονίζονται με τους στόχους της διδασκόμενης ύλης. Οι προτεινόμενες δραστηριότητες αναγράφονται στον Πίνακα Εργασίας που συντάσσει ο εκπαιδευτικός για το συγκεκριμένο μαθητή. Καταβάλλεται προσπάθεια στον Πίνακα Εργασίας του κάθε μαθητή να εντάσσονται και δραστηριότητες, τις οποίες μπορεί να αναπτύξει σε συνεργασία με συμμαθητές του. Όταν

ο μαθητής ολοκληρώνει τις δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στον ατομικό πίνακα εργασίας, ελέγχει μόνος του την εργασία του από το *Τεύχος των Απαντήσεων στις Δραστηριότητες*. Αυτό οδηγεί σε άμεση ανατροφοδότηση του μαθητή και αναδεικνύει πιθανές παρανοήσεις. Μετά την ολοκλήρωση της παραπάνω διαδικασίας, οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε μία σύντομη δοκιμασία για καθεμία από τις δραστηριότητες του πίνακα (*Τεύχος Δοκιμασιών*). Οι δοκιμασίες βοηθούν τον εκπαιδευτικό να ελέγξει το επίπεδο κατανόησης από τους μαθητές του της μαθηματικής ιδέας που παρουσιάζεται σε καθεμία από τις δραστηριότητες, ανατρέχοντας στο *Τεύχος Απαντήσεων στις Δοκιμασίες*, το οποίο είναι και το μόνο στο οποίο δεν έχουν πρόσβαση οι μαθητές. Με αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές ασκούνται στο να οργανώνουν την εργασία τους με αυτονομία και υπευθυνότητα. Ο εκπαιδευτικός παρακολουθεί τη διαφορετική εργασία που πραγματοποιεί ο κάθε μαθητής στην τάξη και ενισχύει τη μαθησιακή του προσπάθεια, παρέχοντας πρόσθετη μαθηματική πληροφορία και ενθάρρυνση, όπου αυτό κρίνεται απαραίτητο. Επιπλέον, αξιολογεί, κρατά σημειώσεις και αναθέτει νέες εργασίες, με βάση τα ενδιαφέροντα και τις ανάγκες του μαθητή.

Η μετάφραση και προσαρμογή του υλικού στην ελληνική πραγματικότητα επιχειρήθηκε σταδιακά. Ξεκίνησε στο πλαίσιο των Πιλοτικών Προγραμμάτων Ενισχυτικής Διδασκαλίας⁵ και συνεχίστηκε και ολοκληρώθηκε στο πλαίσιο των δύο τελευταίων φάσεων του Προγράμματος «Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων 2002–2004 & 2005-2007». Η τελική έκδοση, η οποία περιλαμβάνει συνολικά 1000 κάρτες-δραστηριότητες, που αντιστοιχούν στα οκτώ πρώτα επίπεδα δυσκολίας του υλικού, αξιοποιήθηκε εκτός του κανονικού προγράμματος του σχολείου (κατά τις ώρες της Δράσης του Διευρυμένου Ωραρίου) από 400 μαθητές (και άνω) της μουσουλμανικής μειονότητας, οι οποίοι φοιτούσαν σε περισσότερα από 15 Γυμνάσια των νομών Ξάνθης, Ροδόπης και Έβρου σε κάθε σχολικό έτος υλοποίησης του Προγράμματος.

5 Πιλοτικά Προγράμματα Ενισχυτικής Διδασκαλίας (ΕΠΕΑΕΚ Ι), Έργα «Σχεδιασμός και Άμεση Εφαρμογή Πιλοτικών Προγραμμάτων Ενισχυτικής Διδασκαλίας» 1997-1998 και «Εξάπλωση εφαρμογής των Πιλοτικών Προγραμμάτων Ενισχυτικής Διδασκαλίας», 1998-2000, Επιστημονική Υπεύθυνη Καθηγήτρια Τζέλα Βαρνάβα-Σκούρα, Α.Π.Θ.

Η μέχρι σήμερα ανάλυση των δεδομένων που συγκεντρώθηκαν για την αξιολόγηση της παρέμβασης έδειξε ότι η διδακτική προσέγγιση που κυριαρχεί ακόμη και σήμερα στην κανονική τάξη των Μαθηματικών στα συγκεκριμένα σχολεία εστιάζεται στην απομνημόνευση, την αναπαραγωγή διαδικασιών και την εξατομικευμένη εργασία. Ως αποτέλεσμα, η πλειοψηφία των μαθητών φαίνεται να αντιλαμβάνονται τα Μαθηματικά ως έναν «κόσμο» άσχετο με το δικό τους, που για να τον «κατακτήσουν» χρειάζεται να αναστείλουν τη γνώση τους του πραγματικού κόσμου, να απωθήσουν την επιθυμία τους να αλληλεπιδράσουν με τους άλλους και να επενδύσουν στη στείρα αναπαραγωγή διεργασιών χωρίς νόημα για αυτούς (Boaler 2000). Ωστόσο, οι σύγχρονες θεωρήσεις, με την έμφαση που προσδίδουν στη μάθηση ως μια διαδικασία κατασκευής ταυτότητας, θεωρούν ότι, ένας μαθητής, για να αντιληφθεί τον εαυτό του ως ενεργό μέλος ενός «κόσμου», θα πρέπει πρώτα να πιστέψει σε αυτόν και να τον θεωρήσει αξιόλογο και έγκυρο. Οι πρακτικές μάθησης και διδασκαλίας των Μαθηματικών που παρατηρήθηκαν στο πλαίσιο του κανονικού προγράμματος των σχολείων που συμμετείχαν στην αξιοποίηση του υλικού δεν φαίνεται να επενδύουν προς αυτήν την κατεύθυνση. Ως αποτέλεσμα, για την πλειοψηφία των μαθητών, η εμπλοκή στον κόσμο των σχολικών Μαθηματικών σημαίνει ένα σοβαρό επαναπροσανατολισμό της ταυτότητας που έχουν διαμορφώσει στο πλαίσιο της καθημερινότητάς τους, τον οποίο δεν επιθυμούν ή δεν είναι σε θέση να πραγματοποιήσουν. Στο πλαίσιο της παραπάνω παρέμβασης έγινε φανερό πως η προσέγγιση των Μαθηματικών μέσω πλαισίου με νόημα, που όχι μόνο επέτρεπαν την αλληλεπίδραση και την επικοινωνία, αλλά τις επιβράβευαν, και όπου τα Μαθηματικά αντιμετωπιζόνταν ως πεδίο ανάπτυξης ικανοτήτων συνεργατικής διερεύνησης και ως εργαλείο επίλυσης προβλημάτων, λειτούργησε σχεδόν λυτρωτικά για πολλούς μουσουλμάνους μαθητές, οι οποίοι άρχισαν να αναπτύσσουν δεξιότητες και ικανότητες, οι οποίες, παρά την αυτονόητη σημασία τους για τα Μαθηματικά αλλά και για την καθημερινή ζωή, παραβλέπονται από τις ισχύουσες προσεγγίσεις στη μαθηματική εκπαίδευση.

Είναι φανερό ότι η μετάβαση από τη σημερινή, περιορισμένης εμβέλειας πρακτική των σχολικών Μαθηματικών (με την έμφαση στην αναπαραγωγή κανόνων και διεργασιών), σε μια άλλη που επενδύει σε

μια ποικιλία από πρακτικές (μεταξύ των οποίων αυτές που εστιάζονται στη συμμετοχή σε κοινότητες λόγου και διερεύνησης της μαθηματικής γνώσης και είναι συμβατές με εκείνες που ο μαθητευόμενος ασκεί σε άλλες περιστάσεις) αποτελεί ένα πολύπλοκο, αλλά και αναγκαίο εγχείρημα. Η προσπάθεια που καταβλήθηκε προς αυτήν την κατεύθυνση στο πλαίσιο της συγκεκριμένης Δράσης φανερώνει το εφικτό αυτού του εγχειρήματος, καθώς τα αποτελέσματά της, παρά το βραχύχρονο διάστημα εφαρμογής της, είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικά. Συγκεκριμένα, φάνηκε ότι οι δραστηριότητες που προτάθηκαν στους μαθητές εντάσσονταν στις δυνατότητές τους, συνδέονταν με τα ενδιαφέροντά τους, και τους ενεργοποίησαν, δίνοντάς τους παράλληλα τη δυνατότητα να διαπιστώσουν ότι η μάθηση των Μαθηματικών δεν είναι απαραίτητως μια μοναχική γνωστική πορεία προς ένα σύνολο σταθερών και αδιαπραγμάτευτων γνώσεων, αλλά μια διαδικασία με έντονα κοινωνικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ainley, J. & D. Pratt (2002). "Purpose and utility in pedagogic task design", στο Cockburn A.D. & E. Nardi (eds.). *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2. Norwich: University of East Anglia, 17-24.

Askew, M. (2001). "What does it mean to learn? What is effective teaching?", στο Anghileri J. (ed.). *Principles and Practices in Arithmetic*. Buckingham, UK: Open University Press, 134-146.

Askew, M. (2001). "Mediation and interpretation: exploring the interpersonal and the intrapersonal in primary mathematics lessons", στο Hoines M. J. & A. B. Fuglestad (eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2. Bergen, Norway: Bergen University College, 71-78.

Bishop, A. (1988). *Mathematical Enculturation*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Caraher, T. (1988). "Street mathematics and school mathematics", στο Borbas A. (ed.). *Proceedings of the 12th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 1. Veszprem, Hungary: OOK, 1-23.

D' Ambrosio, U. (1984). "Socio-cultural bases for mathematical education", στο Carss M. (ed.). *Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education*. Boston, MA: Birkhauser, 1-6.

Davis, B. (2001). "Why teach mathematics to all students?", *For the Learning of Mathematics*, 21(1), 17-24.

Desforges, C. & A. Cockburn (1987). *Understanding the Mathematics Teacher: a Study of Practice in First Schools*. London: The Flamer Press.

Doyle, W. (1986). "Classroom organization and management", στο Wittrock M.C. (ed.). *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillan, 392-431.

Klein, M. (2001). "A poststructuralist analysis of mathematical inquiry in a year 6 classroom: the rhetoric, realization, and practical implications", στο Bobis J., B. Perry & M. Mitchelmore (eds.). *Proceedings of*

the 24th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: Numeracy and beyond. Sydney: MERGA, 347-354.

Lakoff, G. & R.E. Nunez (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.

Larson, S. (1983). "Paradoxes in teaching", *Instructional Science*, 12, 355-365.

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice: Mind, Mathematics and Culture in Everyday Life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lave, J. & E. Wenger (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. NY: Cambridge University Press.

Marland, P. (1986). "Models of teachers' interactive thinking", *Elementary School Journal*, 87(2), 209-226.

Sullivan, P. & J. Mousley (2001). "Thinking teaching: seeing mathematics teachers as active decision makers", στο Lin F.-L. & J. Cooney (eds). *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 147-163.

Σακονίδης, Χ. (2002). «Μάθηση και διδασκαλία των Μαθηματικών: από το μαθητή στις κοινότητες πρακτικής στην τάξη», στο *Πρακτικά του Συνεδρίου 'Ομοιότητες και διαφορές: Αναζητώντας νέους δρόμους στην εκπαίδευση'*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-ΕΠΕΑΕΚ II: Πρόγραμμα «Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων 2002-2004», 67-86.

Σακονίδης, Χ. (2007). «Κοινότητες πρακτικής στη μάθηση: μια αλλαγή προοπτικής για τη μαθηματική εκπαίδευση», στο Φραγκουδάκη Α.& Θ. Δραγώνα (επιμ.), «Πρόσθεση όχι αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός όχι διαίρεση»- Μια μεταρρυθμιστική παρέμβαση στην εκπαίδευση: η περίπτωση της μειονότητας της Θράκης, Αθήνα: Μεταίχμιο.

Schoenfeld, A. H. (1989). "Problem solving in context(s)", στο Charles In R. I. & E.A. Silver (eds.). *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 82-92.

Sfard, A. (1998). "On two metaphors for learning and dangers of choosing just one", *Educational Researcher*, 27(2), 4-13.

Shroyer, J.C. (1982). "Critical moments in the teaching of mathematics. What makes teaching difficult?", *Dissertation Abstracts International*, 42A, 3485.

Silver, E.A. (1994). "Mathematical thinking and reasoning for all students: moving from rhetoric to reality", στο Robitaille D.F., D.H. Wheeler & C. Kieran (eds.). *Selected Lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education*. Sainte-Foy, Quebec: Les Presses De L' Universite Laval, 31-326.

Valero, P. (2005). «Τι σχέση έχει η εξουσία με τη Μαθηματική Εκπαίδευση», στο Χασάπης Δ. (επιμ.). *Κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης*. Θεσσαλονίκη: Copy City Digital, 25-43.

Van Oers, B. (1996). "Learning mathematics as a meaningful activity", στο Steffe L.P. et al. (eds.). *Theories of Mathematical Learning*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 91-114.

Varela, F. (1999). *Ethical know-how: Action, Wisdom and Cognition*. Stanford, CA: Stanford University Press.

Walkerdine, V. (1988). *The Mastery of Reason*. London: Routledge.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning and Identity*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Wood, T. (2002). "What does it mean to teach mathematics differently?", στο Barton B. et al (eds.). *Proceedings of the 25th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: Mathematics Education in the South Pacific*. New Zealand, Auckland: MERGA, 61-67.

Yackel, E. & P. Cobb (1996). "Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics", *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.

Zevenbergen, R. (1998). "Language, mathematics and social disadvantage: a Bourdieuan analysis of cultural capital in mathematics education", στο Kanas C., M. Goos & E. Warren (eds). *Teaching Mathematics in New Times*. Proceedings of the 21st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Gold Coast: MERGA, 716-722.

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Ο Χαράλαμπος Σακονίδης είναι Αναπληρωτής Καθηγητής της Διδακτικής των Μαθηματικών, στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης στο Δ.Π.Θ.

Πρόγραμμα Εκπαίδευσης Μουσουλμανοπαίδων 2005 - 2007

ΕΠΕΑΕΚ II ΜΕΤΡΟ 1.1 ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1.1.1

ΦΟΡΕΑΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ/ΕΛΚΕ

Υπεύθυνες Έργου: Άννα Φραγκουδάκη - Θάλεια Δραγώνα

Η πράξη συγχρηματοδοτείται κατά 80% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και κατά 20% από Εθνικούς Πόρους