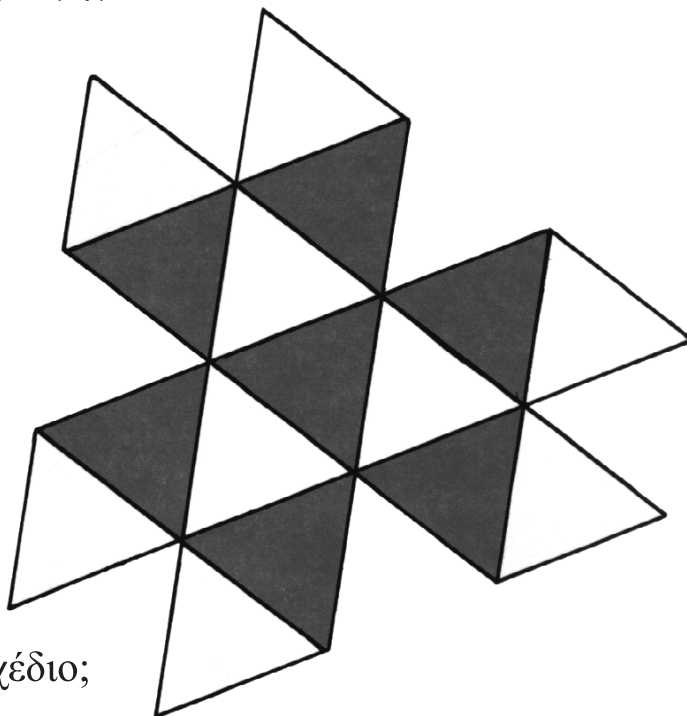


Σχέδια με πλακάκια

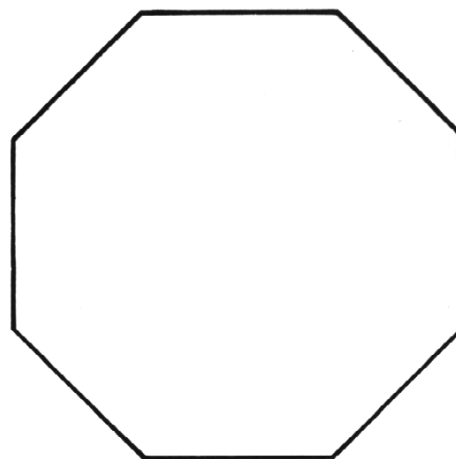
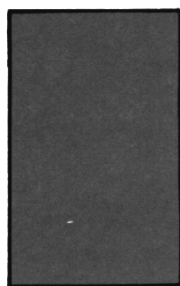
Smile 0851

Θα χρειαστείς το κουτί με τα σχήματα για ψηφιδωτά.



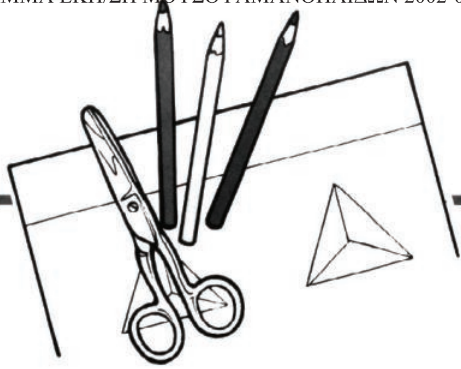
1) Μπορείς να φτιάξεις αυτό το σχέδιο;

2) Να φτιάξεις σχέδια με αυτά τα σχήματα.



3) Να φτιάξεις μερικά δικά σου σχέδια. Να χρησιμοποιήσεις τα άλλα σχήματα από το κουτί.

4) Προσπάθησε να αποτυπώσεις κάποιο από τα σχέδια που έχεις φτιάξει. Να χαράξεις το περίγραμμα αυτού του σχεδίου.

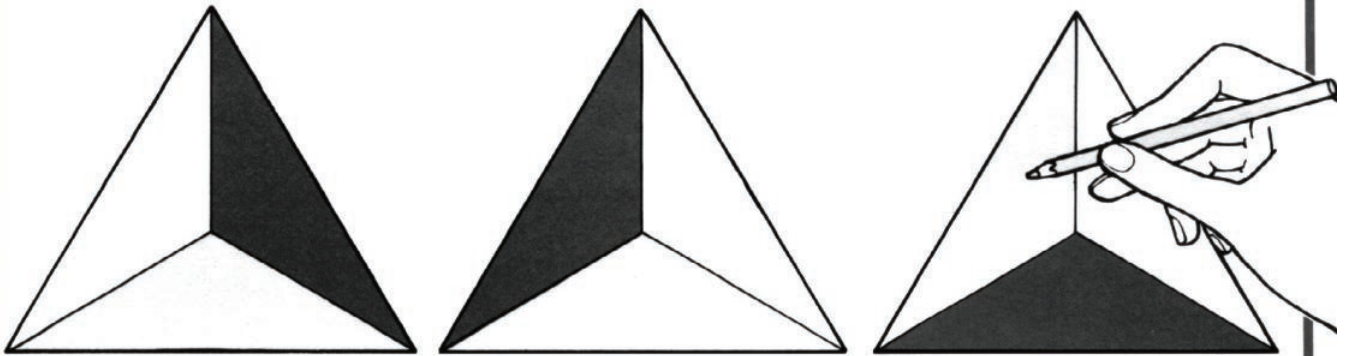


Smile 0852

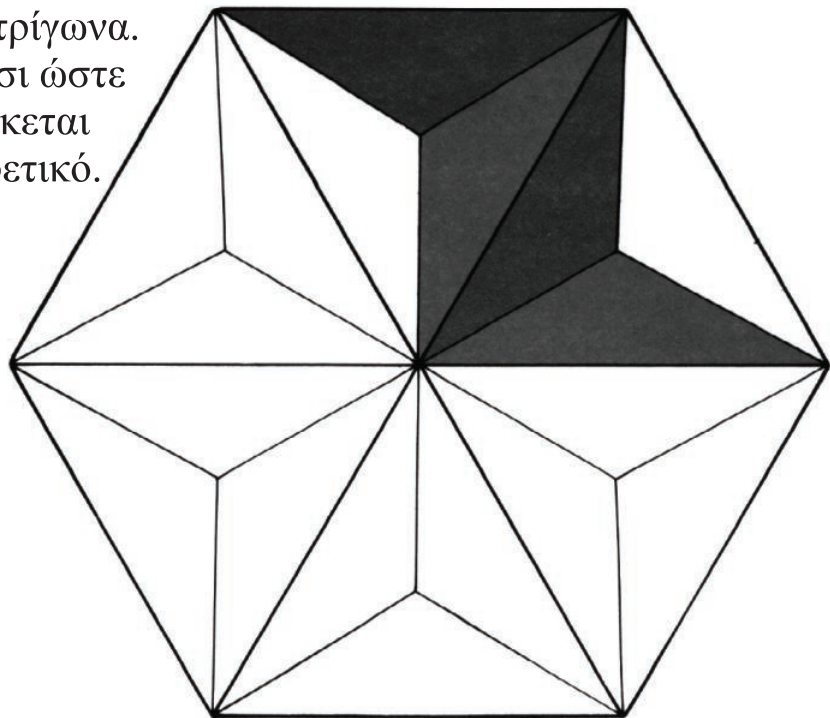
Χρωματισμός τριγώνων

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας **0852**, ψαλίδι και χρώματα.

Χρησιμοποίησε το φύλλο εργασίας. Να χρωματίσεις κάθε μεγάλο τρίγωνο, έτσι ώστε όλα να φαίνονται διαφορετικά. Θα πρέπει να χρησιμοποιήσεις τα ίδια 3 χρώματα για το καθένα.

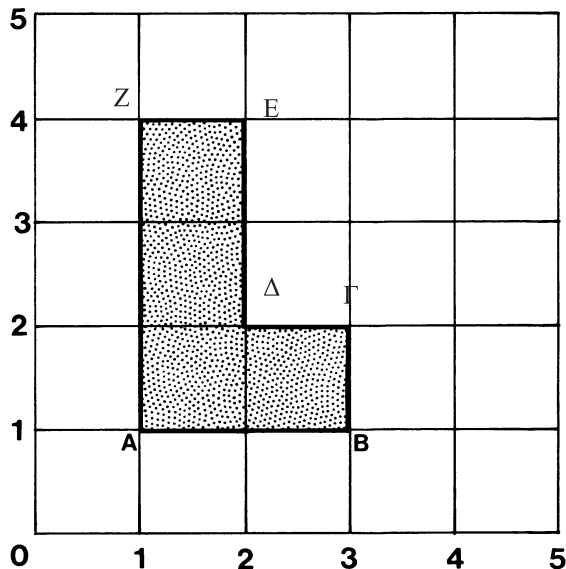


Να κόψεις και τα 6 τρίγωνα.
Να τα ταιριάξεις, έτσι ώστε
κάθε χρώμα να βρίσκεται
δίπλα σε ένα διαφορετικό.



Θα χρειαστείς 2 αντίγραφα από το φύλλο εργασίας **0853Α**.

Πλέγματα



1) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

Το Α είναι στο (1,1)

Το Β είναι στο (3,1)

Το Γ είναι στο

Το Δ είναι στο

Το Ε είναι στο

Το Ζ είναι στο

2) Να χρησιμοποιήσεις ένα αντίγραφο από το φύλλο εργασίας **0853Α**

- όρισε τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ πάνω σε κάθε πλέγμα.

Να ενώσεις τα σημεία μεταξύ τους. Να χρωματίσεις κάθε νέο σχήμα.

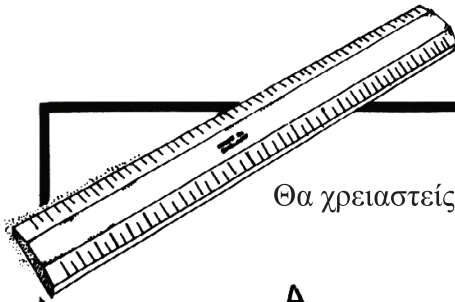
3) Τώρα, να χρησιμοποιήσεις το άλλο αντίγραφο από το φύλλο εργασίας **0853Α**.

Να σχεδιάσεις ένα δικό σου σχήμα στο πλέγμα 1 και να παρατηρήσεις πώς αλλάζει.

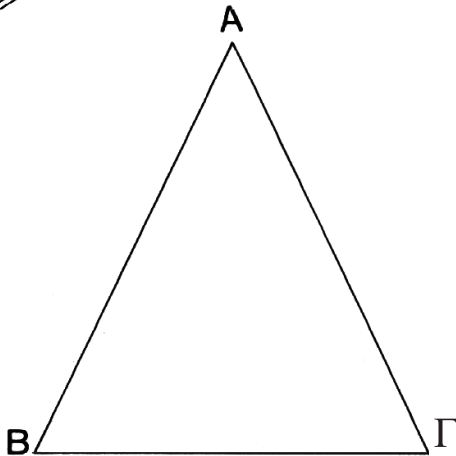
Να διαλέξεις ένα εύκολο σχήμα, το οποίο να ταιριάζει στις γραμμές του πλέγματος.

Πώς αλλάζουν τα σχήματα; Σχολίασέ το!

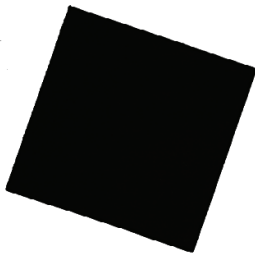
Περίμετρος



Θα χρειαστείς ένα χάρακα.



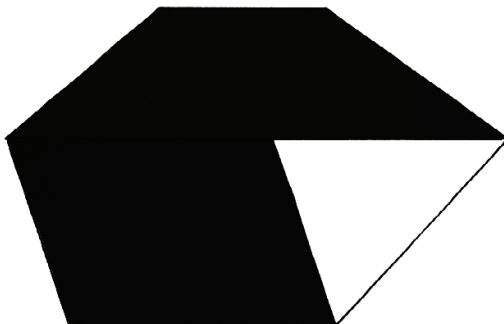
1. Τι σχήμα είναι αυτό;
2. Πόσο μήκος έχει η πλευρά ΑΒ;
(Η μέτρηση να γίνει σε εκατοστά.)
3. Να μετρήσεις την πλευρά ΒΓ.
4. Να μετρήσεις την πλευρά ΓΑ.
5. Ποια είναι η περίμετρος του τριγώνου;



6. Να μετρήσεις τις πλευρές του τετραγώνου.
Ποια είναι η περίμετρος του τετραγώνου;



7. Να κάνεις το ίδιο για:
 - α) το ορθογώνιο
 - β) το τραπέζιο
 - γ) το παραλληλόγραμμο
 - δ) το εξάγωνο

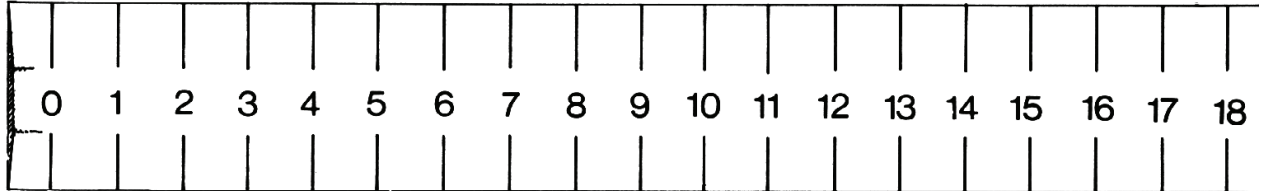


Ποιο είναι το μήκος;

Smile 0855

Θα χρειαστείς ένα χάρακα με εκατοστά.

Αυτός είναι ένας χάρακας με εκατοστά.



A

B

Γ

Δ

E

ΣΤ

Το Β απέχει από το E 10 εκ.

Πόσο απέχουν:

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1. Το A από το B | 5. Το B από το E |
| 2. Το A από το Γ | 6. Το A από το ΣΤ |
| 3. Το A από το E | 7. Το Γ από το ΣΤ |
| 4. Το B από το Γ | 8. Το Γ από το E |
| | 9. Το Δ από το ΣΤ |

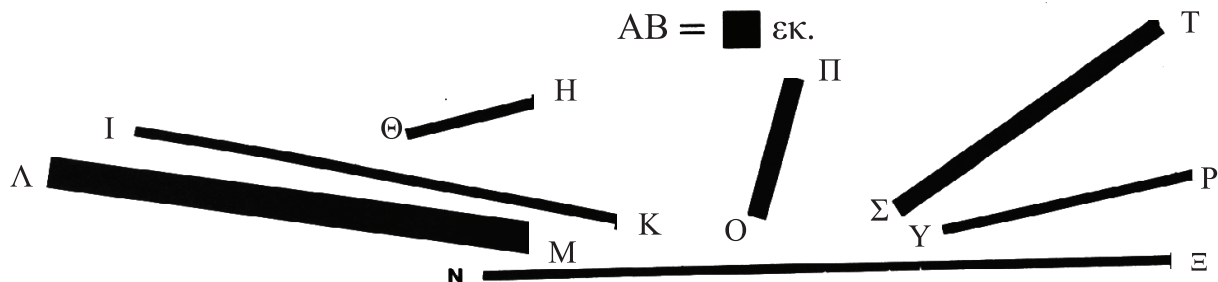
10. Να μαντέψεις το μήκος του μολυβιού σου.

Να το μετρήσεις με το χάρακά σου.

11. Να μαντέψεις και να μετρήσεις το μήκος:

- α. αυτής της κάρτας
 β. του τετραδίου σου

12. Να μαντέψεις το μήκος των παρακάτω λωρίδων. Στη συνέχεια, να τις μετρήσεις. Να γράψεις τα αποτελέσματά σου με τον εξής τρόπο:



Να συζητήσεις:

- * για την καλύτερή σου πρόβλεψη.
- * για τη χειρότερή σου πρόβλεψη.

Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζονται οι μέσες θερμοκρασίες 5 ημερών από το μήνα Ιούλιο. Οι θερμοκρασίες αυτές μετρήθηκαν σε βαθμούς Κελσίου μέσα σε μια τάξη.

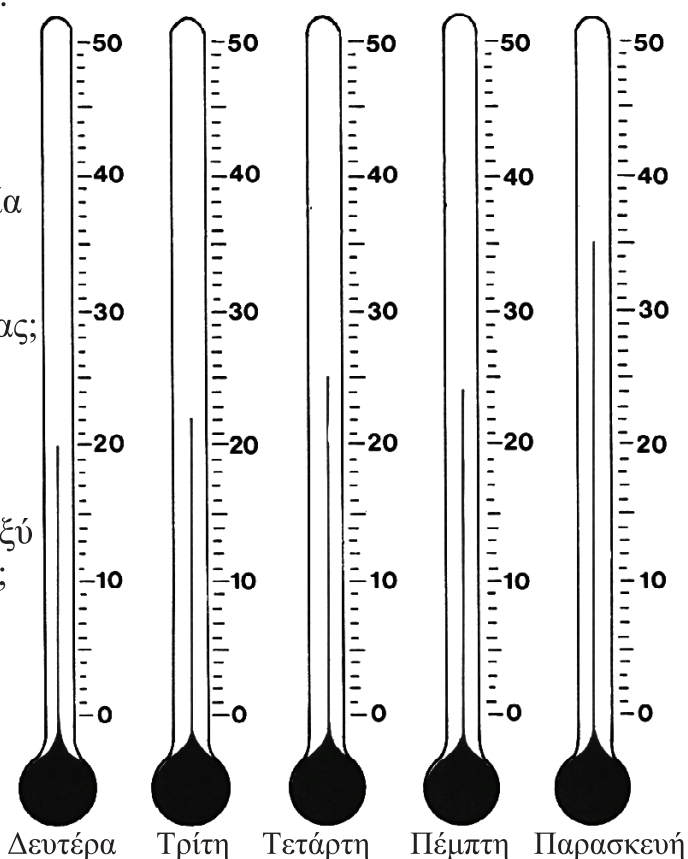
1) Τη Δευτέρα η θερμοκρασία ήταν 20°C . Να καταγράψεις τη θερμοκρασία για καθεμία από τις υπόλοιπες μέρες.

2) Ποια ήταν η πιο ζεστή μέρα της εβδομάδας;

3) Ποια ήταν η πιο δροσερή μέρα της εβδομάδας;

4) Ποια ήταν η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ της πιο ζεστής και της πιο δροσερής ημέρας;

Ημερήσια θερμοκρασία



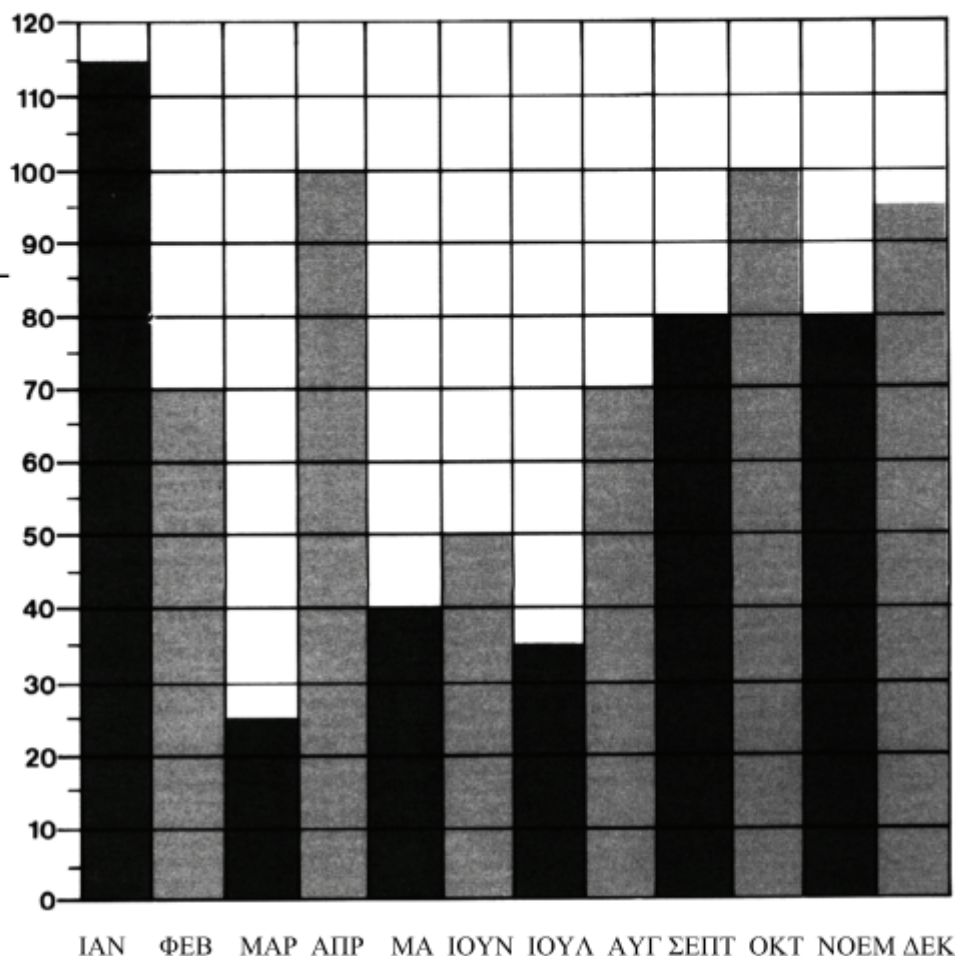
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ: Να μετρήσεις τη θερμοκρασία της τάξης σου καθημερινά για μία εβδομάδα.

Να παρουσιάσεις τα αποτελέσματά σου.

ΣΥΖΗΤΗΣΗ: Πιστεύεις ότι η θερμοκρασία μέσα στην τάξη είναι διαφορετική από την εξωτερική θερμοκρασία;

Βρέχει

Το διπλανό γράφημα παρουσιάζει τη μηνιαία βροχόπτωση σε δύο διαφορετικές περιοχές για ένα χρόνο. Η μέτρηση έχει γίνει σε χιλιοστά.



- 1) Πόσο έβρεξε τον Ιανουάριο;
- 2) Πόσο έβρεξε το Φεβρουάριο;
- 3) Πόσο περισσότερο έβρεξε τον Ιανουάριο από το Φεβρουάριο;
- 4) Ποια ήταν η βροχόπτωση του Μαρτίου;
- 5) Ποια ήταν η συνολική βροχόπτωση για τους τρεις πρώτους μήνες του έτους;
- 6) Πόσο έβρεξε το Μάιο;
- 7) Ποια ήταν η βροχόπτωση του Απριλίου;
- 8) Πόσο λιγότερη βροχή έπεσε το Μάιο από τον Απρίλιο;
- 9) Πόσο έβρεξε τους επόμενους 3 μήνες του έτους;
- 10) Ποιος ήταν ο πιο υγρός μήνας του έτους;
- 11) Ποιος ήταν ο πιο ξηρός μήνας του έτους;

Συζήτηση

Ποιο μήνα θα διαλέγατε για διακοπές;

Στρογγυλά αντικείμενα

Θα χρειαστείς ένα εργαλείο που μετράει το πάχος αντικειμένων.

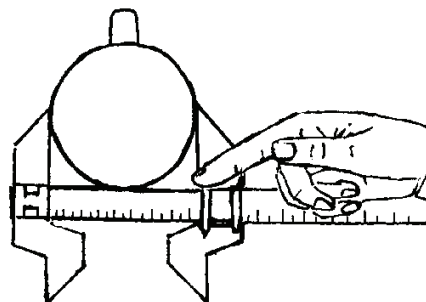
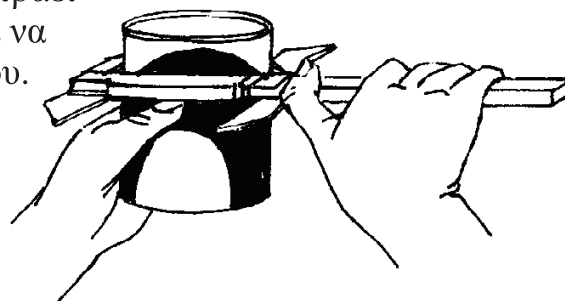
1. Να βρεις μερικά στρογγυλά αντικείμενα και να μαντέψεις το πάχος τους.
2. Να φτιάξεις έναν πίνακα με τα αποτελέσματά σου, όπως ο παρακάτω:

αντικείμενο	πρόβλεψη για το πλάτος	



3. Να χρησιμοποιήσεις το εργαλείο που μετράει το πάχος αντικειμένων ή το διαβήτη, για να μετρήσεις το πάχος καθενός αντικειμένου. Να συμπληρώσεις τον πίνακα:

αντικείμενο	πρόβλεψη για το πλάτος	πραγματικό πλάτος



ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Γιατί είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσεις ένα εργαλείο που μετράει το πάχος αντικειμένων αντί για διαβήτη;

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί σε εκατοστά.

Smile 0859

Ζεύγη τριγώνων

1. Να αντιγράψεις τα παραπάνω τρίγωνα και να τα κόψεις.

2. Ποια τρίγωνα είναι όμοια μεταξύ τους;
Πόσα ζεύγη όμοιων τριγώνων μπορείς να βρεις;

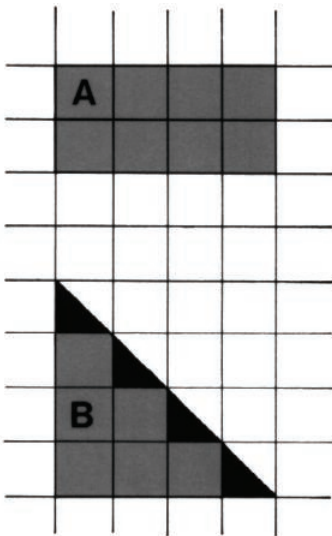
3. Ποια τρίγωνα έχουν μία ορθή γωνία;

4. Ποια ζεύγη τριγώνων μπορούν να ενωθούν για να σχηματίσουν ένα τετράγωνο;
Ποια ζεύγη τριγώνων μπορούν να σχηματίσουν ένα ορθογώνιο;

5. Ποια άλλα σχήματα μπορείς να φτιάξεις χρησιμοποιώντας ζεύγη τριγώνων;

Smile 0860

Το ίδιο εμβαδόν



Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Α:

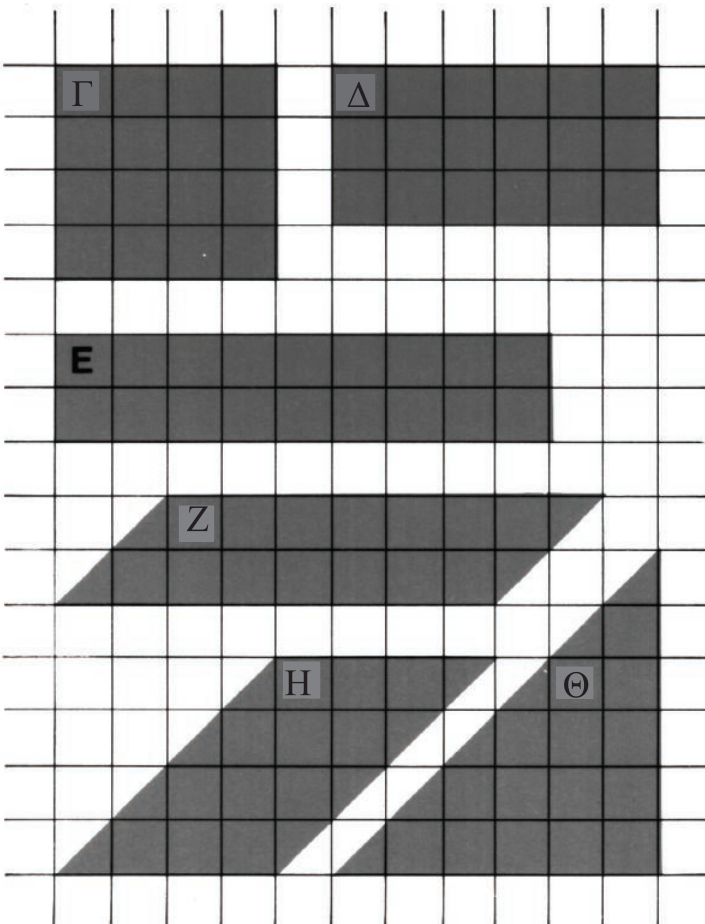
8 ολόκληρα τετράγωνα.

Τρίγωνο Β:

6 ολόκληρα τετράγωνα και 4 μισά τετράγωνα

ή 8 ολόκληρα τετράγωνα.

Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Α και το τρίγωνο Β έχουν το **ίδιο εμβαδόν**.



1. Να αντιγράψεις αυτά τα σχήματα σε τετραγωνισμένο χαρτί.

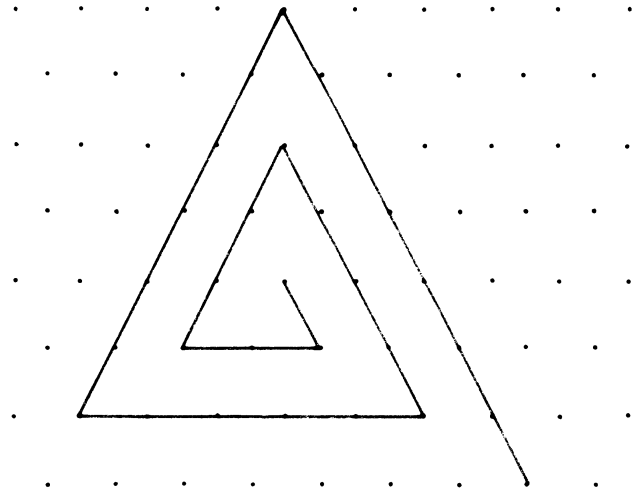
2. Να χρωματίσεις τα ολόκληρα τετράγωνα με κόκκινο. Να χρωματίσεις τα μισά τετράγωνα με μπλε.

3. Ποια σχήματα έχουν το ίδιο εμβαδόν. . .
. . . να μετρήσεις τα ολόκληρα τετράγωνα και τα μισά τετράγωνα για να το βρεις.

Smile 0861

Σπιράλ τριγώνων

Να αντιγράψεις αυτό το σπιράλ...
 ...να χρησιμοποιήσεις ισομετρικό
 χαρτί με τελείες...
 ...να ξεκινήσεις από το κέντρο.

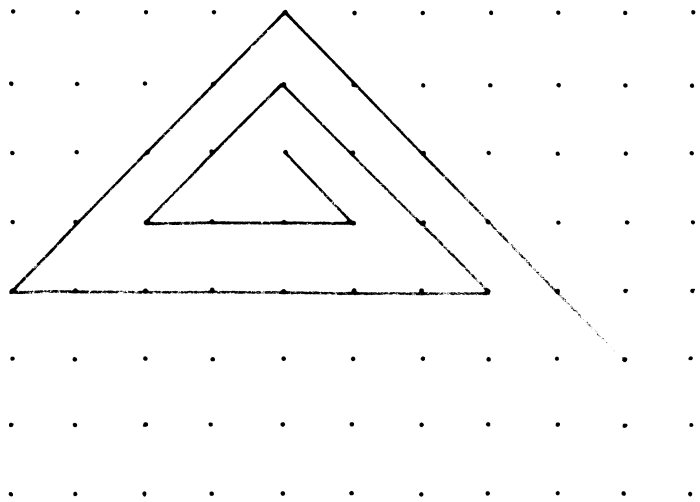


Να μετρήσεις τις τελείες σε κάθε
 γραμμή.
 Να γράψεις τους αριθμούς
 σε μια λίστα:

2	3	4					
---	---	---	--	--	--	--	--

Να μαντέψεις πόσες τελείες
 θα υπάρχουν στην επόμενη γραμμή.
 Να τις μετρήσεις.
 Μπορείς να βρεις έναν κανόνα;

Να αντιγράψεις αυτό το σπιράλ...
 ...να χρησιμοποιήσεις τετραγω-
 νισμένο χαρτί με τελείες.
 Να ξεκινήσεις από το κέντρο.



Να μετρήσεις τις τελείες σε
 κάθε γραμμή.
 Να γράψεις τους αριθμούς
 σε μια λίστα:
 2,4,3,4,...
 Να μαντέψεις πόσες τελείες
 θα υπάρχουν στην επόμενη γραμμή.
 Να τις μετρήσεις.

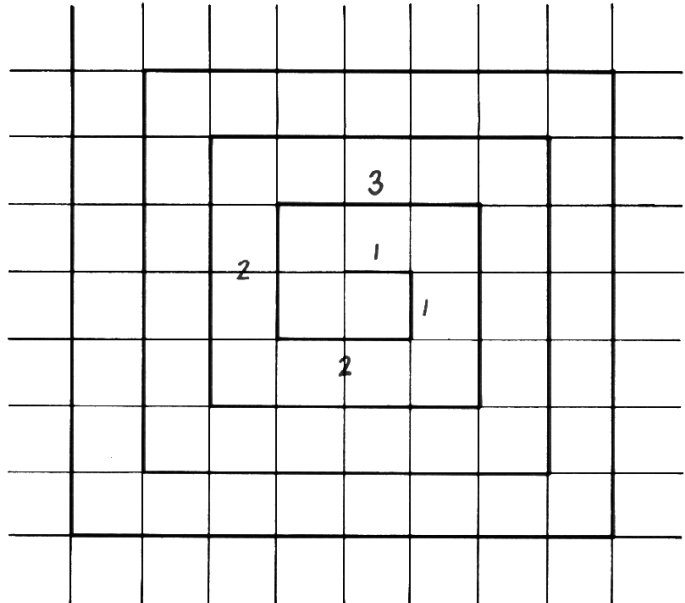
Μπορείς να βρεις έναν κανόνα αυτή
 τη φορά;
 Αν όχι, να γράψεις την απάντησή σου
 με αυτό τον τρόπο.

2		3	4				
	4						

Smile 0862

Σπιδράλ τετραγώνων

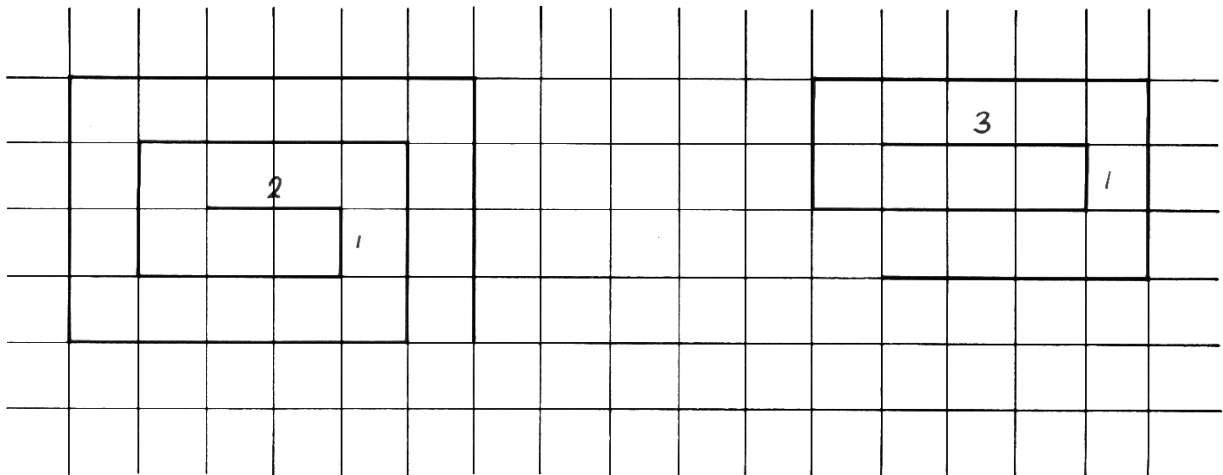
1. Να αντιγράψεις το σχέδιο σε τετραγωνισμένο χαρτί. Να ξεκινήσεις από το κέντρο.



2. Να γράψεις τα μήκη των ευθειών: 1,1,2,2,3,.....

Μπορείς να συνεχίσεις την ακολουθία;

3. Να σχεδιάσεις και άλλα σπειροειδή σχήματα



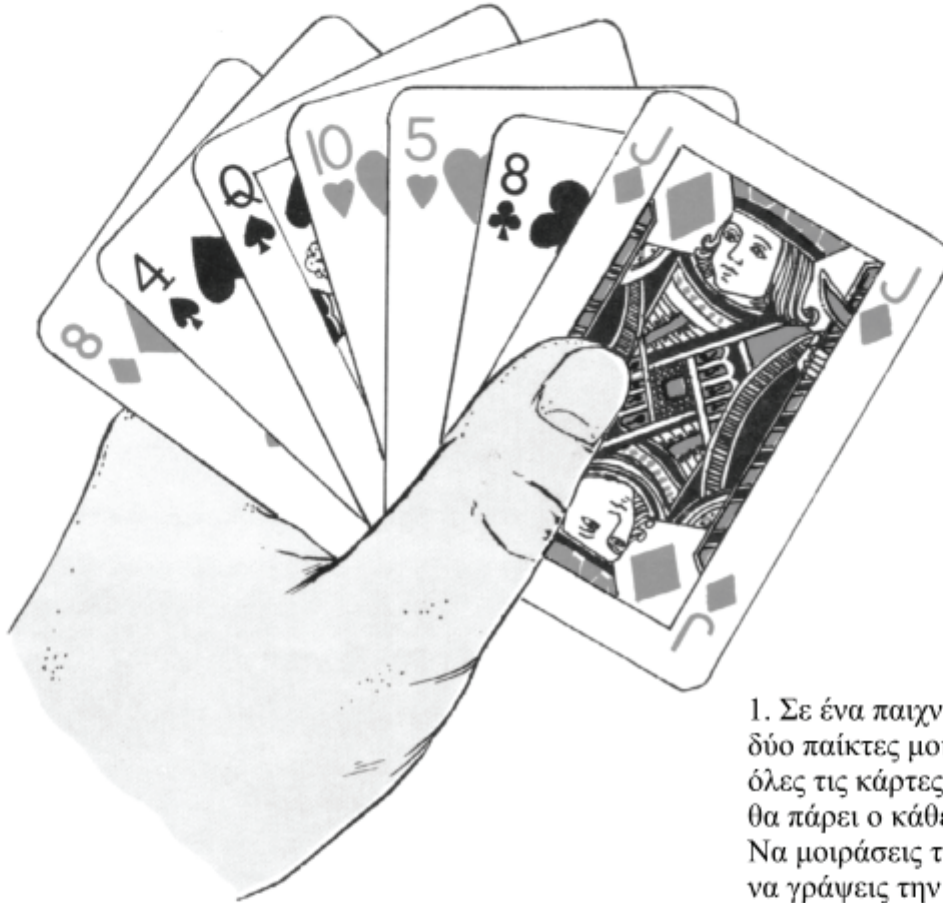
...και να γράψεις μια αριθμητική ακολουθία για το καθένα.

Μπορείς να διατυπώσεις τον κανόνα που ισχύει για καθεμιά από τις ακολουθίες αριθμών;

Θα χρειαστείς μια τράπουλα.

Smile 0863

ΜΟΙΡΑΖΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΤΡΑΠΟΥΛΑ



1. Σε ένα παιχνίδι οι δύο παίκτες μοιράζονται όλες τις κάρτες. Πόσες κάρτες θα πάρει ο κάθε παίκτης; Να μοιράσεις τις κάρτες και να γράψεις την απάντησή σου:

$$52 : 2 = \blacksquare$$

2. Το Μπριτζ είναι ένα παιχνίδι με κάρτες που παίζεται με 4 παίκτες. Να μοιράσεις όλα τα χαρτιά...

$$\dots 52 : 4 = \blacksquare \dots \quad \text{Πόσα θα πάρει ο καθένας;}$$

3. Σε ένα παιχνίδι τα τέσσερα εφτάρια της τράπουλας βγαίνουν έξω. Να μοιράσεις τα υπόλοιπα 48 τραπουλόχαρτα. Πόσα τραπουλόχαρτα θα πάρει ο καθένας;

αν οι παίκτες είναι 4,

$$48 : 4 = \blacksquare$$

αν οι παίκτες είναι 8,

$$48 : 8 = \blacksquare$$

αν οι παίκτες είναι 6,

$$48 : 6 = \blacksquare$$

αν οι παίκτες είναι 3;

$$48 : 3 = \blacksquare$$

Γύρισε σελίδα

Smile 0863

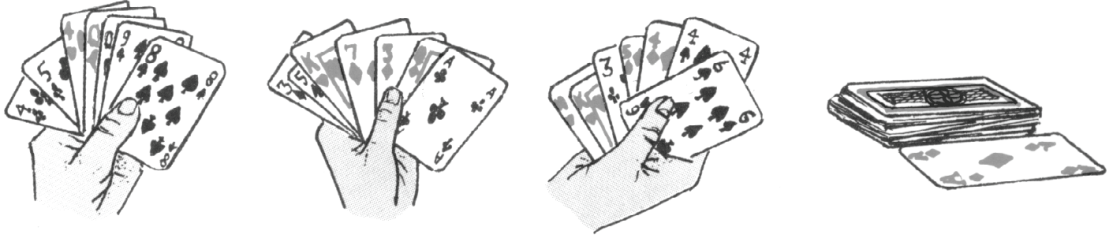
4. Το τέταρτο παιχνίδι είναι ένα ινδικό παιχνίδι με χαρτιά για 3 παίκτες.
Στο παιχνίδι αυτό χρησιμοποιούνται 30 τραπουλόχαρτα.
Πόσα τραπουλόχαρτα θα πάρει ο κάθε παίκτης;

5. Στο πέμπτο παιχνίδι χρησιμοποιούνται όλα τα τραπουλόχαρτα.
Κάθε παίκτης παίρνει 13 τραπουλόχαρτα.

Πόσοι παίκτες χρειάζονται;

$$52 : \blacksquare = 13$$

6. (α) 3 παίκτες παίζουν το παιχνίδι αυτό με όλη την τράπουλα.
Ο καθένας θα πάρει από επτά τραπουλόχαρτα...
Πόσα τραπουλόχαρτα θα μείνουν;



(β) Πόσοι παίκτες μπορούν να παίξουν το παιχνίδι αυτό;
Πόσα τραπουλόχαρτα θα μείνουν;

7. Στο τελευταίο παιχνίδι χρησιμοποιείται όλο το πακέτο. Ο κάθε παίκτης θα πάρει 9 κάρτες.

Πόσοι παίκτες μπορούν να παίξουν;
Μένει κανείς;

Συζήτηση

Πόσοι παίκτες μπορούν να παίξουν το τελευταίο παιχνίδι, χρησιμοποιώντας μόνο ντάμες και βαλέδες;

Κάτοικοι

Το εικονογράφημα δείχνει πόσοι άνθρωποι ζουν σε 5 διαφορετικά χωριά.

Βρύση														
Αετοχώρι														
Πεύκα														
Γιαννούλι														
Κοτρωνιά														

Κλίμακα : αντιπροσωπεύει 10 άτομα.

- Κάθε αντιπροσωπεύει 10 άτομα. Σε τι πιστεύετε ότι αναφέρεται το
- Πόσοι άνθρωποι ζουν: α. στη Βρύση β. στο Αετοχώρι γ. στα Πεύκα δ. στο Γιαννούλι ε. στην Κοτρωνιά;
- Να σχεδιάσεις ένα εικονογράφημα στο τετράδιό σου, για να παρουσιάσεις τους ανθρώπους που ζουν στα παρακάτω τέσσερα χωριά.

Ευγενικό : 85
 Σιδηροχώρι : 100
 Πόρος : 135
 Κίρκη : 110

Ευγενικό														
Σιδηροχώρι														
Πόρος														
Κίρκη														

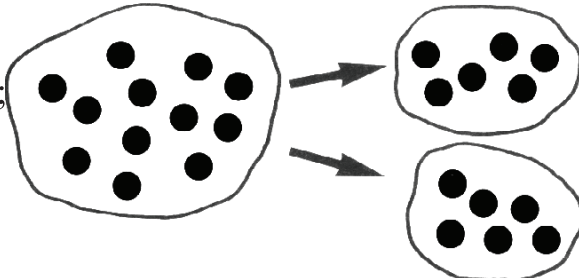
Να κατασκευάσεις το δικό σου εικονογράφημα, όπως παραπάνω. Να σημειώσεις την κλίμακα.

Συζήτηση: Γιατί τα εικονογραφήματα είναι χρήσιμα; Ποιος τα χρησιμοποιεί;

Θα χρειαστείς πούλια.

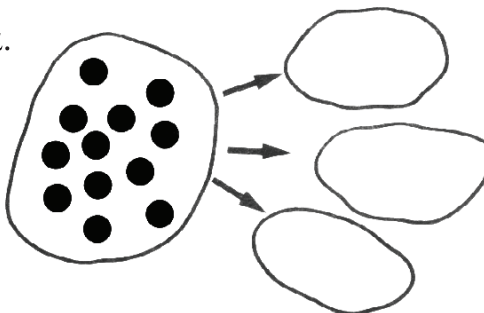
Μοιράζοντας πούλια

1. Να μοιράσεις 12 πούλια σε 2 ίσα σύνολα. Πόσα πούλια έχει το κάθε σύνολο; Να γράψεις την απάντησή σου.



$$12 : 2 = \blacksquare$$

2. Να μοιράσεις 12 πούλια σε 3 ίσα σύνολα. Πόσα πούλια έχει το κάθε σύνολο; Να γράψεις:



$$12 : 3 = \blacksquare$$

3. Πάρε 18 πούλια. Να τα μοιράσεις:

σε 2 ίσα σύνολα, $18 : 2 = \blacksquare$

σε 6 ίσα σύνολα, $18 : 6 = \blacksquare$

σε 9 ίσα σύνολα, $18 : 9 = \blacksquare$

4. Να χρησιμοποιήσεις πούλια για να υπολογίσεις:

$$24 : 2 = \blacksquare$$

$$24 : 3 = \blacksquare$$

$$27 : 3 = \blacksquare$$

$$28 : 7 = \blacksquare$$

$$30 : 5 = \blacksquare$$

$$32 : 8 = \blacksquare$$

$$36 : 9 = \blacksquare$$

$$39 : 3 = \blacksquare$$

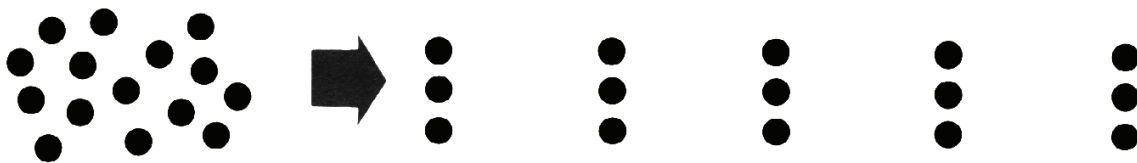
Διαιρώντας πούλια

Θα χρειαστείς πούλια.

Smile 0867

1. Να πάρεις 15 πούλια.

Να τα μοιράσεις σε ομάδες των 3.

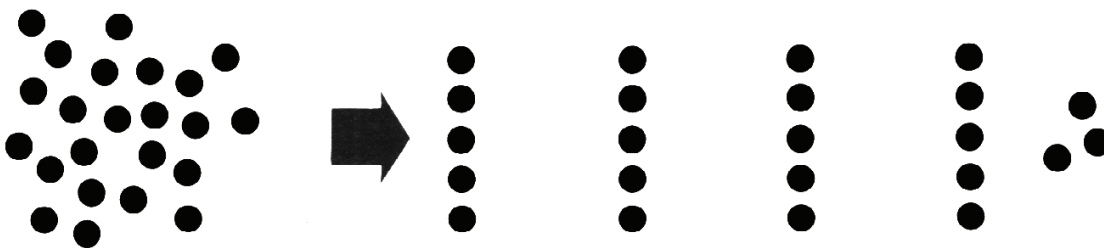


Πόσες ομάδες δημιούργησες;
Να γράψεις στο τετράδιό σου:

$$15 : 3 = \blacksquare$$

2. Να πάρεις 23 πούλια.

Να τα μοιράσεις σε ομάδες των 5.



Πόσες ομάδες δημιούργησες;
Δημιουργούνται 4 ομάδες, περισσεύουν όμως μερικά πούλια.
Να γράψεις στο τετράδιό σου:

$$23 : 5 = 4, \text{ υπόλοιπο } \blacksquare$$

3. Να πάρεις 18 πούλια. **α.** Να τα μοιράσεις σε ομάδες των 6.
β. Να τα μοιράσεις σε ομάδες των 5.

Να γράψεις $18 : 6 = \blacksquare$

Να γράψεις $18 : 5 = \blacksquare$, υπόλοιπο \blacksquare

4. Να χρησιμοποιήσεις πούλια για να βρεις τα παρακάτω. Αν υπάρχει υπόλοιπο, να το αναφέρεις.

(α) $17 : 3$ (β) $25 : 5$ (γ) $21 : 4$ (δ) $7 : 2$
(ε) $35 : 7$ (στ) $35 : 6$ (ζ) $43 : 7$ (η) $31 : 9$

Να βρεις αυτό που δεν ταιριάζει

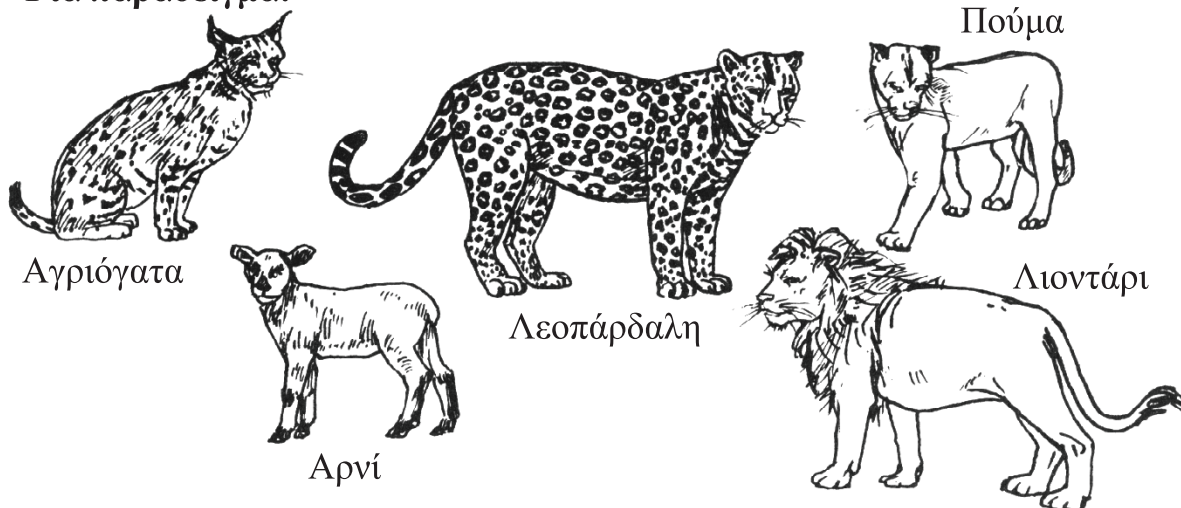
Στο παρακάτω σύνολο το «ε» μπορεί να μην ταιριάζει. Γιατί;

Κ Δ ε Α Γ

Να βρεις αυτό που δεν ταιριάζει σε κάθε σύνολο. Να εξηγήσεις το γιατί.

- 1) 30 70 20 17 50
- 2) άλογο ποντίκι αγελάδα πάπια γουρούνι
- 3) 3 2 6 12 4 8
- 4) πατάτα καρότο κοχύλι λάχανο
- 5) 3×8 6×4 2×12 3×7

Είναι συχνά δυνατό να βρεις αρκετές διαφορετικές απαντήσεις για ένα σύνολο.
Για παράδειγμα:



- Αρνί** - επειδή δεν είναι σαρκοφάγο ή
- επειδή δεν ανήκει στην οικογένεια των αιλουροειδών
- Λεοπάρδαλη** - επειδή η λέξη έχει περισσότερα από 9 γράμματα
- Πούμα** - επειδή η λέξη δεν αρχίζει από «Α» ή «Λ»

Smile 0870

Να βρεις τουλάχιστον 2 διαφορετικές απαντήσεις για αυτό που δεν ταιριάζει στα παρακάτω σύνολα:

6) πορτοκάλι μήλο ντομάτα μπανάνα

7) 2×1 $12 : 6$ $4 : 2$ $16 : 8$ $15 : 3$

8) ένα δύο τέσσερα έξι δέκα

Πόσες διαφορετικές απαντήσεις μπορείς να βρεις για αυτό που δεν ταιριάζει στα παρακάτω σύνολα;

9) $72 : 2$ $24 : 4$ $12 : 2$ $18 : 3$ $(120 : 10) : 2$

10) 6 12 26 60 66 96

11) Πόσους διαφορετικούς λόγους μπορείς να βρεις για να είναι το 9 αυτό που δεν ταιριάζει;

9 24 40 48 64

12) Να δημιουργήσεις ένα σύνολο αριθμών στο οποίο το 8 να είναι ο αριθμός που δεν ταιριάζει.

Smile 0871

Θα χρειαστείς μια ζυγαριά.

Βαρύτερο/ελαφρύτερο

Να επιλέξεις 10 αντικείμενα. Φτιάξε ζευγάρια με τα αντικείμενα εκείνα που έχουν παρόμοιο μέγεθος.

Μπουκάλι για γάλα
 Κουτί με κιμωλίες
 Βάζο μαρμελάδας
 Παπούτσι
 Κολητική ταινία
 Μολύβι
 Πινέλο
 Κιμωλία
 Ψαλίδι
 Πένα

- 1) Να διαλέξεις ένα ζεύγος αντικειμένων. Να κρατήσεις ένα αντικείμενο σε κάθε χέρι. Να μαντέψεις ποιο είναι το βαρύτερο. Να κάνεις τον έλεγχο χρησιμοποιώντας μια ζυγαριά.



- 2) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα για όλα τα ζεύγη αντικειμένων.

	Βαρύτερο	
1ο ζεύγος		Ελαφρύτερο
2ο ζεύγος		
3ο ζεύγος		
4ο ζεύγος		

Γύρισε σελίδα

3) Να μαντέψεις ποιο αντικείμενο είναι το βαρύτερο.
Να το ελέγξεις τοποθετώντας το στον ένα δίσκο της ζυγαριάς και να το συγκρίνεις με τα υπόλοιπα εννιά.



4) Να τοποθετήσεις το βαρύτερο αντικείμενο στην αρχή του καταλόγου σου.

5) Να χρησιμοποιήσεις την ίδια μέθοδο για να βρεις το αμέσως βαρύτερο αντικείμενο.

6) ...να συμπληρώσεις τον κατάλογο.

	Αντικείμενα
Βαρύτερο	
Ελαφρύτερο	

Πόσο βαρύ είναι;

Smile 0872

Θα χρειαστείς μια ζυγαριά.

1 1. Να επιλέξεις 7 μικρά αντικείμενα.

2
 α. Να μαντέψεις ποιο είναι το βαρύτερο.
 β. Να μαντέψεις ποιο είναι το ελαφρύτερο.

3
 α. Να συγκρίνεις ζεύγη αντικειμένων.
 β. Να τοποθετήσεις τα 7 αντικείμενα κατά σειρά βάρους, ξεκινώντας από το βαρύτερο.

4 Να ελέγξεις την κατάταξη χρησιμοποιώντας τη ζυγαριά για να ζυγίσεις τα αντικείμενα. Να καταγράψεις τα βάρη τους.

Smile 0872	Βάρος	23 Ιανουαρίου
ταινία	75 γρ.	
ψαλίδι	185 γρ.	

5 Να ταξινομήσεις τα βάρη και να καταγράψεις τα αντικείμενα, ξεκινώντας από το βαρύτερο.

αντικείμενο	βάρος
ψαλίδι	185 γρ.



0873

Καινούργια ρούχα

Θα χρειαστείς έναν κατάλογο αγορών.

Έχεις 75 ευρώ για να αγοράσεις ρούχα.



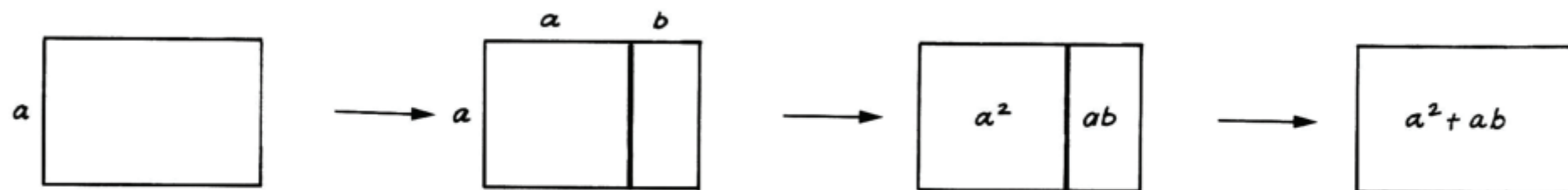
Να επιλέξεις τα ρούχα που θα αγοράσεις από τον κατάλογο.

Να φτιάξεις μια λίστα με τα ρούχα που θα αγοράσεις και τις τιμές τους.

Είδος ρούχου	Ευρώ	Λεπτά
Σύνολο		

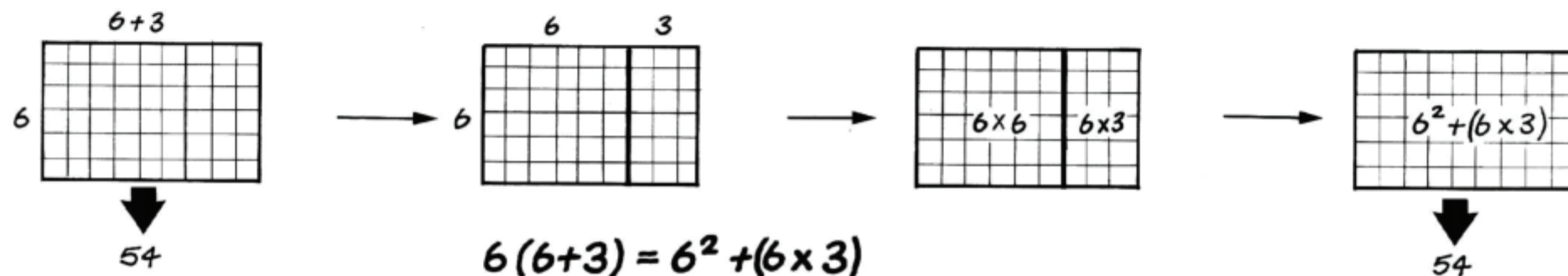
Να θυμάσαι: όχι περισσότερα από 75 ευρώ.

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ



$$a(a+b) = a^2 + ab$$

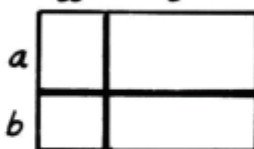
Να ελέγξεις την ταυτότητα, όταν $a = 6, b = 3$.



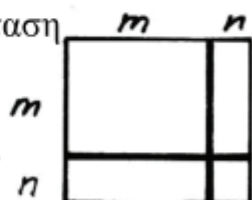
$$6(6+3) = 6^2 + (6 \times 3)$$

1. Να ελέγξεις αν ισχύει η ταυτότητα, όταν $a = 12, b = 3$.
2. Να βρεις μια ταυτότητα για την παράσταση $(a + b)(a + c)$

3. Να ελέγξεις αν ισχύει η ταυτότητα που βρήκες.



4. Να βρεις μια ταυτότητα για την παράσταση $(m + n)^2$



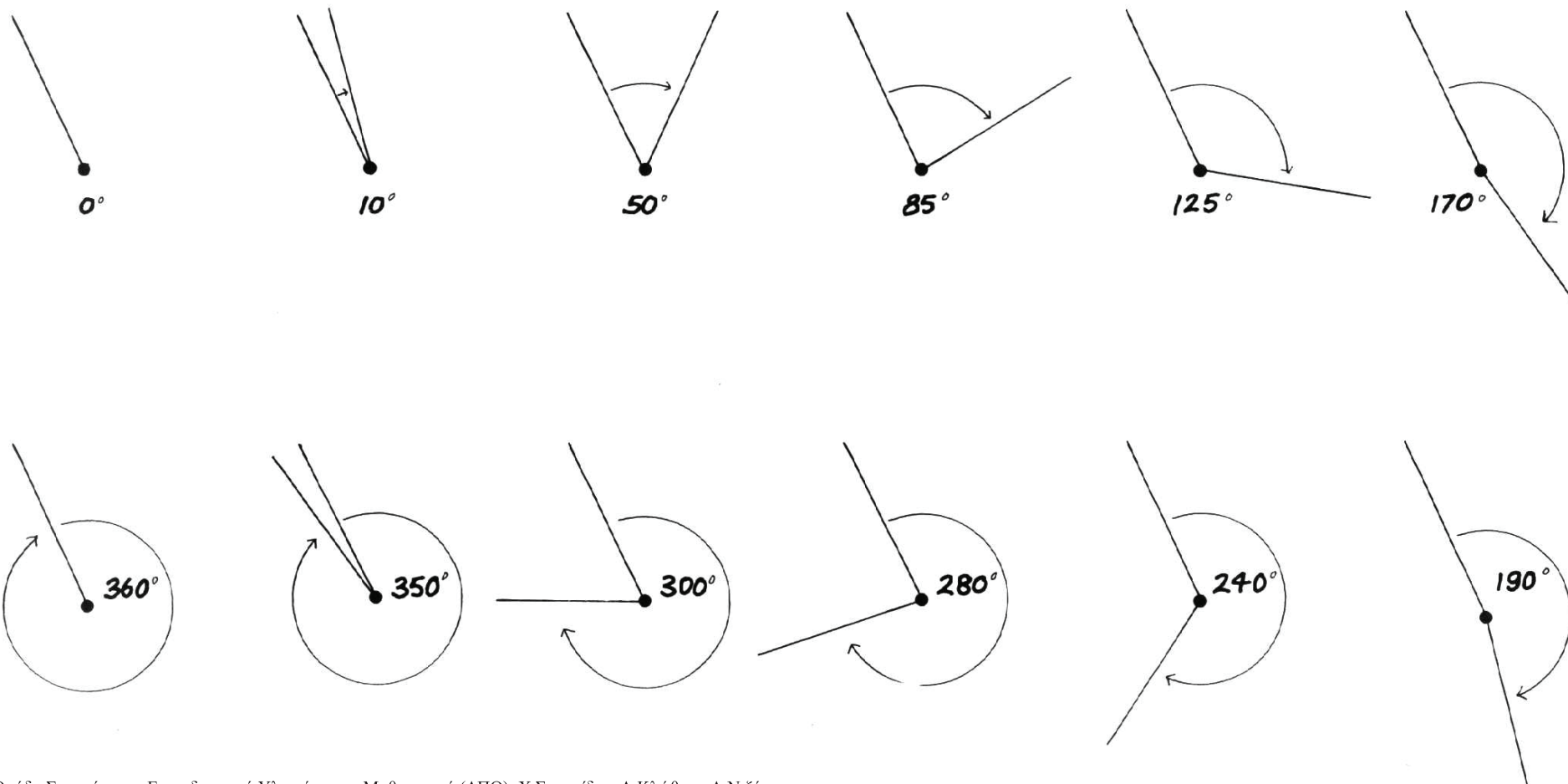
5. Να ελέγξεις την ταυτότητα που βρήκες.

ΝΑ ΒΡΕΙΣ ΤΙΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

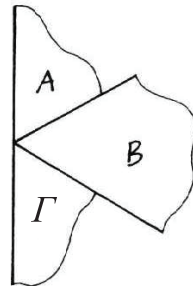
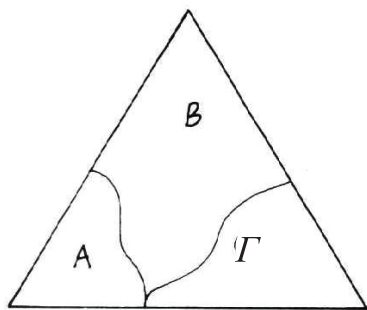
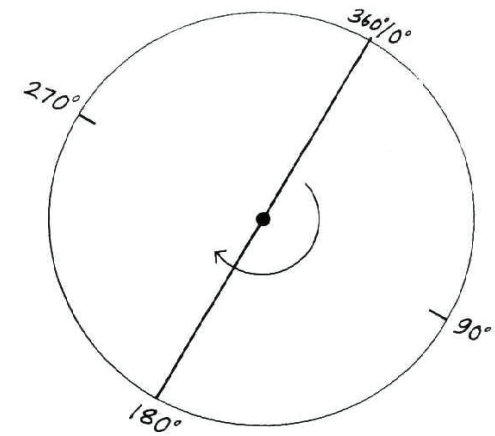
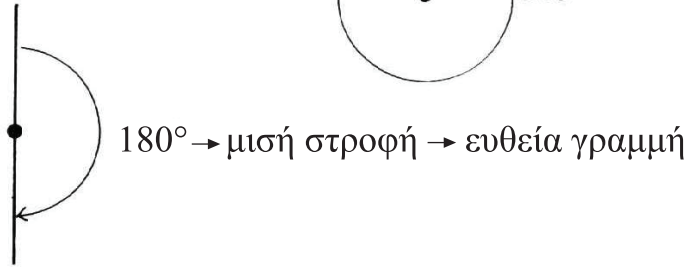
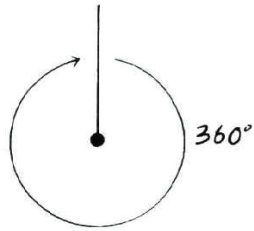
6. $(x + y + z)z$
7. $(a + 2b)(2a + b)$

8. Να ελέγξεις καθεμία από τις συγκεκριμένες ταυτότητες:
 - α) με κλάσματα/δεκαδικούς
 - β) με αρνητικούς αριθμούς

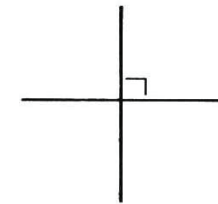
Γωνίες 4, μια ανασκόπηση



Μία πλήρης περιστροφή → 360°

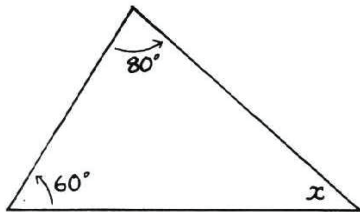


$$A + B + \Gamma = 180^\circ$$

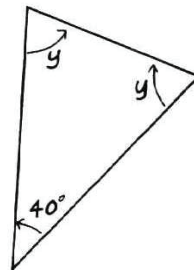


$$4 \times 90^\circ = 360^\circ$$

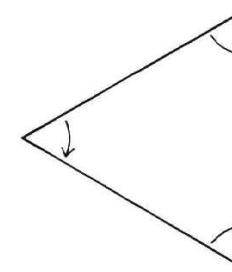
Να λύσεις τα προβλήματα 1-10 χωρίς να μετρήσεις



1) $x + 60^\circ + 80^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = \blacksquare$

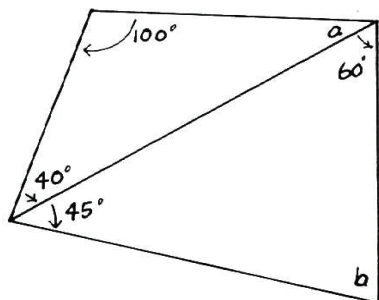


2) Σε αυτό το ισοσκελές τρίγωνο
 $y = \blacksquare$



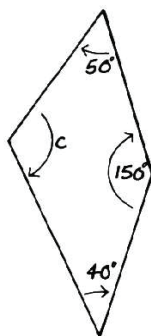
3) Σε αυτό το ισόπλευρο τρίγωνο κάθε γωνία είναι \blacksquare

Smile 0877

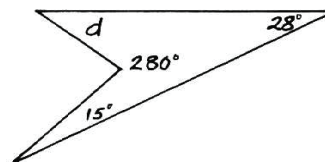


4) Να υπολογίσεις τις a και b .

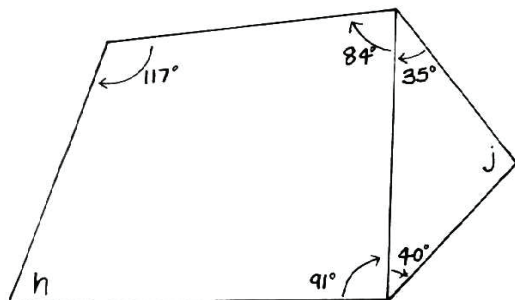
5) Να υπολογίσεις το άθροισμα των γωνιών του τετραπλεύρου.



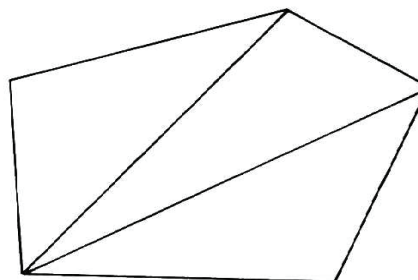
6) Να υπολογίσεις τις c και d .



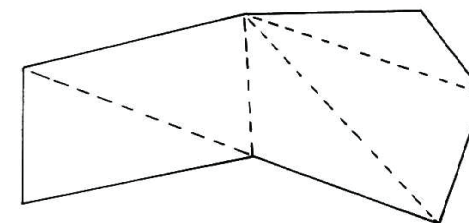
7) Να βρεις το μέγεθος των υπόλοιπων γωνιών του ρόμβου.



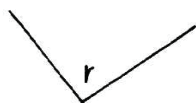
8) Να υπολογίσεις τις γωνίες h και j , για να βρεις το άθροισμα των γωνιών του πενταγώνου.



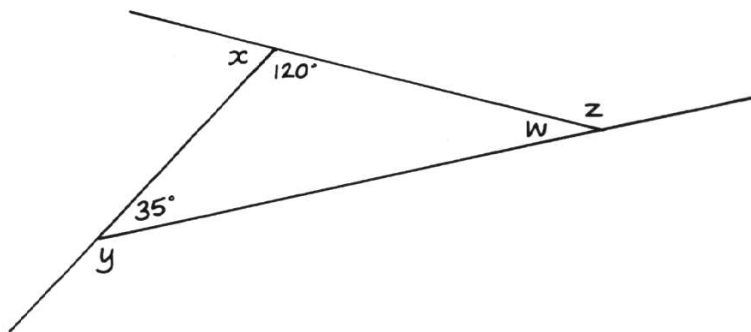
9) Να χρησιμοποιήσεις αυτό το σχήμα για να αποδείξεις ότι η απάντησή σου στην ερώτηση (8) είναι σωστή.



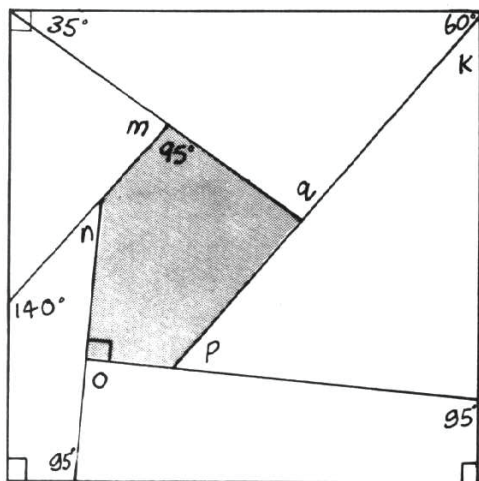
10) Να υπολογίσεις το άθροισμα των γωνιών αυτού του επταγώνου.



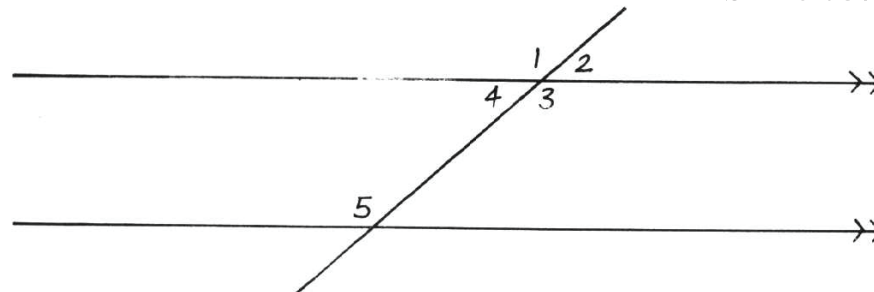
11) Δύο από αυτές τις γωνίες είναι ίσες. Ποιες είναι;



- 12) α) $w = \blacksquare$
 β) $x = \blacksquare$
 γ) $x + y + z = \blacksquare$



- 13) Να βρεις το μέγεθος όλων των γωνιών και να συμπληρώσεις τα παρακάτω:
 α) $K = \blacksquare$
 β) $m+n+o+p+q = \blacksquare$



- 14) Ποιες τρεις γωνίες είναι ίδιες;
 Είναι οι άλλες δύο γωνίες ίσες;
- 15) Γράψε με λίγα λόγια πώς θα αναγνώριζες:
 μια ορθή γωνία
 μια οξεία γωνία
 μια αμβλεία γωνία
- 16) Ποια είναι η διαφορά ανάμεσα σε ένα ισοσκελές και ένα ισόπλευρο τρίγωνο;

Smile 0883

Συντομεύσεις

Να επινοήσεις μια σειρά από συντομεύσεις που θα μπορείς να χρησιμοποιείς για να ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΕΙΣ και να ΔΙΑΙΡΕΙΣ με ευκολία.

Για να διαιρέσεις με το πέντε:
Διαιρείς με το δέκα και διπλασιάζεις

π.χ. 32,4:5

32,4

3,24

6,48

Να δώσεις μερικά παραδείγματα, για να δείξεις πώς λειτουργούν οι συντομεύσεις σου.

Για να πολλαπλασιάσεις με το 8: διπλασιάζεις, διπλασιάζεις και διπλασιάζεις πάλι

Πχ 2,3 × 8

2,3

4,6

9,2

18,4

Για να πολλαπλασιάσεις με το 25, πολλαπλασίασε με 100 και...

Θετικό ή Αρνητικό

Smile 0884

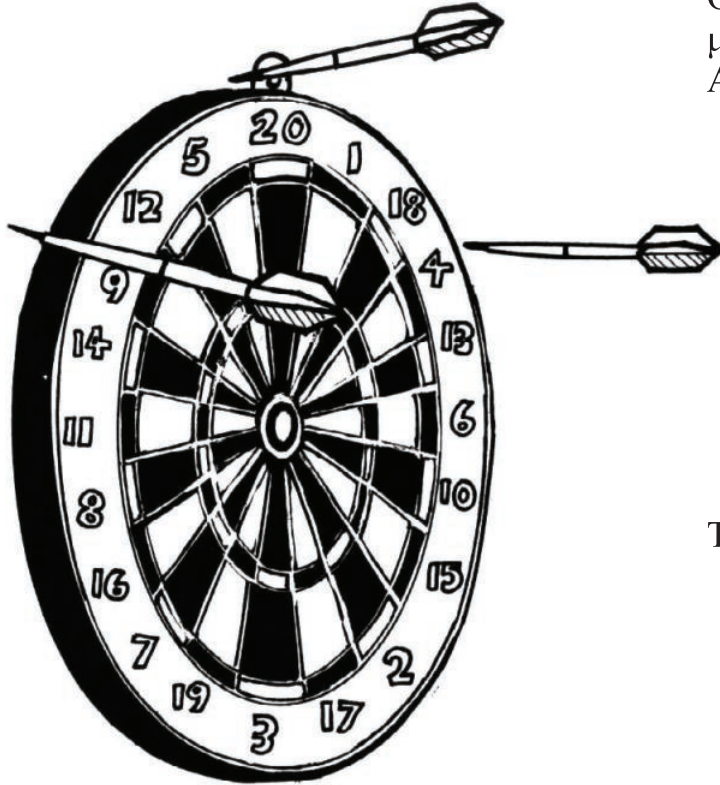
Να εργαστείς με τους πέντε πίνακες αυτού του τεύχους. Είναι όμοιοι με τον πίνακα που έχεις πιθανώς συναντήσει στην κάρτα 0242 «Περιττοί και άρτιοι αριθμοί».

+	Άρτιος	Περιττός
Άρτιος	A	Π
Περιττός	Π	A

Μπορείς να ανακαλύψεις την ομοιότητα, καθώς εργάζεσαι;

Καλός ή κακός;

Όταν έρχεται ένας καινούργιος παίκτης σε μια ομάδα σκοποβολής (π.χ. με βελάκια), μπορεί να είναι είτε ένας «καλός παίκτης» είτε ένας «κακός παίκτης». Αν ο καινούργιος παίκτης είναι καλός, είναι καλό για την ομάδα!



	Έρχεται	Αποχωρεί
Καλός παίκτης	Καλό	Κακό
Κακός παίκτης	Κακό	

Τι θα σκεφθείς, αν φύγει από την ομάδα ένας κακός παίκτης;

Φίλοι και εχθροί

Smile 0884

Ο φίλος ενός εχθρού μας μπορεί να είναι και αυτός εχθρός.

	Φίλος	Εχθρός
Φίλος		Εχθρός
Εχθρός		

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα:

-για το φίλο ενός φίλου
-για τον εχθρό ενός φίλου
-για τον εχθρό ενός εχθρού



Smile 0884

Πάνω ή κάτω

Για να αλλάξεις το συνολικό βάρος ενός αερόστατου, μπορείς είτε να προσθέσεις είτε να αφαιρέσεις σάκους άμμου ή αέριο.

Αν προσθέσεις αέριο, «το βάρος» μειώνεται και το αερόστατο ανεβαίνει ψηλά. (Ξέρεις γιατί;)

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

	Σάκοι άμμου	Αέριο
Πρόσθεση		Πάνω
Αφαίρεση		

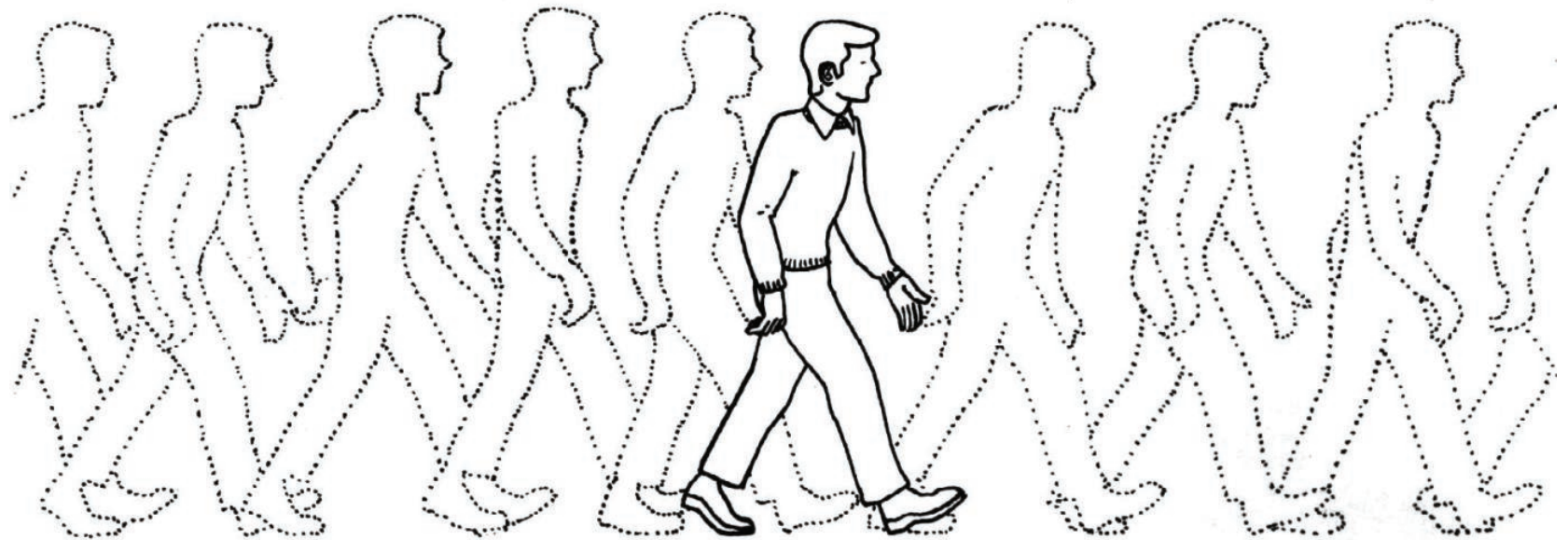


Μπρος ή πίσω;

Υπάρχουν δύο ταινίες: η μία δείχνει έναν άνδρα να προχωρεί προς τα μπρος, η άλλη δείχνει έναν άνδρα να προχωρεί προς τα πίσω.

Τι θα έβλεπες, αν αυτές οι ταινίες προβάλλονταν προς τα πίσω;

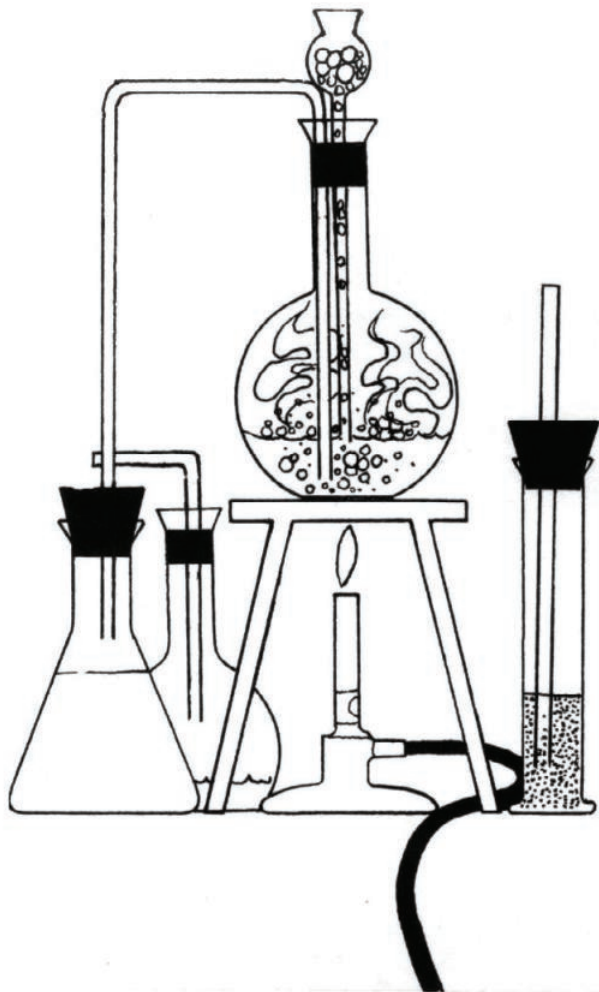
	Περπατάει προς τα μπρος	Περπατάει προς τα πίσω
Προβολή προς τα μπρος	Μπρος	Πίσω
Προβολή προς τα πίσω		



Μειώνεται ή αυξάνεται;

Smile 0884

Σε ένα πείραμα από τις φυσικές επιστήμες μπορούμε να προσθέσουμε ή να απομακρύνουμε καυτό ή κρύο νερό. Η θερμοκρασία του νερού, το οποίο έχει αρχικά θερμοκρασία δωματίου, θα αυξηθεί ή θα μειωθεί;



	Καυτό νερό	Κρύο νερό
Πρόσθεση		
Αφαίρεση		

Τι παρατηρείς και στους πέντε πίνακες;

Τι παρατηρείς για τις κάτω δεξιά γωνίες των πινάκων;

Smile 0884

Να συγκρίνεις τους πέντε πίνακες με τους παρακάτω έξι:
 Ποιος από αυτούς συνοψίζει καλύτερα τους προηγούμενους πέντε;

Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

	+	-
+	+	-
-	-	+

	-	+
-	+	-
+	-	+

	-	+
+	+	-
-	-	+

	+	-
-	+	-
+	-	+

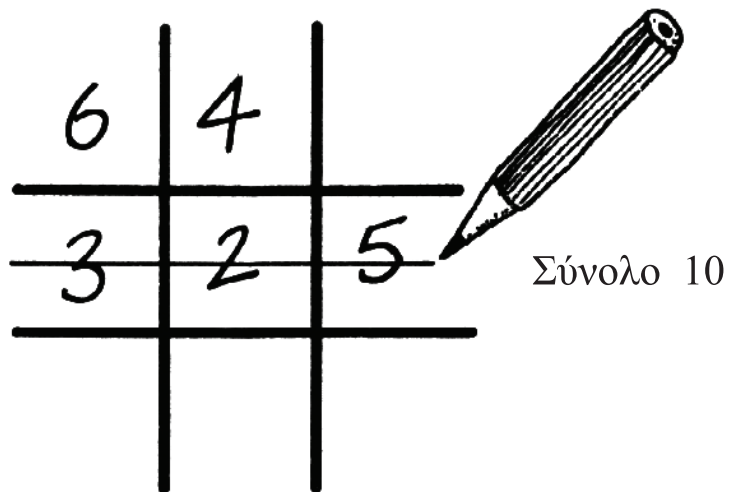
	-	+
+	+	-
-	+	-

	+	-
+	-	+
-	-	+

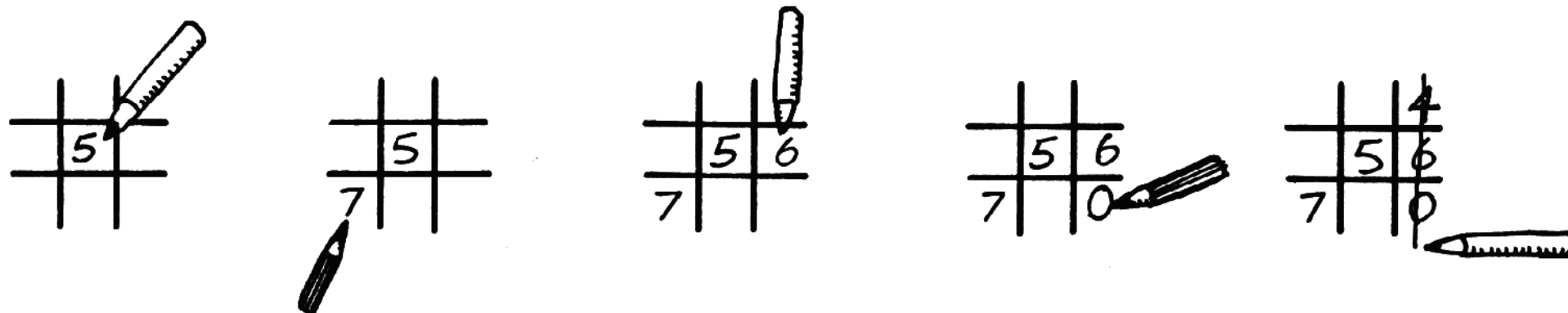
Μπορείς να σκεφτείς άλλες περιπτώσεις, οι οποίες θα έδιναν ένα παρόμοιο αποτέλεσμα;

Τρίλιζα αριθμών

Smile 0885



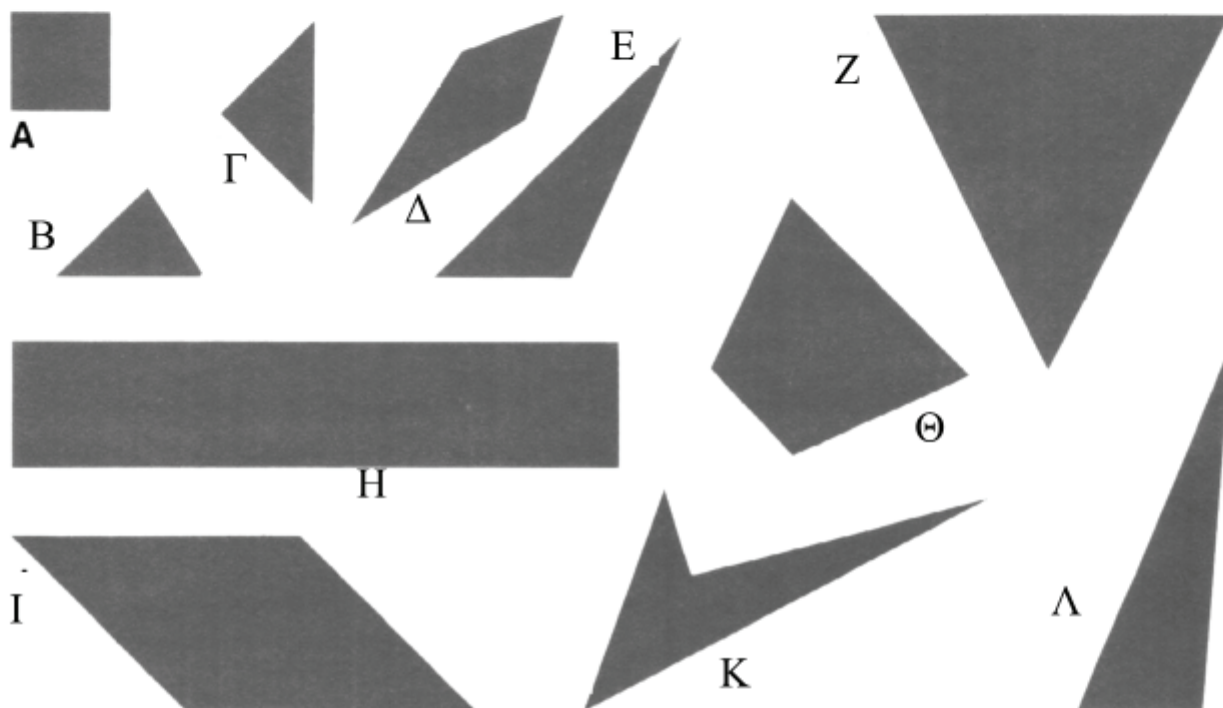
1. Να χρησιμοποιήσετε ο καθένας με τη σειρά έναν από τους αριθμούς 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
2. Δεν πρέπει να χρησιμοποιήσεις τον ίδιο αριθμό δύο φορές.
3. Κερδίζει αυτός που θα συμπληρώσει μια σειρά που να δίνει άθροισμα 10.
4. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις τους αριθμούς των άλλων παικτών.



Δύο ομάδες

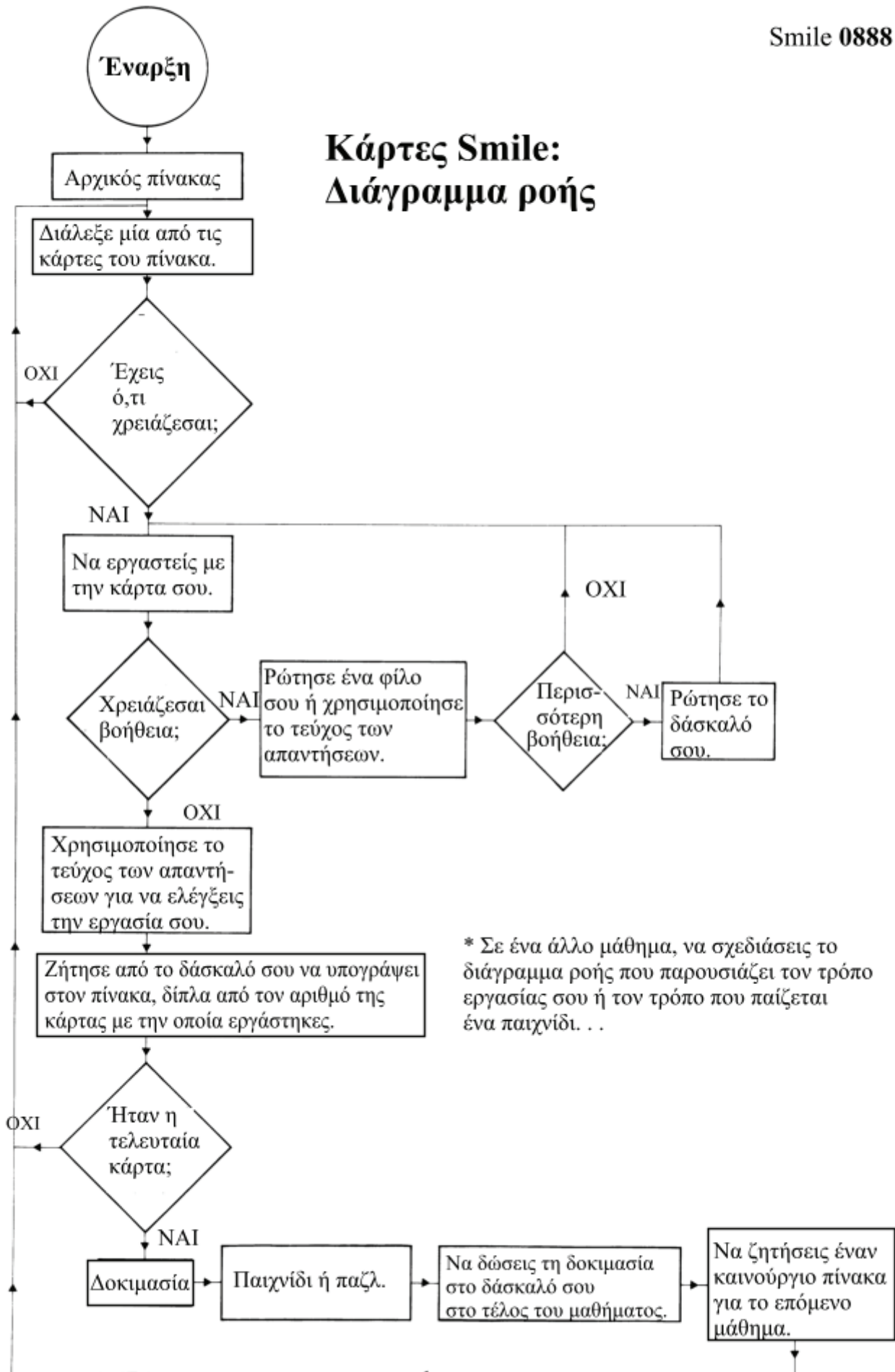
Smile 0886

Να ταξινομήσεις τα παρακάτω σχήματα σε δύο ομάδες και να τα καταχωρήσεις σε δύο πίνακες που θα φτιάξεις στο τετράδιό σου:



Ποιο είναι το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό κάθε ομάδας;

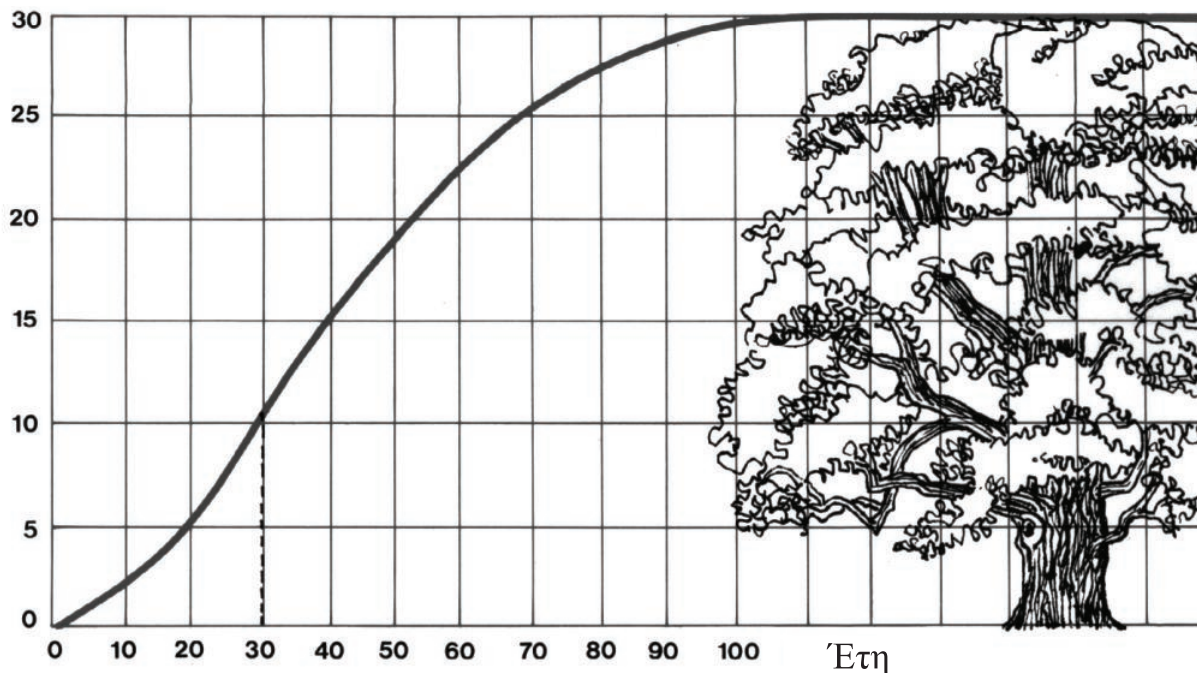
Να ταξινομήσεις τα σχήματα σε δύο ομάδες με όσους περισσότερους τρόπους μπορείς, με βάση χαρακτηριστικά όπως: είναι ορθογώνια, οι πλευρές είναι άνισες, δύο πλευρές είναι ίσες, οι γωνίες είναι ορθές.



ΓΕΡΙΚΗ ΒΕΛΑΝΙΔΙΑ

Smile 0889

Ύψος (μέτρα)



Η γραφική παράσταση παρουσιάζει την ανάπτυξη μιας βελανιδιάς, ξεκινώντας από ένα βελανίδι μέχρι να γίνει ένα πλήρως αναπτυγμένο δέντρο.

1. Πόσο ύψος θα έχει η βελανιδιά στην πλήρη ανάπτυξή της;
Γνωρίζεις κάποιο κτίριο που να έχει ύψος 30 μ.;
2. Πόσο ύψος θα έχει η βελανιδιά μετά από 30 χρόνια;
3. Πόσο ύψος θα έχει η βελανιδιά μετά από 10 χρόνια;
4. Πόσο χρόνο χρειάζεται η βελανιδιά για να φτάσει τα 15 μ.;
5. Πόσο χρόνο χρειάζεται η βελανιδιά για να φτάσει τα 18 μ.;
6. Πότε η βελανιδιά αναπτύσσεται πλήρως;
Πόσο έχει αλλάξει η βελανιδιά σε 10 χρόνια;

Αιώρηση

Smile 0892

Θα χρειαστείς: σπάγκο, κάποιο βαρίδιο, χρονόμετρο με διακόπτη.

Να τοποθετήσεις ένα εκκρεμές, έτσι ώστε να κρέμεται κάθετα.

Να χρησιμοποιήσεις ένα χρονόμετρο με διακόπτη, για να βρεις πόσα δευτερόλεπτα χρειάζεται το εκκρεμές για να κάνει 10 πλήρεις αιωρήσεις.

Να σταματήσεις το χρονόμετρο. Να επαναλάβεις αυτήν τη διαδικασία τρεις φορές. Να φροντίσεις ώστε οι αιωρήσεις να είναι του ίδιου μεγέθους.

10 αιωρήσεις	1η προσπάθεια	2η προσπάθεια	3η προσπάθεια
ΧΡΟΝΟΣ			

Ποιος θα έλεγες ότι είναι ο χρόνος μιας πλήρους αιώρησης;

Το μέγεθος της αιώρησης επηρεάζει το χρόνο;

Να χρονομετρήσεις 10 αιωρήσεις μικρού μεγέθους, 10 αιωρήσεις μεσαίου μεγέθους και 10 αιωρήσεις μεγάλου μεγέθους.



10 αιωρήσεις	Μικρού μεγέθους	Μεσαίου μεγέθους	Μεγάλου μεγέθους
ΧΡΟΝΟΣ			

Θα είναι ίδιος ο χρόνος

.....αν αλλάξεις τη μάζα;

..... αν αλλάξεις το μήκος του σπάγγου;

Να μετρήσεις το χρόνο που χρειάζεται για να γίνουν οι 10 αιωρήσεις, χρησιμοποιώντας έξι διαφορετικού μήκους σπάγκους. Να σχεδιάσεις ένα γράφημα που παρουσιάζει το μήκος του σπάγγου σε σχέση με το χρόνο της αιώρησης. Από το γράφημά σου μπορείς να βρεις ποιο μήκος του σπάγγου θα σου δώσει μια πλήρη αιώρηση σε ένα δευτερόλεπτο;

Επιμήκυνση



Θα χρειαστείς ένα ελατήριο και κάποιο βάρος.

Να τοποθετήσεις το ελατήριο, έτσι ώστε να κρέμεται κάθετα.

Να προσαρμόσεις έναν ελαφρύ δίσκο ζυγίσματος.

Να μετρήσεις το μήκος του ελατηρίου.

Να τοποθετήσεις μια μάζα βάρους 50 γρ. στο δίσκο.

Να μετρήσεις το μήκος που θα αποκτήσει το ελατήριο.

Πόσο έχει αυξηθεί το μήκος του ελατηρίου λόγω της μάζας των 50 γραμμαρίων;

Να βρεις πόσο επιμηκύνεται το ελατήριο από μάζες διαφορετικού βάρους. Να καταγράψεις τα αποτελέσματα σε έναν πίνακα.

Μάζα m (γρ)	Μήκος ελατηρίου l (χιλ)	Επιμήκυνση x (χιλ)
0	■	0
50	■	■
100	■	■

Να παραστήσεις γραφικά τις μεταβολές του μήκους του ελατηρίου l σε συνάρτηση με τις μεταβολές της μάζας m . Να τοποθετήσεις τις τιμές της μάζας στον οριζόντιο άξονα.

Στο ίδιο γράφημα, να παραστήσεις τις επιμηκύνσεις του ελατηρίου x σε συνάρτηση με τις μεταβολές της μάζας m .

Τι μπορείς να πεις συγκρίνοντας τις δύο γραφικές παραστάσεις;
Τι σχέσεις μπορείς να διακρίνεις ανάμεσα:

... στο l και στο x

... στο m και στο x

... στο m και στο l

Προσπάθησε να περιγράψεις αυτές τις σχέσεις με εξισώσεις.

Τι πάχος έχει;

Smile 0896

Τι πάχος έχει ένα κέρμα των 10 λεπτών;

Στην πραγματικότητα είναι πολύ λεπτό και έτσι είναι πολύ δύσκολο να το μετρήσεις.

Κάνε μια στοίβα από 10 κέρματα των 10 λεπτών:
Τι ύψος έχει η στοίβα;
Πόσο πάχος έχει ένα κέρμα;



Τι πάχος έχει μία από αυτές τις καρτέλες;

Πιθανόν θα χρειαστείς 100 καρτέλες.
Πόσο πάχος έχει μία στοίβα 100 καρτελών;
Τι πάχος έχει η μία καρτέλα;



Τι πάχος έχει ένα φύλλο μιλιμετρέ χαρτί;

Θα χρειαστείς τουλάχιστον 100 φύλλα.
(Ένα μπλοκ των 500 φύλλων θα σε διευκολύνει περισσότερο.)

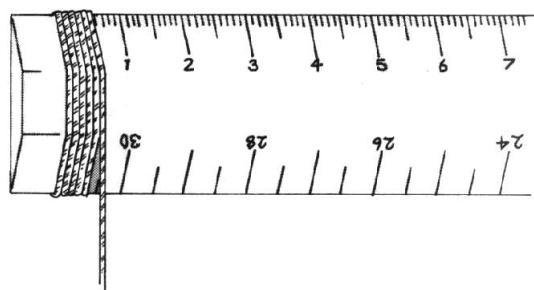
Τι πάχος έχει μία σελίδα του τετραδίου σου;

Smile 0896

Το τετράδιό σου πιθανώς έχει 48 σελίδες - αν τις διπλασιάσεις είναι σχεδόν 100.

Τι πάχος έχει ο σπάγκος;

Τύλιξε αρκετό σπάγκο γύρω από το χάρακα - κράτησε το σπάγκο τεντωμένο και χωρίς κενά ενδιάμεσα.



Να βρεις ακόμη πέντε λεπτά αντικείμενα. *Τι πάχος έχουν;*
Διαφορετικά φύλλα χαρτιού έχουν διαφορετικό πάχος;

Όταν οι επιστήμονες ή οι μηχανικοί χρειάζεται να μετρήσουν πολύ λεπτά αντικείμενα, χρησιμοποιούν ένα μικρόμετρο.

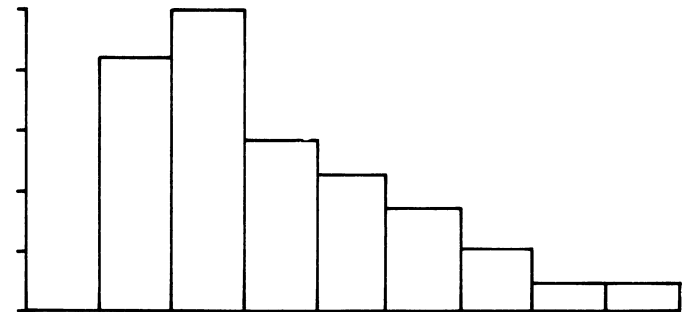
Αν σε ενδιαφέρει, αναζήτησε τον τρόπο.

Smile 0897

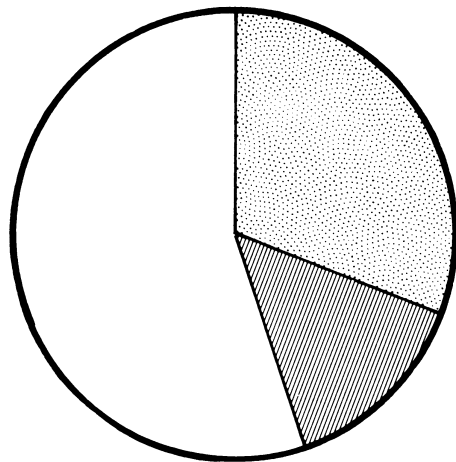
Αναπαράσταση δεδομένων με τρεις τρόπους



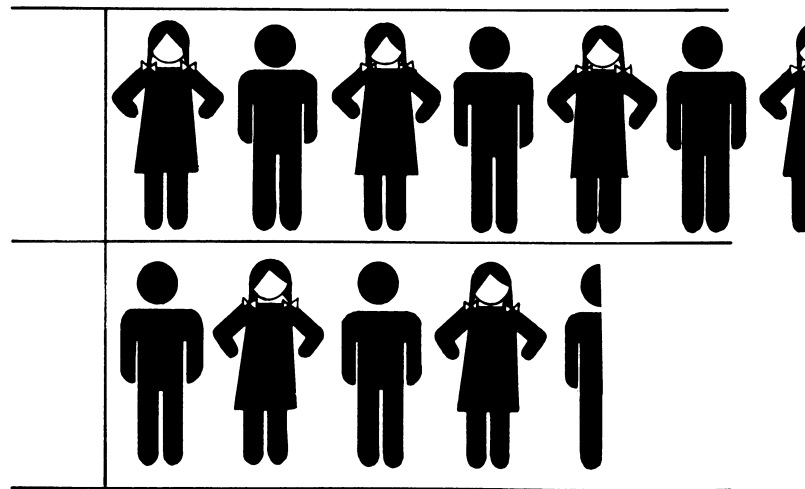
Ορθογώνιο διάγραμμα



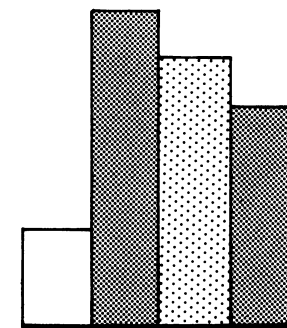
Ιστόγραμμα



Κυκλικό διάγραμμα



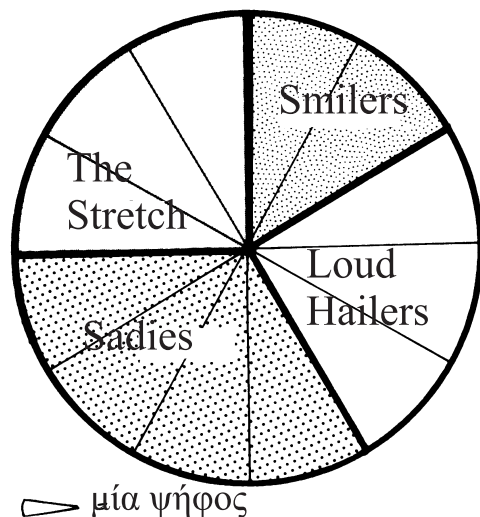
Εικονογράφημα



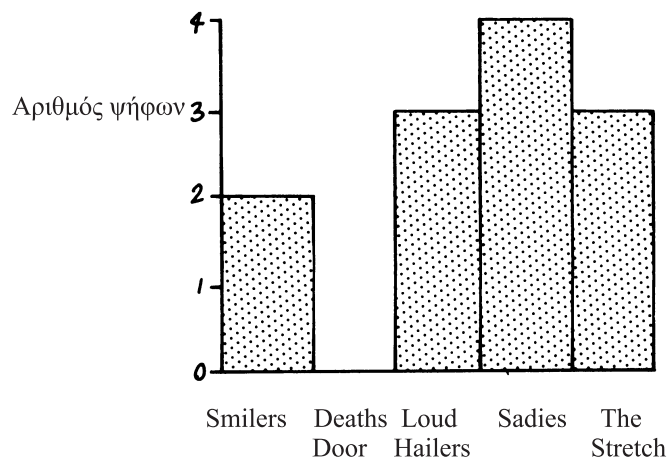
Ραβδόγραμμα

Smile 0897

Ζητήθηκε από κάποιους φίλους να ψηφίσουν το ροκ συγκρότημα (ή τα συγκροτήματα) που θα ήθελαν να παρακολουθήσουν. Μπορούσαν να επιλέξουν ανάμεσα σε πέντε συγκροτήματα και να ψηφίσουν περισσότερα από ένα.



1. Πόσες ψήφους πήραν οι Smilers;
2. Πόσες ψήφους πήρε το κάθε συγκρότημα;
3. Σε πόσες μοίρες αντιστοιχεί η κάθε ψήφος;
4. Τι μέρος των ψήφων πήγε στους The Stretch;
5. Τα $\frac{2}{12}$ των ψήφων πήγαν στους Smilers, έτσι, το κομμάτι που τους αναλογεί στο κυκλικό διάγραμμα είναι 60° .
 Να γράψεις ένα παρόμοιο σχόλιο για τους Sadies.



6. Ποιες επιπλέον πληροφορίες παρέχει το ιστόγραμμα, σε σχέση με το κυκλικό διάγραμμα;

Smile 0897

«See You» SMILERS	
«Rat a tat» DEATHS DOOR	
«Come on over» LOUD HAILERS	
«Look back» SADIES	
«Love me, too» The Stretch	

Αυτό το διάγραμμα παρουσιάζει τις πωλήσεις των τελευταίων CDs των 5 αυτών συγκροτημάτων.

Αντιστοιχεί σε 10.000 CDs.

7. Τι παριστάνει το
8. Τι παριστάνει το
9. Αν εργαζόσουν σε ένα δισκοπωλείο, ποιο CD θα φρόντιζες να έχεις οπωσδήποτε;
10. Πόσα CDs από κάθε συγκρότημα πουλήθηκαν;
11. Πόσα CDs πουλήθηκαν συνολικά;
12. Το CD των Loud Hailers «Come on over» κατέλαβε τα 3/15 του συνόλου των πωλήσεων.
 Τι κλασματικό μέρος του συνόλου κατέλαβε το CD των Sadie «Look back»;

Γύρισε σελίδα

Smile 0897

13. Να συγκρίνεις τα τρία διαγράμματα. Ποια είναι η επικρατούσα τιμή σε κάθε περίπτωση;
14. Να συγκρίνεις τα τρία διαγράμματα. Ποια είναι η διαφορά ανάμεσα στις επιλογές των 12 φίλων και στις πωλήσεις των CDs;
15. Ποιο διάγραμμα δείχνει με τον καλύτερο τρόπο τη δημοτικότητα των συγκροτημάτων;

Μια έρευνα για αυτά τα πέντε συγκροτήματα πρόκειται να γίνει από το περιοδικό «Ροκ».

Οι 33 από τις 100 ψήφους αναμένεται να είναι για το συγκρότημα Sadies. Οι φίλοι του περιοδικού μπορούν να ψηφίσουν περισσότερα από ένα γκρουπ.

16. Τι ποσοστό επί τοις 100 περιμένεις να ψηφίσει υπέρ των Loud Hailers;
Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.



Αφαίρεση με κρατούμενο

Smile 0904

Μπορείς να βρεις πόσο κάνει 63-47 χωρίς να χρησιμοποιήσεις κυβάρια;

$$\begin{array}{r} \Delta \text{ M} \\ 6 \ 3 \\ - 4 \ 7 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

7 μονάδες από 3 μονάδες
δεν αφαιρούνται.

$$\begin{array}{r} \overset{5}{\cancel{6}} \ 3 \\ - 4 \ 7 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

Μετατρέπω 1 από τις δεκάδες
σε μονάδες.
Έτσι, έχω 5 δεκάδες και
13 μονάδες.

$$\begin{array}{r} \overset{5}{\cancel{6}} \ 3 \\ - 4 \ 7 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$$

7 από 13 - τώρα μπορείς
να το κάνεις!

$$\begin{array}{r} \overset{5}{\cancel{6}} \ 3 \\ - 4 \ 7 \\ \hline 1 \ 6 \\ \hline \end{array}$$

4 δεκάδες από 5 δεκάδες,
μένει 1 δεκάδα.

Γύρισε σελίδα

Smile 0904

Προσπάθησε να υπολογίσεις τα παρακάτω χωρίς να χρησιμοποιήσεις κυβάρια:

$$\begin{array}{r} 66 \\ -18 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 91 \\ -72 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ -127 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 125 \\ - 53 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 461 \\ -295 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 703 \\ - 25 \\ \hline \end{array}$$

Αν χρειάζεσαι περισσότερη εξάσκηση, μπορείς να φτιάξεις μερικά δικά σου παραδείγματα.

Σπαζοκεφαλιές με ντόμινο

Smile 0905

Θα χρειαστείς ένα σετ από ντόμινο ή το φύλλο εργασίας 0905Α.

Να τοποθετήσεις τα 28 ντόμινο πάνω στο πλέγμα σε αντιστοιχία με τους αριθμούς.

Κάποια από τα ντόμινο είναι πιθανό να τοποθετηθούν πλάγια ή ανάποδα.

Τα παζλ 2, 3 και 4 παρουσιάζουν μεγαλύτερη δυσκολία.

Δεν χρειάζεται να ασχοληθείς με όλα.

							2	2				
0	0			1	1		2	2		3	3	
0	0	2	2	1	1	3	3	5	5	3	3	
6	6	2	2	4	4	3	3	5	5	0	0	
6	6			4	4	6	6	1	1	0	0	
				5	5	6	6	1	1	4	4	
				5	5					4	4	



Smile 0905

	1	1	2	2	3	3					
	1	1	2	2	3	3					
	5	5	2	2	0	0	4	4	5	5	
	5	5	2	2	0	0	4	4	5	5	
0	0	4	4	6	6	1	1	3	3	6	6
0	0	4	4	6	6	1	1	3	3	6	6



0	0	2	2	3	3	1	1
0	0	2	2	3	3	1	1
	1	1	4	4	5	5	
	1	1	4	4	5	5	
	6	6	4	4	0	0	
	6	6	4	4	0	0	
2	2	5	5	6	6	3	3
2	2	5	5	6	6	3	3

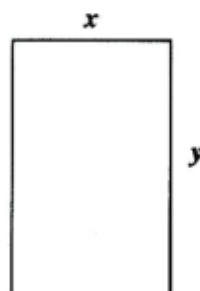
Smile 0905



6	3	3	3	3	0	5
6	1	1	1	1	0	5
6	4	4	4	4	0	5
6	2	2	2	2	0	5
6	1	1	1	1	3	4
6	5	5	5	5	3	4
6	2	2	2	2	3	4
6	0	0	0	0	3	4

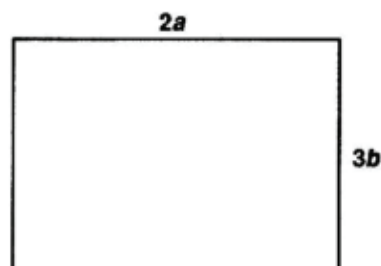
E Το **εμβαδόν** του ορθογωνίου παραλληλογράμου της εικόνας είναι **24**.

Να δώσεις κάποιες πιθανές τιμές για τα x και y .



F Η **περίμετρος** του ορθογωνίου παραλληλογράμου της εικόνας είναι **30**.

Να δώσεις κάποιες πιθανές τιμές για τα a και b .



Το μήκος με γράμματα!

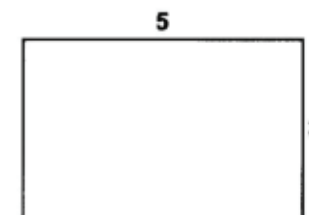
Smile 0982

Όλες οι μετρήσεις σε αυτή τη δραστηριότητα δίνονται σε εκατοστά. Τα διαγράμματα δεν έχουν σχεδιαστεί σε κλίμακα.

Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο της εικόνας έχει μήκος **5** και πλάτος **3**.

Το **εμβαδόν** του συγκεκριμένου ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι $5 \times 3 = 15$

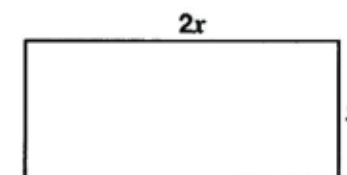
Η **περίμετρος** του συγκεκριμένου ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι $5 + 3 + 5 + 3 = 16$



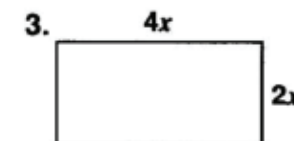
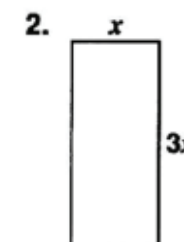
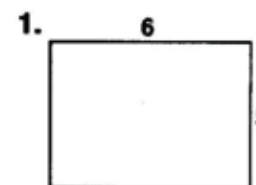
Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο της εικόνας έχει μήκος 2χ και πλάτος χ .

Το **εμβαδόν** του είναι $2\chi \times \chi = 2\chi^2$

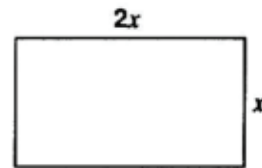
Η **περίμετρός** του είναι $2\chi + \chi + 2\chi + \chi = 6\chi$



A Να βρεις (α) το **εμβαδόν** και (β) την **περίμετρο** για τα τρία ορθογώνια παραλληλόγραμμο που ακολουθούν.



Το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου της εικόνας είναι $2x^2$



Ποια είναι η τιμή του x , αν το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι **18**;

$$\begin{aligned} 2x^2 &= 18 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \sqrt{9} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Όταν εκφράζουμε το μήκος με γράμματα

Στις περιμέτρους:

οι όροι περιέχουν ένα μόνο γράμμα

π.χ. $10x$ ή $2a + 3b$

Στο εμβαδόν:

Οι όροι περιέχουν διπλά γράμματα

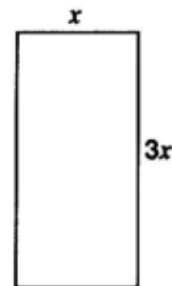
π.χ. $2ab$ ή x^2 ($x \cdot x$)

Δ Για το κάθε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, ποιος από τους τύπους είναι:

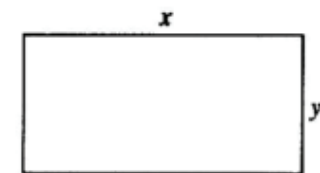
- α) του **εμβαδού**;
- β) της **περιμέτρου**;

Β Ποια είναι η τιμή του x , αν το **εμβαδόν** του ορθογωνίου είναι:

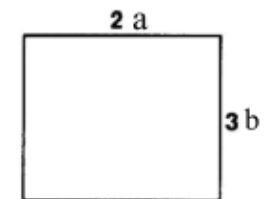
- 1. 12;
- 2. 27;
- 3. 75;
- 4. 3;



- 1. xy
 $2(x + y)$

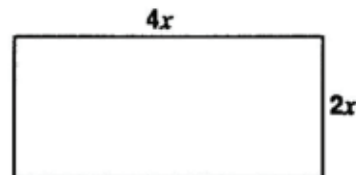


- 2. $2(2a + 3b)$
 $6ab$

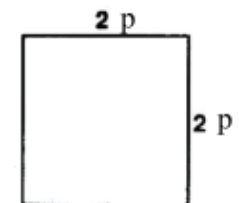


Γ Ποια είναι η τιμή του x , αν η **περίμετρος** του ορθογωνίου είναι:

- 1. 24;
- 2. 36;
- 3. 30;
- 4. 60;
- 5. 6;

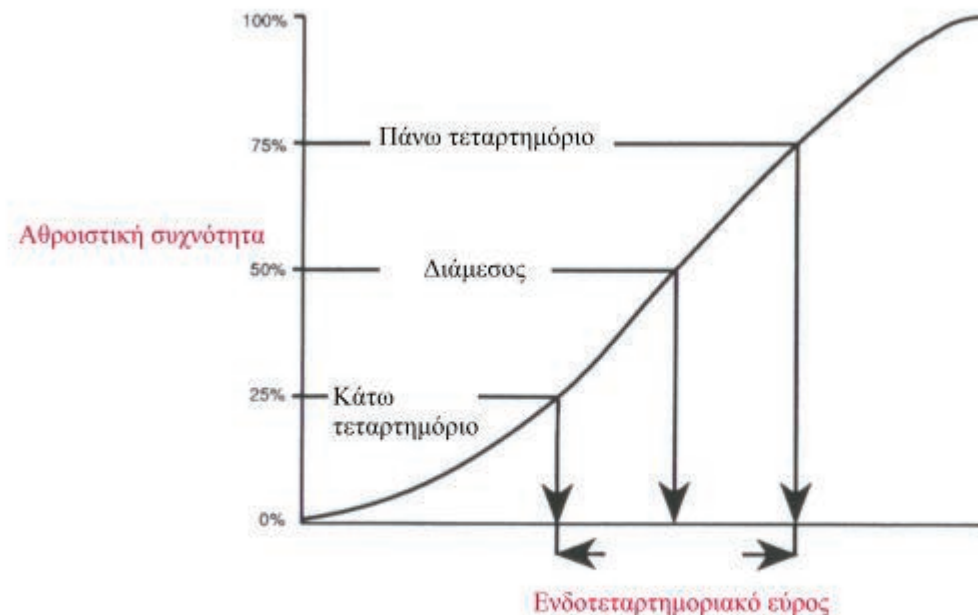


- 3. $8p$
 $4p^2$



Αθροιστική συχνότητα και τεταρτημόρια

Η δραστηριότητα αφορά τις καμπύλες αθροιστικής συχνότητας και τα τεταρτημόρια. Όταν μια διατεταγμένη κατανομή χωρίζεται σε τέσσερα τέταρτα, τα τέταρτα ονομάζονται τεταρτημόρια. Κάθε τεταρτημόριο περιέχει το ένα τέταρτο της συνολικής συχνότητας στην κατανομή. Αυτές οι πληροφορίες παρέχονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Η διαφορά ανάμεσα στο πάνω και στο κάτω τεταρτημόριο

Το ύψος 154 μαθητών μετρήθηκε κατά προσέγγιση εκατοστού.

Ύψος	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172
Συχνότητα	4	5	6	9	16	22	27	25	18	11	6	3	2

Το άνω φράγμα για το ύψος μαθητών στην ομάδα των 164 εκ. είναι 164,5 εκ.

1. Ποιο είναι το άνω φράγμα για το ύψος μαθητών στην ομάδα των 160 εκ.;

Οι πληροφορίες μπορούν να ταξινομηθούν με τέτοιο τρόπο, ώστε να δείχνουν τον αριθμό των μαθητών που βρίσκονται κάτω από οποιοδήποτε καθορισμένο ύψος. Αυτό ονομάζεται **αθροιστική συχνότητα**.

2. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα αθροιστικής συχνότητας.

Ύψος	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Ύψη μαθητών που υποδεικνύονται από την αθροιστική συχνότητα
160	4	4	$<160\cdot 5\text{εκ.}$
161	5	9	$<161\cdot 5\text{εκ.}$
162	6	15	$<162\cdot 5\text{εκ.}$
163	9	24	

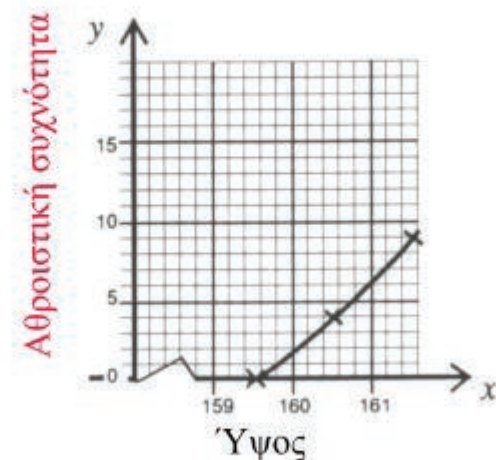
Με τι πρέπει να ισούται η τελευταία καταχώρηση στη στήλη της αθροιστικής συχνότητας;

Να χρησιμοποιήσεις αυτές τις πληροφορίες, για να ελέγξεις το δικό σου πίνακα αθροιστικής συχνότητας.

Οι πληροφορίες του πίνακα αθροιστικής συχνότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν, για να σχεδιαστεί μια καμπύλη αθροιστικής συχνότητας.

Η αθροιστική συχνότητα σημειώνεται στο άνω φράγμα κάθε ομάδας.

3. Γιατί το σημείο $(159,5, 0)$ ανήκει στην καμπύλη;



4. Να χαράξεις ένα ζεύγος ορθογώνιων αξόνων με τιμές στον άξονα των x από 159 εκ. ως 173 εκ. και στον άξονα των y από 0 ως 154 εκ.
Να σχεδιάσεις την καμπύλη αθροιστικής συχνότητας.

5. Να χρησιμοποιήσεις την καμπύλη αθροιστικής συχνότητας, για να βρεις:

α) το ύψος που αντιστοιχεί στη διάμεσο

β) το κάτω τεταρτημόριο

γ) το άνω τεταρτημόριο

δ) το ενδοτεταρτημοριακό εύρος.

Δύο μηχανές X και Ψ παράγουν μεταλλικές ράβδους με διάμετρο 12 χιλ.
Από κάθε μηχανή λαμβάνονται 100 δείγματα. Οι μετρήσεις, κατά προσέγγιση δέκατου του χιλιοστού, είναι:

Διάμετρος (χιλ)	11·5	11·6	11·7	11·8	11·9	12·0	12·1	12·2	12·3	12·4
Συχνότητα για τη μηχανή X	0	0	3	8	11	20	20	18	15	5
Συχνότητα για τη μηχανή Ψ	1	0	4	9	13	31	30	9	2	1

6. α) Να κατασκευάσεις τον πίνακα αθροιστικής συχνότητας και να σχεδιάσεις την καμπύλη αθροιστικής συχνότητας για τα αποτελέσματα από κάθε μηχανή.
- β) Να χρησιμοποιήσεις τη γραφική σου παράσταση για να βρεις μια τιμή για το ενδοτεταρτημοριακό εύρος σε κάθε περίπτωση.
- γ) Να συγκρίνεις την αξιοπιστία των μηχανών.

Άλλοι τρόποι περιγραφής των καμπύλων αθροιστικής συχνότητας είναι: πολύγωνα αθροιστικής συχνότητας ή αθροιστικό διάγραμμα. Το αθροιστικό διάγραμμα είναι όρος που χρησιμοποιείται στην αρχιτεκτονική.

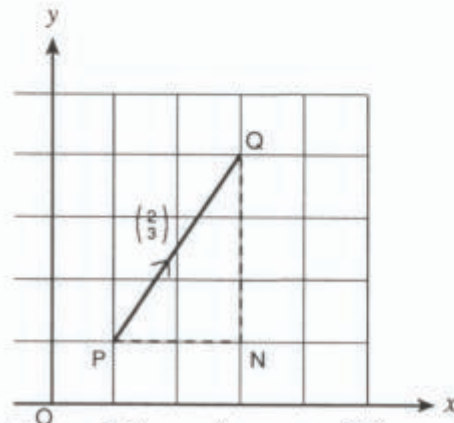
Μέτρο Διανύσματος

Ένα διάνυσμα καθορίζεται από το μέτρο (μήκος) και τη φορά.

A $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Το τρίγωνο PQN έχει μια ορθή γωνία στο σημείο N.

1. Ποιο είναι το μήκος του PN;
2. Ποιο είναι το μήκος του QN;
3. Να χρησιμοποιήσεις το Πυθαγόρειο θεώρημα, για να υπολογίσεις το μέτρο (μήκος) του διανύσματος \vec{PQ} .



B Να βρεις το μέτρο των παρακάτω διανυσμάτων. Μπορείς να σχεδιάσεις διαγράμματα:

1. $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

Γ Να βρεις το μέτρο των παρακάτω διανυσμάτων:

1. $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Δ Να βρεις το μέτρο των παρακάτω διανυσμάτων:

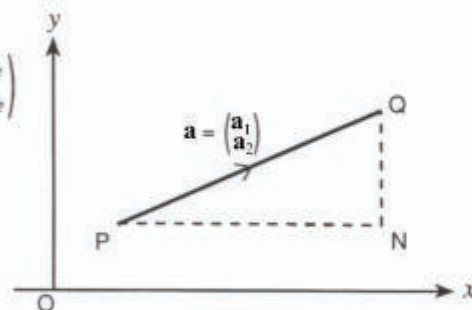
1. $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ε Στο διπλανό διάγραμμα, το διάνυσμα $\vec{PQ} = \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

Να βρεις το μήκος των

1. PN 2. QN

Να βρεις το μέτρο του διανύσματος \vec{PQ} σε σχέση με τα a_1 και a_2 .



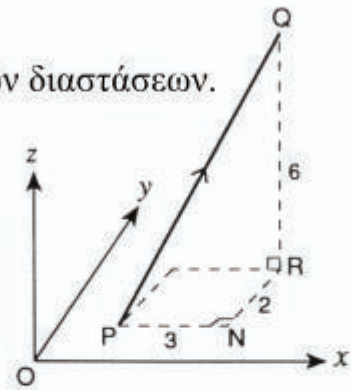
ΣΤ Τα $\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ b \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} c \\ -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -5 \\ d \end{pmatrix}$ είναι διανύσματα μήκους 5.

Να βρεις την τιμή των a , b , c και d .

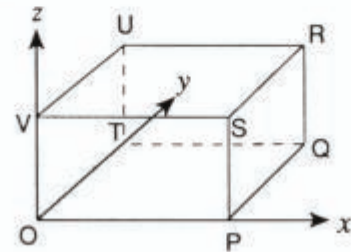
Γύρισε σελίδα

Ζ Το διάνυσμα $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ είναι ένα διάνυσμα τριών διαστάσεων.

1. Να υπολογίσεις το μήκος PR.
2. Να χρησιμοποιήσεις το ορθογώνιο τρίγωνο PRQ, για να υπολογίσεις το μέτρο του διανύσματος \vec{PQ} .
3. Να υπολογίσεις το μήκος QN.
4. Είναι το QNP ορθογώνιο τρίγωνο;
5. Να υπολογίσεις το μέτρο του διανύσματος \vec{PQ} , χρησιμοποιώντας την τιμή μήκους του QN που έχεις βρει. Να ελέγξεις αν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τους δύο τρόπους υπολογισμού του μήκους του διανύσματος \vec{PQ} , συμπίπτουν.
6. Αληθεύει ότι $= 3^2 + 2^2 + 6^2$;



Η Το διάνυσμα \vec{OR} είναι διαγώνιος σε ένα κουτί. Τα ευθύγραμμα τμήματα OP, OT και OV βρίσκονται κατά μήκος των αξόνων x, y, z.



Αν για το διάνυσμα \vec{OR} ισχύει $\vec{OR} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, τότε ποιο είναι το μήκος των:

1. OV, 2. OP, 3. OT, 4. PS, 5. OS

Να χρησιμοποιήσεις την ισότητα $OR^2 = OS^2 + SR^2$ που ισχύει στο ορθογώνιο τρίγωνο OSR, για να εκφράσεις το OR^2 σε σχέση a_1 , a_2 , a_3 με τα

Αν $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, τότε το μήκος του $\mathbf{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

Αν το διάνυσμα \mathbf{a} είναι τριών διαστάσεων και ισχύει ότι $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, τότε το μέτρο του είναι: $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

Θ Να βρεις: 1. Το $(PQ)^2$ αν $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 2. Το $(HK)^2$ αν $\vec{HK} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 12 \end{pmatrix}$

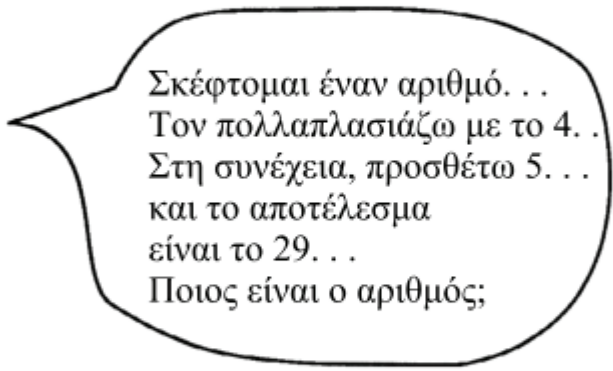
3. Το μήκος των PQ και HK.

Ι Να υπολογίσεις το μέτρο των παρακάτω διανυσμάτων:

1. $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Smile 1081

Σπαζοκεφαλιές



Σκέφτομαι έναν αριθμό. . .
Τον πολλαπλασιάζω με το 4. .
Στη συνέχεια, προσθέτω 5. . .
και το αποτέλεσμα
είναι το 29. . .
Ποιος είναι ο αριθμός;

Ίσως μπορείς να βρεις τη λύση της σπαζοκεφαλιάς με το νου, αλλά θα ήταν χρήσιμο να παρουσιάσεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκες.

Να λύσεις τις σπαζοκεφαλιές που υπάρχουν στην κάρτα. Στην τελευταία σελίδα υπάρχουν κάποιες υποδείξεις για να λύσεις τις εξισώσεις με διαφορετικούς τρόπους.

Σπαζοκεφαλιά Α

Smile 1081

1. Όταν πολλαπλασιάσεις έναν αριθμό με το 3 και προσθέσεις το 6, το αποτέλεσμα είναι 33. Ποιος είναι ο αριθμός;
2. Όταν πολλαπλασιάσεις έναν αριθμό με το 7 και προσθέσεις το 5, το αποτέλεσμα είναι 61. Ποιος είναι ο αριθμός;
3. Σκέφτηκα έναν αριθμό, τον πολλαπλασίασα με το 8 και πρόσθεσα 3. Το αποτέλεσμα ήταν 35. Ποιος ήταν ο αριθμός;
4. Σκέφτηκα έναν αριθμό, τον πολλαπλασίασα με το 6, πρόσθεσα το 9 και το αποτέλεσμα ήταν 51. Ποιος ήταν ο αριθμός;
5. Εάν ένας αριθμός πολλαπλασιαστεί με το 7 και στο γινόμενο προστεθεί ο αριθμός 10, το αποτέλεσμα θα είναι 59. . . Να βρεις τον αριθμό.

Smile 1081

Σπαζοκεφαλιά Β

Σε αυτές τις σπαζοκεφαλιές πρέπει να γράψεις τη σωστή εξίσωση για κάθε ερώτηση.

1. Έξι σακουλάκια ρύζι και 5 κιλά πατάτες ζυγίζουν μαζί 23 κιλά.
Πόσο ζυγίζει το κάθε σακουλάκι ρύζι;
2. Οκτώ όμοια βιβλία και ένα μολύβι του 1 ευρώ κοστίζουν μαζί 33 ευρώ.
Ποιο είναι το κόστος του ενός βιβλίου;
3. Ο Νίκος αγόρασε ένα παντελόνι τζιν προς 32 ευρώ, ένα ζευγάρι πιτζάμες με 41 ευρώ και τέσσερα ζευγάρια κάλτσες. Ο λογαριασμός ήταν 89 ευρώ. Πόσο κάνει το ένα ζευγάρι κάλτσες;
4. Ο Βασίλης αγόρασε 12 μέτρα ύφασμα. Έφτιαξε 6 πουκάμισα του ίδιου μεγέθους και του έμειναν 3 μέτρα.
Πόσα μέτρα ύφασμα χρειάστηκε για να ράψει το 1 πουκάμισο;
5. Η Μαριάνα και τα τρία παιδιά της πήγαν για μπάνιο.
Τα παιδιά πλήρωσαν μισό εισιτήριο. Το συνολικό κόστος ήταν 10 ευρώ.
Πόσο πλήρωσε το κάθε παιδί;

Smile 1081

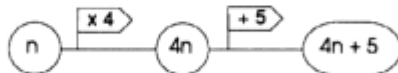
Υποδείξεις

Σκέφτομαι έναν αριθμό. . .
 Πολλαπλασιάζω με το 4. . .
 Στη συνέχεια, προσθέτω 5. . .
 Το αποτέλεσμα είναι 29.
 Ποιος είναι ο αριθμός;

Βάλτε ένα γράμμα, για παράδειγμα το n , στη θέση ενός αριθμού.

Χρησιμοποιώντας σημαίες:

Να φτιάξεις ένα διάγραμμα με σημαίες.



Η απάντηση είναι 29, έτσι $4n + 5 = 29$

Να αντιστρέψεις το διάγραμμα για να βρεις την τιμή του n .



Έτσι, $n = 6$

Χρησιμοποιώντας εξισώσεις

Να σχηματίσεις την εξίσωση.

Να πολλαπλασιάσεις τον αριθμό με το 4. $4n$
 Στη συνέχεια να προσθέσεις 5. $4n+5$
 Η απάντηση είναι 29. $4n+5=29$

Να λύσεις την εξίσωση.

Να αφαιρέσεις 5 και από τα δύο μέρη.
 $4n+5-5=29-5$
 $4n=24$

Να διαιρέσεις και τα δύο μέρη με το 4.
 $\frac{4n}{4} = \frac{24}{4}$

$$n = 6$$

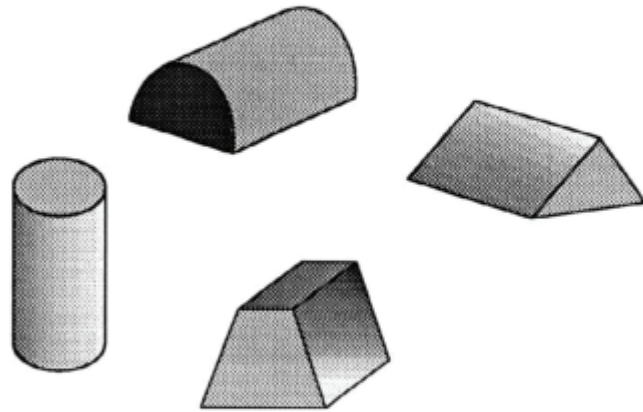
Όποια μέθοδο και αν χρησιμοποιήσεις, να ελέγξεις αν ισχύει:

$$(4 \times 6) + 5 = 29$$

Όγκος πρισμάτων

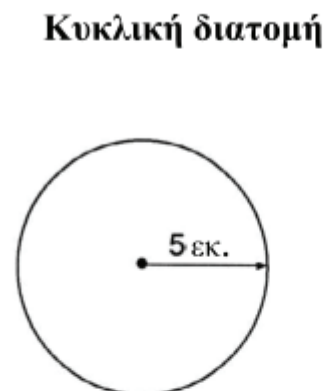
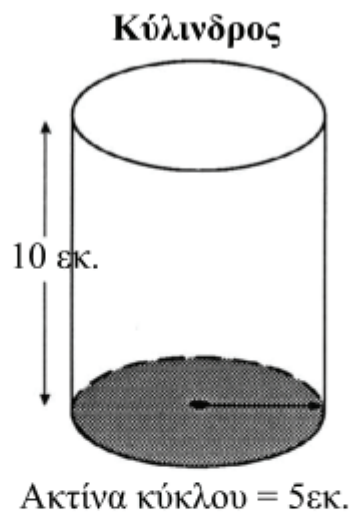
Τα στερεά της εικόνας είναι **πρίσματα**.

Πρίσμα είναι το στερεό που έχει **ομοιόμορφη διατομή** (εγκάρσια τομή).



Ο όγκος ενός πρίσματος βρίσκεται αν **πολλαπλασιάσουμε το εμβαδόν της ομοιόμορφης διατομής με το ύψος**.

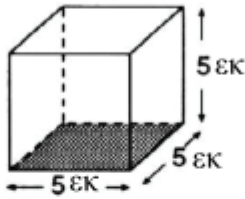
Ο κύλινδρος είναι ένα πρίσμα. Η διατομή του είναι ένας κύκλος.



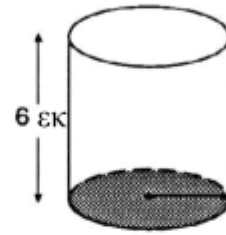
$$\begin{aligned} \text{Όγκος του κυλίνδρου} &= \text{Εμβαδόν κύκλου} \times \text{ύψος} \\ &= \pi r^2 \times h \\ &= \pi \times 5^2 \times 10 \\ &= 785,4 \text{ cm}^3 (\text{κυβικά εκατοστά}) \text{ (με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου)} \end{aligned}$$

Να υπολογίσεις τον όγκο καθενός από τα ακόλουθα πρίσματα.
(Δεν έχουν σχεδιαστεί σε κλίμακα.)

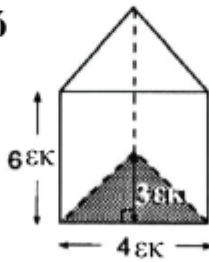
1. Κύβος



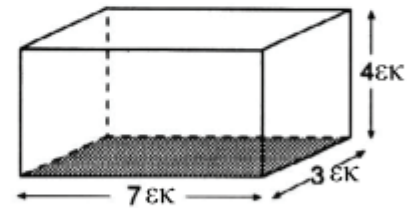
2. Κύλινδρος



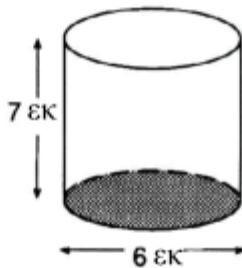
3. Τριγωνικό πρίσμα



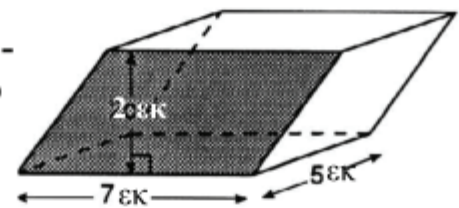
4. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



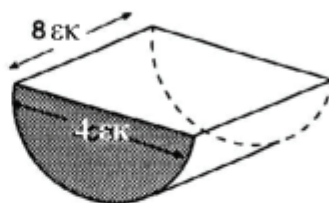
5. Κύλινδρος



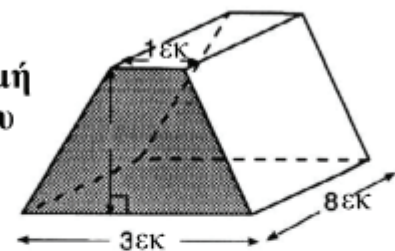
6. Πλάγιο παραλληλεπίπεδο



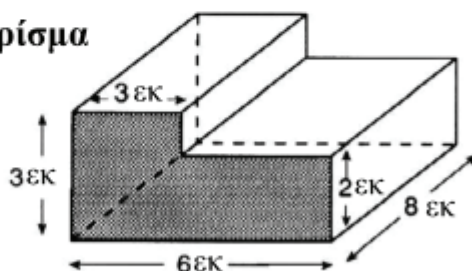
7. Πρίσμα με διατομή ημικυκλίου



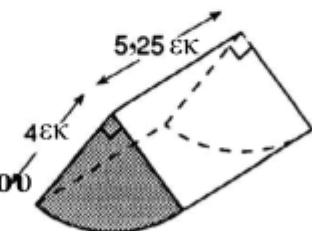
8. Πρίσμα με διατομή τραπεζίου



9. L πρίσμα



10. Πρίσμα με διατομή κυκλικού τεταρτημόριου



Από τα κλάσματα στα ποσοστά

Smile 1097

A

ως ισοδύναμο κλάσμα
 με παρονομαστή το 100 $\frac{9}{20} \xrightarrow{\left(\frac{9 \times 5}{20 \times 5} = \frac{45}{100}\right)}$ $\frac{45}{100}$ ως δεκαδικός \rightarrow 0,45 ως ποσοστό \rightarrow 45%

Για καθένα από τα παρακάτω κλάσματα, να βρεις:

- το ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 100
- το δεκαδικό αριθμό
- το ποσοστό

- 1) $\frac{19}{20}$ 2) $\frac{13}{20}$ 3) $\frac{3}{5}$ 4) $\frac{18}{25}$ 5) $\frac{23}{25}$

ως ισοδύναμο κλάσμα
 με παρονομαστή το 100 $\frac{42}{60} \xrightarrow{\left(\frac{42 : 6}{60 : 6} = \frac{7 \times 10}{10 \times 10} = \frac{70}{100}\right)}$ $\frac{70}{100}$ ως δεκαδικός \rightarrow 0,7 ως ποσοστό \rightarrow 70%

Για καθένα από τα παρακάτω κλάσματα, να βρεις:

- το ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 100
- το δεκαδικό αριθμό
- το ποσοστό

- 6) $\frac{36}{60}$ 7) $\frac{69}{75}$ 8) $\frac{26}{40}$ 9) $\frac{102}{120}$ 10) $\frac{117}{180}$

B Να γράψεις τα παρακάτω κλάσματα ως:

- δεκαδικούς αριθμούς
- ποσοστά

- 1) $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{3}{8}$ 3) $\frac{5}{8}$ 4) $\frac{7}{8}$ 5) $\frac{1}{16}$

Γύρισε σελίδα

- Γ Ένας αριθμός αυτοκινήτων με παλαιότητα 4 ετών πέρασαν από τεστ καυσαερίων. Μερικά απέτυχαν.

Στο συνεργείο Α, δοκιμάστηκαν 150 αυτοκίνητα και τα 42 απέτυχαν. 42 στα 100 αυτοκίνητα απέτυχαν.

$$\frac{42}{150} = 0,28 = 28\%$$

Το ποσοστό των αυτοκινήτων που απέτυχαν στο τεστ στο συνεργείο Α ήταν 28%.

Αυτός ο πίνακας μας δίνει τον αριθμό των αυτοκινήτων που απέτυχαν στο τεστ σε κάθε συνεργείο.

Συνεργείο	Αριθμός ελέγχων	Αριθμός αποτυχιών
A	150	42
B	320	128
Γ	180	54
Δ	480	84
E	72	27
Z	256	64

- Να βρεις το ποσοστό των αυτοκινήτων που απέτυχαν στον έλεγχο καυσαερίων σε κάθε συνεργείο.
- Σε ποιο συνεργείο θα πήγαινες εσύ; Εξήγησε τους λόγους.

- Δ Ένας αριθμός νοικοκυριών σε έξι πόλεις ρωτήθηκαν αν έχουν συσκευή βίντεο.

Πόλεις	Αριθμός νοικοκυριών	Έχουν βίντεο
A	8000	6400
B	6000	2220
Γ	7500	2100
Δ	15000	2550
E	21000	11970
Z	3800	1140

- Να βρεις το ποσοστό των νοικοκυριών που έχουν βίντεο, από αυτά που ρωτήθηκαν σε κάθε πόλη.

Περιστροφή

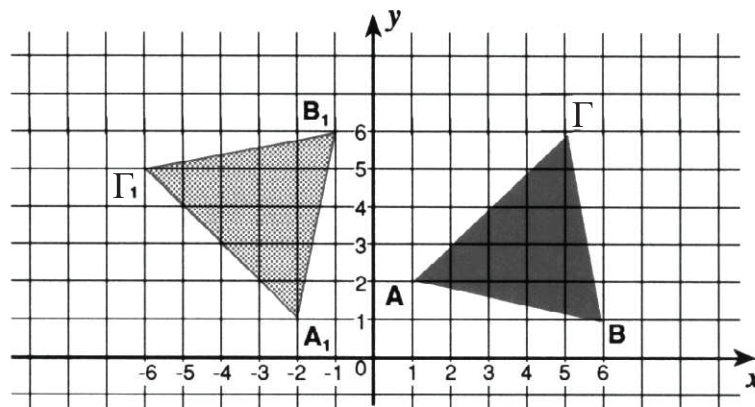
1. α) Να χαράξεις ορθογώνιους άξονες, με τιμές για το x από -6 ως 6 και για το y από 0 ως 6 .

Να σημειώσεις τα σημεία $A (1,2)$, $B (6, 1)$ και $\Gamma (5, 6)$. Να τα ενώσεις, για να σχηματίσεις το τρίγωνο $AB\Gamma$.

Να αντιγράψεις σε διαφανές χαρτί τους άξονες και το τρίγωνο.

Να περιστρέψεις το διαφανές χαρτί κατά 90° , με φορά αντίθετη από αυτή των δεικτών του ρολογιού, γύρω από το σημείο $(0, 0)$.

Να σχεδιάσεις το τρίγωνο εκ περιστροφής και να το ονομάσεις $A_1 B_1 \Gamma_1$.



- β) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις την απεικόνιση.

$A (1, 2)$	περιστροφή κατά 90° γύρω από το $(0, 0)$	\rightarrow	$A_1 (-2, 1)$
$B (6, 1)$		\rightarrow	$B_1 (\quad , \quad)$
$\tilde{A} (5, 6)$		\rightarrow	$\tilde{\Gamma}_1 (\quad , \quad)$

Γύρισε σελίδα

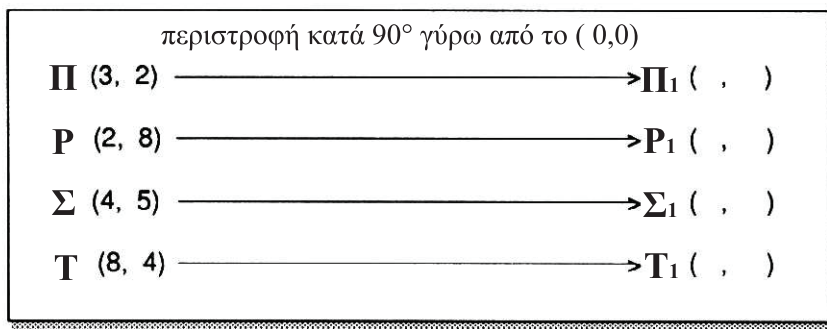
Smile 1112

2. α) Να χαράξεις ορθογώνιους άξονες με τιμές για τα x και y από -8 έως 8 .

Να ορίσεις τα σημεία $\Pi (3, 2)$, $P (2, 8)$, $\Sigma(4, 5)$ και $(8, 4)$. Να τα ενώσεις, για να σχηματίσεις το **ΠΡΣΤ**.

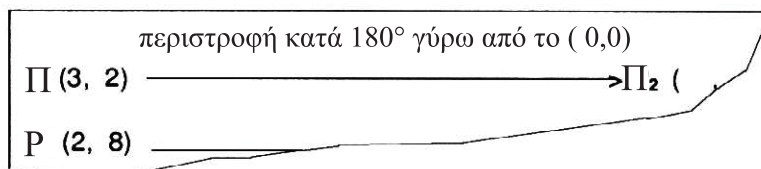
Να χρησιμοποιήσεις την ίδια μέθοδο όπως πριν, για να περιστρέψεις το **ΠΡΣΤ** κατά 90° με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού, γύρω από το σημείο $(0, 0)$. Να ονομάσεις το σχήμα που έχει προκύψει από την περιστροφή $\Pi_1 P_1 \Sigma_1 T_1$.

β) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις την απεικόνιση.



3. α) Να περιστρέψεις το **ΠΡΣΤ** κατά 180° γύρω από το $(0, 0)$. Να ονομάσεις το νέο σχήμα $\Pi_2 P_2 \Sigma_2 T_2$.

β) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις την απεικόνιση για αυτή την περιστροφή.



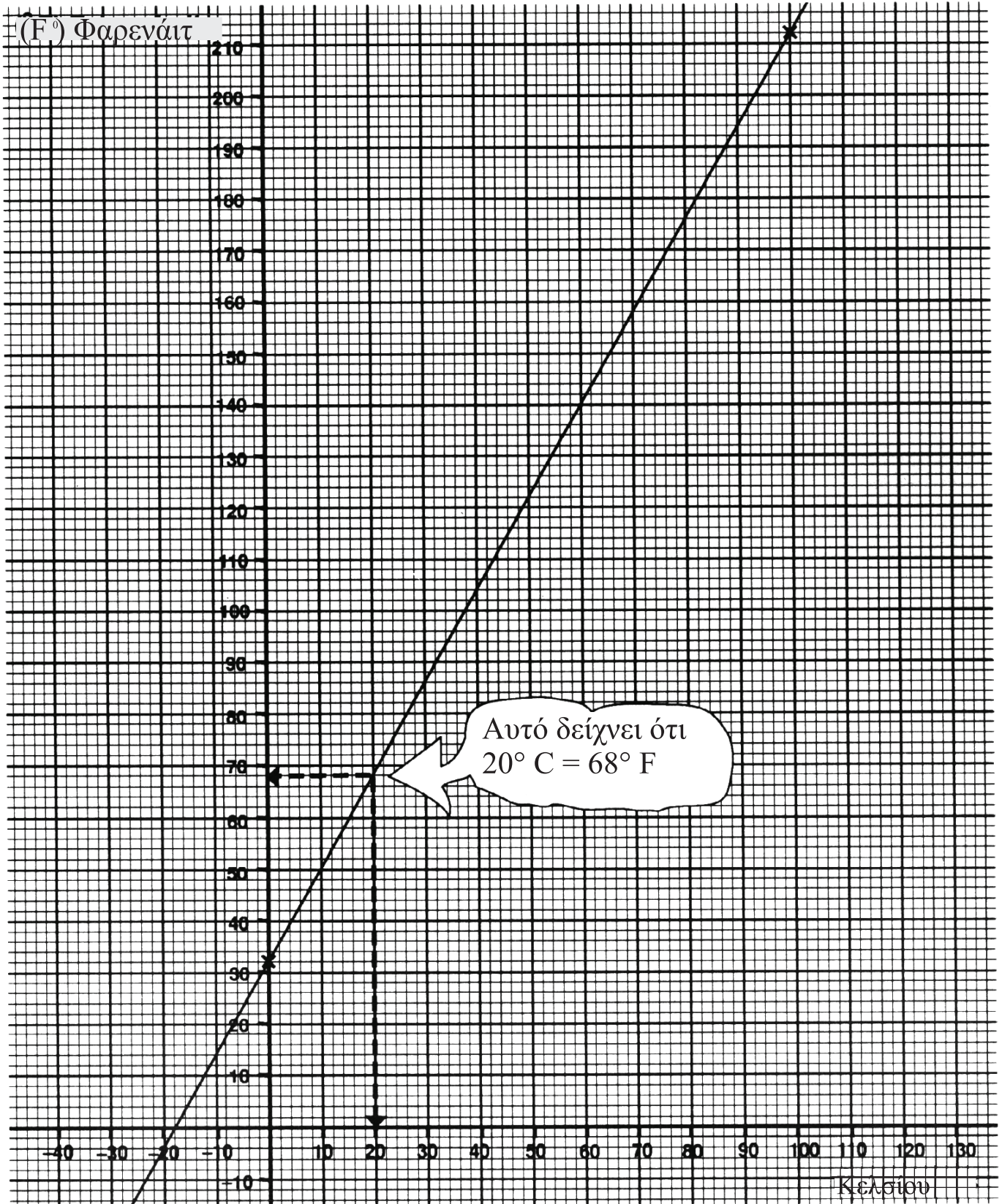
4. α) Να περιστρέψεις το **ΠΡΣΤ** κατά 270° γύρω από το $(0, 0)$. Να ονομάσεις το νέο σχήμα $\Pi_3 P_3 \Sigma_3 T_3$.

β) Να συμπληρώσεις την απεικόνιση για αυτή την περιστροφή.

Γραφικές παραστάσεις

Smile 1115

Αυτό είναι ένα **διάγραμμα μετατροπής της θερμοκρασίας**. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μετατρέψει βαθμούς Κελσίου σε βαθμούς Φαρενάιτ και το αντίστροφο.



Γύρισε σελίδα

Smile 1115

A Να φτιάξεις ένα αντίγραφο του διαγράμματος μετατροπής της θερμοκρασίας σε τετραγωνισμένο χαρτί ενός χιλιοστού.

Να ελέγξεις αν στο διάγραμμά σου

1) $36^{\circ}\text{F} = 2^{\circ}\text{C}$

2) $-17^{\circ}\text{C} = 2^{\circ}\text{F}$

Να χρησιμοποιήσεις το δικό σου διάγραμμα μετατροπής, για να μετατρέψεις τις παρακάτω θερμοκρασίες. Να στρογγυλοποιήσεις την απάντησή σου στην πλησιέστερη μονάδα.

B Να μετατρέψεις αυτές τις θερμοκρασίες από βαθμούς Κελσίου σε βαθμούς Φαρενάιτ.

1) 70°C

4) 94°C

2) 2°C

5) 38°C

3) 14°C

6) 74°C

Γ Να μετατρέψεις αυτές τις θερμοκρασίες από βαθμούς Φαρενάιτ σε βαθμούς Κελσίου.

1) 60°F

4) 166°F

2) 116°F

5) 82°F

3) 204°F

6) 152°F

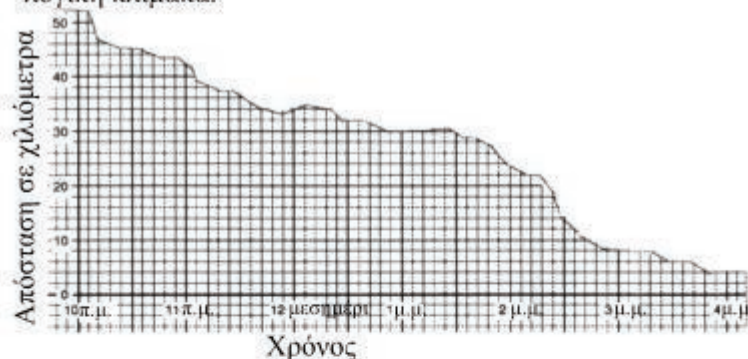
Διαγράμματα μετατροπής μπορούν να χρησιμοποιηθούν:

- * για να μετατρέψουμε μίλια σε χιλιόμετρα
- * για να βρούμε τις ισοτιμίες νομισμάτων

B Το ταξίδι του Πέντρο

Ο Πέντρο έφυγε από το σπίτι του στις 10 το πρωί και πήγε με το ποδήλατό του σε ένα μέρος που απείχε 7χμ, όπου έφτασε στις 11 το πρωί. Εκεί συνάντησε κάποιους φίλους και ξεκίνησε ξανά στις 11.30 το πρωί. Στην επόμενη 1 1/2 ώρα κάλυψε μια απόσταση 15 χιλιομέτρων. Μέχρι τις 3 το μεσημέρι ο Πέντρο είχε καλύψει μια απόσταση 38 χιλιομέτρων από το σπίτι του. Το επόμενο τμήμα του ταξιδιού του περνούσε μέσα από μια πυκνοκατοικημένη πόλη και ο Πέντρο χρειάστηκε 1/2 ώρα για να καλύψει μια απόσταση 3 χιλιομέτρων. Μετά από αυτό, το ταξίδι του ολοκληρώθηκε με μια μέση ταχύτητα 16χμ /ώρα και ο Πέντρο έφτασε στον προορισμό του στις 4 το απόγευμα.

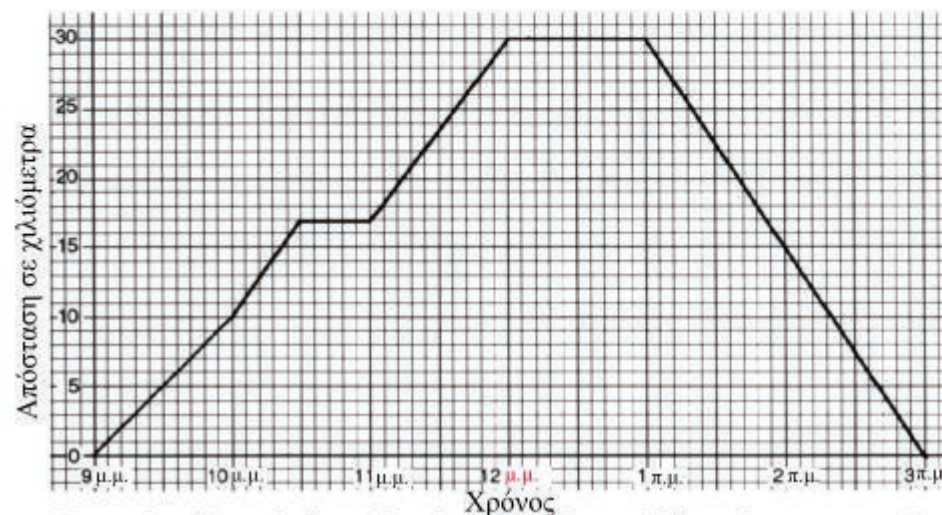
Να σχεδιάσεις δύο άξονες, τοποθετώντας τους χρόνους-ξεκινώντας από τις 10 το πρωί μέχρι τις 4 το απόγευμα- κατά μήκος του άξονα x και τις αποστάσεις -ξεκινώντας από 0χμ μέχρι τα 50χμ- κατά μήκος του άξονα y. Να επιλέξεις μια λογική κλίμακα.



Να σχεδιάσεις μια γραφική παράσταση χρόνου-απόστασης για τη μετακίνηση του Πέντρο. Πόσο μακριά από το σπίτι του βρισκόταν στις 4 το απόγευμα;

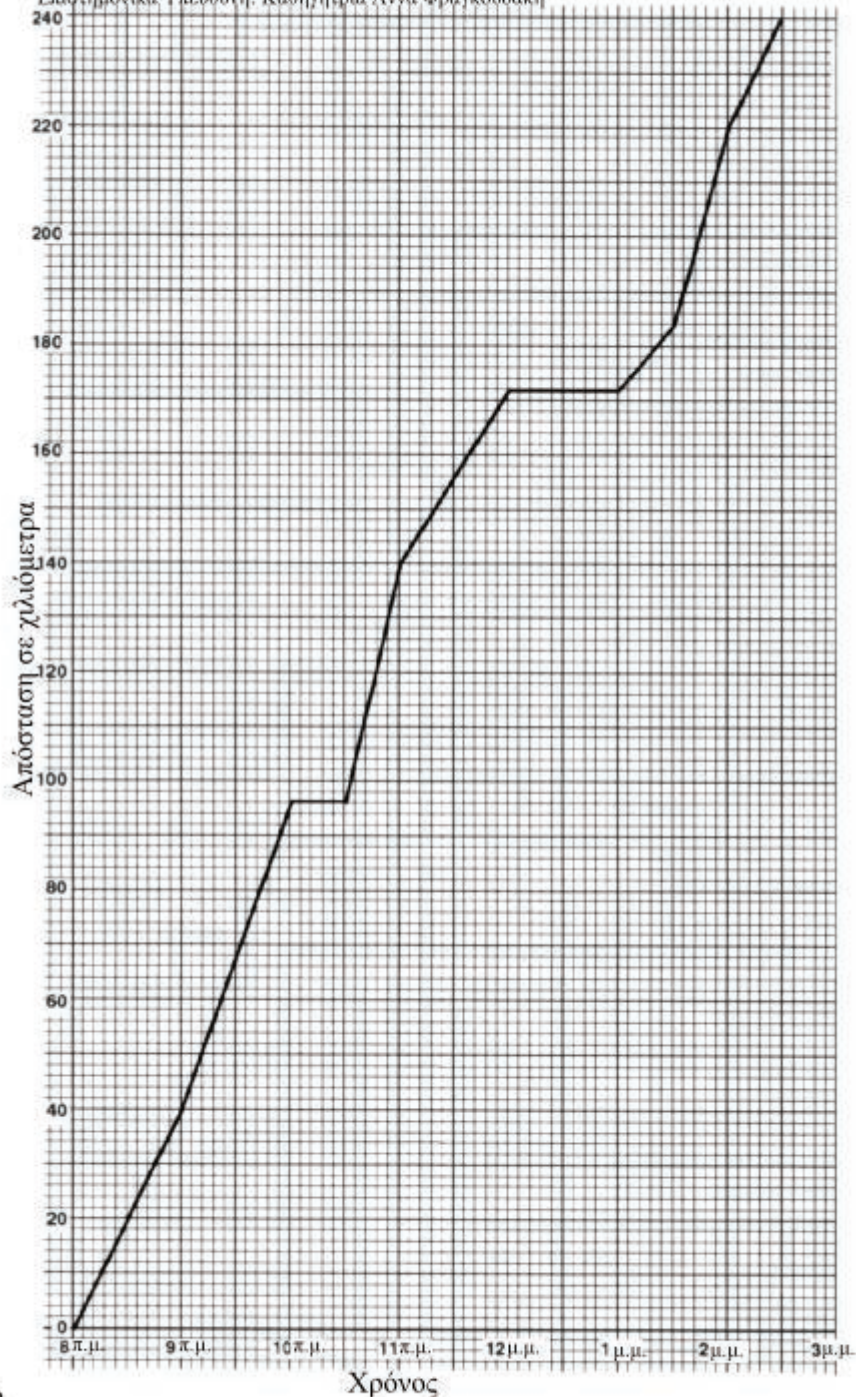
Γραφικές παραστάσεις χρόνου - απόστασης

Η γραμμή στη γραφική παράσταση δείχνει τη διαδρομή που έκανε μια ποδηλάτισσα. Έφυγε από το σπίτι στις 9 το πρωί και επέστρεψε στις 3 το απόγευμα.



Σε συνηθισμένους δρόμους δεν είναι δυνατό να ταξιδέψει κάποιος με σταθερή ταχύτητα για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα. Μπορείς να σκεφτείς κάποιους λόγους για τους οποίους συμβαίνει αυτό; Το μόνο που μπορεί να γίνει είναι να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα. Η μέση ταχύτητα χρησιμοποιείται για τη σχεδίαση των γραφικών παραστάσεων χρόνου και απόστασης.

1. Τι ώρα έφτασε η ποδηλάτισσα στον προορισμό της; Πόσο μακριά ήταν από το σπίτι της;
2. Τι ώρα έκανε την πρώτη της στάση; Πόση ώρα ξεκουράστηκε;
3. Πόσο μακριά βρισκόταν από το σπίτι της, όταν έκανε την πρώτη στάση;
4. Πόσα χιλιόμετρα κάλυψε από τις 11 το πρωί ως τις 12 το μεσημέρι;
5. Ποια ήταν η μέση της ταχύτητα (σε χιλιόμετρα ανά ώρα) μεταξύ (α) 9 και 10 το πρωί (β) μεταξύ 10 και 10.30 το πρωί;
6. Ποιο χρονικό διάστημα έκανε διάλειμμα, για να γευματίσει και να ξεκουραστεί;
7. Μετά από αυτό το διάλειμμα επέστρεψε στο σπίτι. Πόσα χιλιόμετρα έπρεπε να διανύσει;
8. Ποια ήταν η μέση της ταχύτητα στο ταξίδι επιστροφής;
9. Πόσο μακριά βρισκόταν από το σπίτι της στις (α) 11.30 το πρωί (β) 1.30 το μεσημέρι;
10. Σε ποια χρονική στιγμή του ταξιδιού της βρισκόταν (α) 13χμ (β) 22χμ από το σπίτι;



← Η γραφική παράσταση της διπλανής εικόνας παρουσιάζει τη διαδρομή κάποιας οδηγού αυτοκινήτου. Έφυγε από το σπίτι της στις 8 το πρωί.

- A**
1. Σε τι απόσταση από το σπίτι της βρισκόταν ο προορισμός της οδηγού; Τι ώρα έφτασε;
 2. Με βάση το γράφημα να υπολογίσεις τα χρονικά διαστήματα που η οδηγός:
 - (α) κινήθηκε σε αυτοκινητόδρομο,
 - (β) μπλέχτηκε σε έντονη κυκλοφοριακή κίνηση.
 3. Τι ώρα έκανε η οδηγός την πρώτη της στάση; Πόσο μακριά βρισκόταν από το σπίτι της;
 4. Πόσο μακριά από το σπίτι της βρισκόταν η οδηγός:

(α) στις 9.30 το πρωί	(ε) στις 12.30 το μεσημέρι;
(β) στις 1.30 το μεσημέρι	
(γ) στις 11.30 το πρωί	
(δ) στις 1.45 το μεσημέρι	
 5. Ποια χρονική στιγμή βρισκόταν η οδηγός στην απόσταση των παρακάτω χιλιομέτρων από το σπίτι της:

(α) 200 χμ	(δ) 224 χμ
(β) 96 χμ	(ε) 36 χμ;
(γ) 140 χμ	
 6. Ποια ήταν η μέση ταχύτητα της οδηγού στα παρακάτω χρονικά διαστήματα:

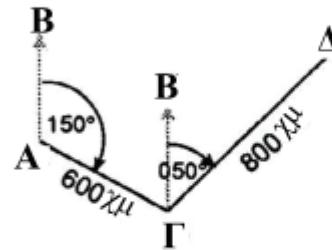
(α) 9 με 10 το πρωί	(δ) 1.30 με 2 το μεσημέρι
(β) 10.30 με 11 το πρωί	(ε) 2 με 2.30 το μεσημέρι;
(γ) 1 με 1.30 το μεσημέρι	
 7. Να βρεις τη μέση ταχύτητα της οδηγού κατά τη διάρκεια όλης της διαδρομής, λαμβάνοντας υπόψη μόνο το χρόνο που αυτή οδηγούσε.

Ταξίδια

Η διαδρομή από το σημείο **A** στο σημείο **Γ** είναι 600 χμ, όταν η γωνία προσανατολισμού, δηλαδή η γωνία που σχηματίζει η ευθεία της διαδρομής ως προς τον άξονα Βορρά - Νότου, είναι 150° .

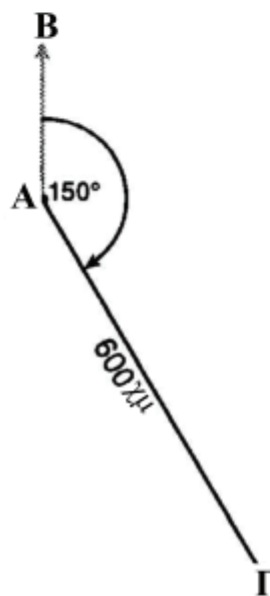
Η διαδρομή από το σημείο **Γ** προς το σημείο **Δ** είναι 800 χμ, όταν η γωνία προσανατολισμού είναι 050° .

Η διπλανή εικόνα αποτελεί ένα πρόχειρο σκίτσο της διαδρομής από το σημείο **A** στο **Γ** και στη συνέχεια στο **Δ**.



Η διπλανή εικόνα παρουσιάζει ένα **σχήμα σε κλίμακα** που δείχνει τη διαδρομή από το σημείο **A** στο **B**.

Κλίμακα 1εκ = 100χμ

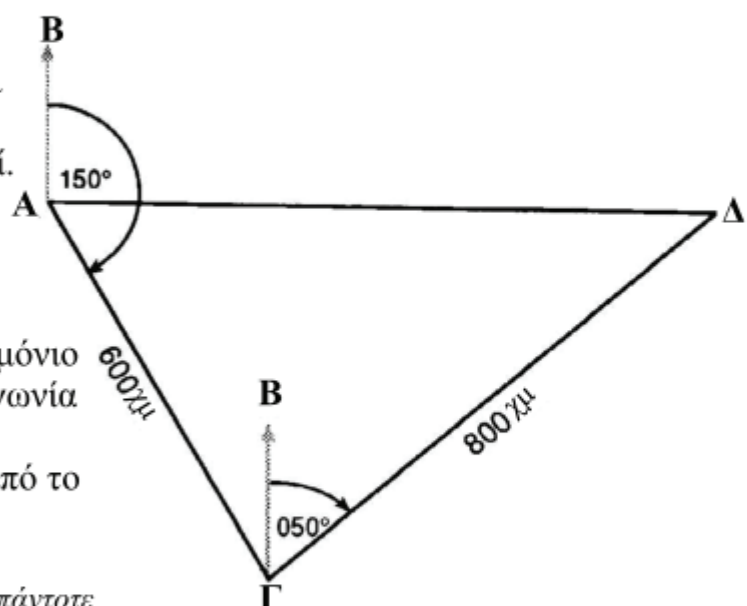


Το σχήμα της διπλανής εικόνας είναι το σχεδιάγραμμα σε κλίμακα της διαδρομής από το σημείο **A** στο **Γ** και μετά στο **Δ**. Η απευθείας διαδρομή από το σημείο **A** στο **Δ** έχει προστεθεί.

Κλίμακα 1εκ = 100χμ

1. Να χρησιμοποιήσεις ένα μοιρογνωμόνιο και ένα χάρακα, για να μετρήσεις τη γωνία προσανατολισμού, καθώς και την απόσταση της απευθείας διαδρομής από το σημείο **A** στο **Δ**.

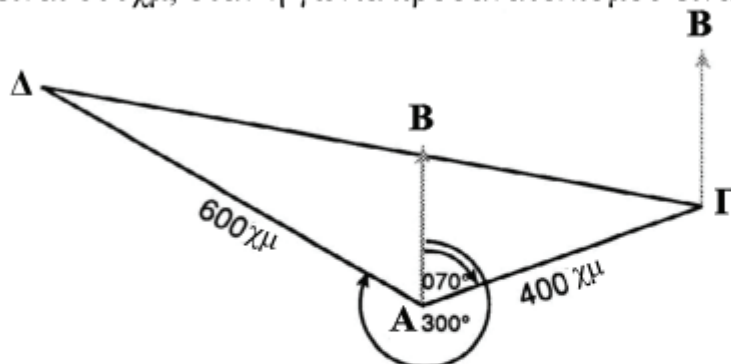
Να θυμάσαι ότι οι γωνίες προσανατολισμού πάντοτε μετρούνται ξεκινώντας από το Βορρά και δίνονται με 3 ψηφία.



Η διαδρομή από το σημείο Α στο Γ είναι 400χμ, όταν η γωνία προσανατολισμού είναι 070°. Η διαδρομή από το σημείο Α στο Δ είναι 600χμ, όταν η γωνία προσανατολισμού είναι 300°.

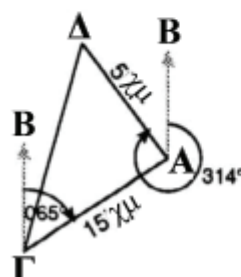
Το σχήμα σε κλίμακα της εικόνας παρουσιάζει και τις δύο διαδρομές.

Κλίμακα 1εκ = 100χμ



2. Ποια είναι η απόσταση και πόση είναι η γωνία προσανατολισμού από το σημείο Γ στο σημείο Δ;

3. Το σχήμα της εικόνας αποτελεί ένα πρόχειρο σκίτσο της διαδρομής από το σημείο Γ στο σημείο Α και στη συνέχεια από το Α στο Δ.



- α) Να σχεδιάσεις τη διαδρομή με ακρίβεια, χρησιμοποιώντας κλίμακα του 1εκ = 2χμ.
β) Να μετρήσεις την απόσταση και τη γωνία προσανατολισμού από το σημείο Γ στο σημείο Δ.

Να σχεδιάσεις ακριβή σχεδιαγράμματα σε κλίμακα, για να συμπληρώσεις τις λεπτομέρειες που λείπουν σε καθεμία από τις παρακάτω διαδρομές.

Πάντοτε να θυμάσαι να δηλώνεις την κλίμακα που χρησιμοποιείς. Ίσως σε διευκολύνει να κάνεις πρώτα ένα πρόχειρο σκίτσο της κάθε διαδρομής, πριν προχωρήσεις στο ακριβές σχεδιάγραμμα.

	Α σε Γ		Γ σε Δ		Α σε Δ	
	Απόσταση	Γωνία	Απόσταση	Γωνία	Απόσταση	Γωνία
4.	700 χμ	175°			1200 χμ	082°
5.	500 χμ	090°	375 χμ	250°		
6.	185 χμ	110°	260 χμ	270°		235°
7.	1000 χμ	220°	1640 χμ	020°	780 χμ	

8. Να σχεδιάσεις ένα ακριβές σχεδιάγραμμα σε κλίμακα για την παρακάτω διαδρομή των 3 φάσεων.

	Α σε Γ		Γ σε Δ		Δ σε Ε	
	Απόσταση	Γωνία	Απόσταση	Γωνία	Απόσταση	Γωνία
	60 χμ	050°	40 χμ	320°	45 χμ	260°

Ποια είναι η γωνία προσανατολισμού, καθώς και η απόσταση της διαδρομής από το σημείο Α στο Ε;

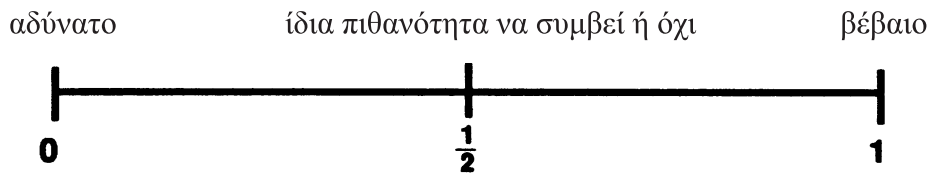
Ποια είναι η πιθανότητα;

Στα Μαθηματικά, η *πιθανότητα* χρησιμοποιείται ως ένας τρόπος μέτρησης του πόσο πιθανό είναι να συμβεί ένα γεγονός ή όχι.

Αν ένα γεγονός είναι βέβαιο ότι θα συμβεί, η πιθανότητα είναι 1 (ή 100 %).

Αν ένα γεγονός είναι αδύνατον να συμβεί, η πιθανότητα είναι 0 (ή 0 %).

Αν ένα γεγονός έχει την ίδια πιθανότητα να συμβεί ή να μη συμβεί, η πιθανότητα είναι $\frac{1}{2}$ (0,5 ή 50 %).



1. Η Νότα έριξε ένα ζάρι. Ποια είναι η πιθανότητα να φέρει:

- (α) ένα «3»
- (β) ένα «5»
- (γ) ένα μονό αριθμό
- (δ) έναν αριθμό μεγαλύτερο από το 4;

2. Η Έσμα τραβάει ένα τραπουλόχαρτο. Ποια είναι η πιθανότητα να τραβήξει:

- (α) ένα ρήγα (β) το επτά (γ) έναν άσο (δ) ένα μαύρο τραπουλόχαρτο;

3. Μια τσάντα περιέχει μια κόκκινη μπάλα, μια μπλε μπάλα και μια κίτρινη μπάλα. Ο Στέφανος παίρνει μια μπάλα από τη σακούλα χωρίς να κοιτάζει. Οι μπάλες είναι ίδιου μεγέθους και καθεμία από αυτές έχει την ίδια πιθανότητα να επιλεγεί από το Στέφανο.

Ποια είναι η πιθανότητα να πάρει:

- (α) την κίτρινη μπάλα
- (β) την μπλε μπάλα
- (γ) μια μπάλα που δεν είναι κόκκινη;

4. Μια τσάντα περιέχει μόνο γλυκά με γεύση πορτοκάλι. Ο Νιζάμ παίρνει ένα γλυκό χωρίς να κοιτάζει.

Ποια είναι η πιθανότητα να πάρει:

- (α) ένα γλυκό με γεύση πορτοκάλι
- (β) ένα γλυκό με γεύση λεμόνι;

5. Οι αριθμοί από το 1 μέχρι και το 10 τοποθετούνται μέσα σε ένα καπέλο. Η Σάσα παίρνει έναν αριθμό χωρίς να κοιτάζει. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρει:

- (α) τον αριθμό 7
- (β) έναν άρτιο αριθμό
- (γ) έναν πρώτο αριθμό
- (δ) έναν αριθμό μεγαλύτερο από το 6;

6. Ένας αγώνας ποδοσφαίρου μπορεί να τελειώσει με τρεις τρόπους:

νίκη της γηπεδούχου ομάδας, ισοπαλία, ήττα της γηπεδούχου ομάδας.

Είναι λογικό να πεις ότι η πιθανότητα να νικήσει η γηπεδούχος ομάδα είναι $\frac{1}{3}$;

Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

Επίλυση εξισώσεων

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα προσφέρει δύο μεθόδους επίλυσης εξισώσεων, τη μέθοδο επαναδιάταξης και τη μέθοδο των διαγραμμάτων με σημαίες.

Να χρησιμοποιήσεις όποια από τις δύο μεθόδους προτιμάς.

Να λύσεις την εξίσωση $2x+3=5$

Με επαναδιάταξη

$$2x + 3 = 5$$

Να αφαιρέσεις 3 και από τις δύο πλευρές.

$$2x + 3 - 3 = 5 - 3$$

$$2x = 2$$

Να διαιρέσεις και τις δύο πλευρές με το 2.

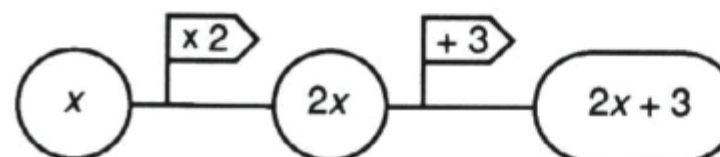
$$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

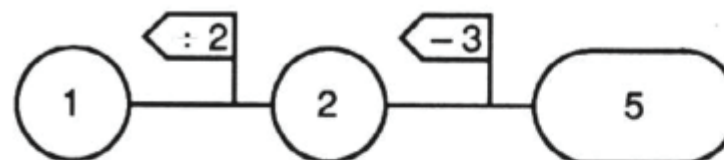
Να λύσεις την εξίσωση $2x + 3 = 5$

Χρησιμοποιώντας διαγράμματα με σημαίες

$$2x + 3 = 5$$



Να χρησιμοποιήσεις τις αντίστροφες πράξεις.



$$x = 1$$

Όποια μέθοδο και να επιλέξεις, να επαληθεύσεις, αντικαθιστώντας $x = 1$, στην εξίσωση $2x + 3 = 5$
 $(2 \times 1) + 3 = 5$

A Να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις, χρησιμοποιώντας όποια από τις δύο μεθόδους θέλεις. Να επαληθεύσεις τις απαντήσεις σου, αντικαθιστώντας τον άγνωστο της εξίσωσης με το αποτέλεσμα που βρήκες.

1. $2x + 3 = 6$

2. $2(x - 1) = 8$

3. $\frac{x}{2} + 6 = 8$

4. $4(x + 2) = 14$

5. $\frac{1}{3}(x + 13) = 4$

Εξισώσεις με "-x"

Να λύσεις την εξίσωση $2 - x = -5$.

Με επαναδιάταξη

$$2 - x = -5$$

Να προσθέσεις x και στις δύο πλευρές, για να κάνεις το x θετικό.

$$2 - x + x = -5 + x$$

$$2 = x - 5$$

Να προσθέσεις 5 και στις δύο πλευρές.

$$2 + 5 = x - 5 + 5$$

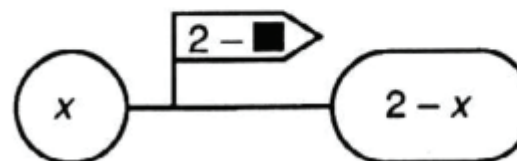
$$7 = x$$

$$x = 7$$

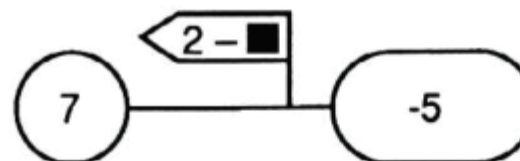
Να λύσεις την εξίσωση $2 - x = -5$.

Χρησιμοποιώντας διαγράμματα με σημαίες

$$2 - x = -5$$



Η πράξη "να αφαιρέσεις από το 2" είναι αντίστροφη του εαυτού της.



$$x = 7$$

Όποια μέθοδο και να χρησιμοποιείς, να επαληθεύσεις την εξίσωση αντικαθιστώντας το $x = 7$ στην εξίσωση

$$2 - x = -5$$
$$2 - 7 = -5$$

B Να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις με όποιον τρόπο επιθυμείς και να τις επαληθεύσεις με τις απαντήσεις σου.

1. $7 - x = 2$

2. $4 - x = -3$

3. $-9 - x = -7$

4. $-4 = 2 - x$

5. $-2 = 13 - x$

Εξισώσεις με "-2x", "-3x" κ. τ. λ.

Να λύσεις την εξίσωση $4 - 3x = -2$.

Με επαναδιάταξη

$$4 - 3x = -2$$

Να προσθέσεις $3x$ και στις δύο πλευρές.

$$4 - 3x + 3x = -2 + 3x$$

Να προσθέσεις 2 και στις δύο πλευρές.

$$4 = -2 + 3x$$

$$4 + 2 = -2 + 3x + 2$$

$$6 = 3x$$

Να διαιρέσεις και τις δύο πλευρές με το 3 .

$$\frac{6}{3} = \frac{3x}{3}$$

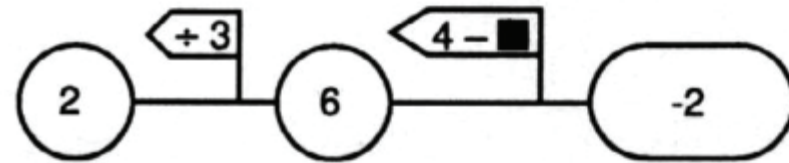
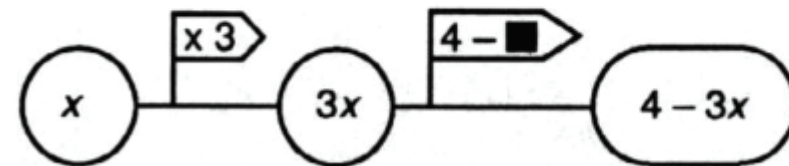
$$2 = x$$

$$x = 2$$

Να λύσεις την εξίσωση $4 - 3x = -2$

Χρησιμοποιώντας διαγράμματα με σημαίες

$$4 - 3x = -2$$



$$x = 2$$

Όποια μέθοδο και να χρησιμοποιήσεις, να επαληθεύσεις την εξίσωση, αντικαθιστώντας $x = 2$ στην εξίσωση

$$4 - 3x = -2$$

$$4 - (3 \times 2) = -2$$

Γ. Να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις, χρησιμοποιώντας όποια μέθοδο θέλεις και να τις επαληθεύσεις με τις απαντήσεις σου.

1. $8 - 2x = 2$

2. $12 - 3x = 6$

3. $4 = 14 - 4x$

4. $-2 = 20 - 2x$

5. $-6 - 2x = -2$



Δ. Η συγκεκριμένη άσκηση συμπεριλαμβάνει μια μίξη των τύπων των εξισώσεων που έχεις ήδη λύσει.
Να τις λύσεις χρησιμοποιώντας τη μέθοδο που προτιμάς.

1. $2x - 3 = 6$

2. $3 - 2x = 6$

3. $2x + 5 = 11$

4. $2(x - 3) = 7$

5. $15 - 2x = -8$

6. $30 - 2x = 4$

7. $24 - 3x = 0$

8. $5 - \frac{x}{2} = 11$

9. $-6 - x = -10$

10. $\frac{1}{2}(x + 5) = 11$

Επίλυση δυσκολότερων εξισώσεων

Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα προτείνονται δύο τρόποι επίλυσης εξισώσεων, η ανακατάταξη και τα διαγράμματα απεικονίσεων. Να χρησιμοποιήσεις όποια μέθοδο προτιμάς. Να ελέγξεις κάθε λύση, αντικαθιστώντας την στην αρχική εξίσωση.

Να επιλύσεις την εξίσωση $\frac{6}{x} = 3$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανακατάταξης:

$$\frac{6}{x} = 3$$

Να πολλαπλασιάσεις και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το x , για να απαλείψεις τον αντίστροφο του x .

$$\frac{6x}{x} = 3x$$

$$6 = 3x$$

$$\frac{6}{3} = \frac{3x}{3}$$

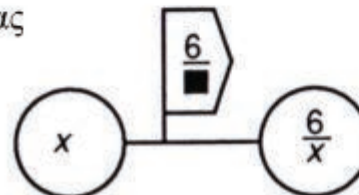
Να διαιρέσεις και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 3.

$$2 = x$$

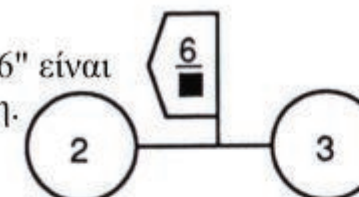
$$x = 2$$

Να επιλύσεις την εξίσωση $\frac{6}{x} = 3$

Χρησιμοποιώντας διαγράμματα απεικονίσεων:



Η απεικόνιση "διαίρεση με το 6" είναι αυτο-αντίστροφη.



$$x = 2$$

A

1. $\frac{12}{x} = 2$

2. $\frac{-3}{x} = \frac{1}{2}$

3. $\frac{6}{x} = 4$

4. $\frac{24}{x} = -12$

5. $\frac{-9}{x} = -4$

Να επιλύσεις τις παρακάτω εξισώσεις χρησιμοποιώντας μία από τις δύο μεθόδους που αναφέραμε.

Να επιλύσεις την εξίσωση $\frac{14}{3x} = 2$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανακατάταξης:

$$\frac{14}{3x} = 2$$

Να πολλαπλασιάσεις και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το $3x$.

$$\frac{14}{3x} \times 3x = 2 \times 3x$$

$$14 = 6x$$

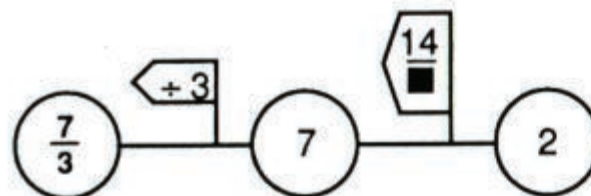
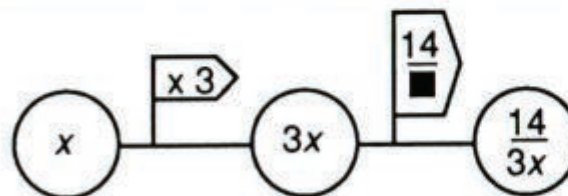
Να διαιρέσεις και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 6.

$$\frac{14}{6} = \frac{6x}{6}$$

$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Να επιλύσεις την εξίσωση $\frac{14}{3x} = 2$

Χρησιμοποιώντας διαγράμματα απεικονίσεων.



$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

B Να επιλύσεις τις παρακάτω εξισώσεις.

1. $\frac{12}{x} + 2 = 6$

2. $\frac{15}{x} - 3 = 2$

3. $\frac{12}{x} - 2 = 3$

4. $\frac{12}{x} - 3 = 2$

5. $\frac{-20}{x} - 6 = -2$

6. $\frac{-36}{3x} = 2$

7. $\frac{20}{x} - 6 = -10$

8. $\frac{16}{x} + 2 = -6$

9. $\frac{-21}{2x} = -7$

10. $\frac{-8}{x} - 3 = -9$

Να επιλύσεις την εξίσωση $12 - \frac{6}{x} = 9$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανακατάταξης:

$$12 - \frac{6}{x} = 9$$

Να πολλαπλασιάσεις και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το x .

$$x(12 - \frac{6}{x}) = 9x$$

$$12x - 6 = 9x$$

Να αφαιρέσεις το $9x$ από τα δύο μέλη.

$$12x - 9x - 6 = 9x - 9x$$

$$3x - 6 = 0$$

Να προσθέσεις το 6 και στα δύο μέλη.

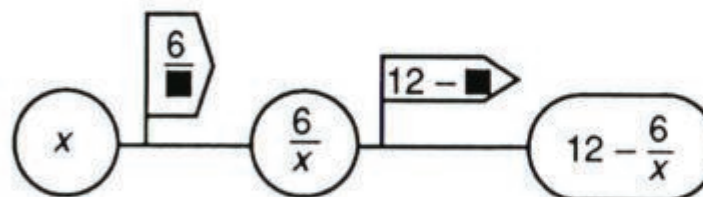
$$3x - 6 + 6 = 0 + 6$$

$$3x = 6$$

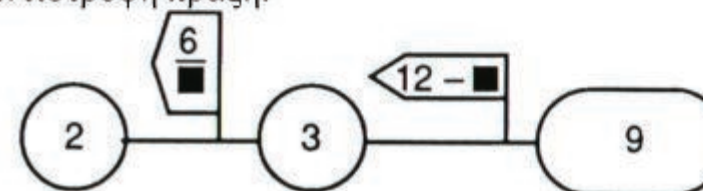
$$x = 2$$

Να επιλύσεις την εξίσωση $12 - \frac{6}{x} = 9$

Χρησιμοποιώντας διαγράμματα απεικονίσεων:



Να θυμάσαι ότι η $x \rightarrow 12 - x$ είναι μια αυτοαντίστροφη πράξη.



$$x = 2$$

Γ Να επιλύσεις τις παρακάτω εξισώσεις:

1. $12 - \frac{10}{x} = 7$

2. $6 - \frac{15}{x} = 3$

3. $11 - \frac{3}{x} = 9$

4. $\frac{20}{x} + 6 = 11$

5. $6 - \frac{2}{x} = 5$

6. $7 + \frac{15}{x} = 12$

7. $10 - \frac{16}{x} = 2$

8. $\frac{7}{2x} + 1 = 8$

9. $\frac{8}{x} + 3 = -1$

10. $\frac{-13}{2x} = \frac{1}{2}$



Να επιλύσεις την εξίσωση $\frac{1}{2} \left(7 - \frac{18}{x} \right) = 5$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανακατάταξης:

$$\frac{1}{2} \left(7 - \frac{18}{x} \right) = 5$$

Να πολλαπλασιάσεις και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 2.

$$7 - \frac{18}{x} = 10$$

Να πολλαπλασιάσεις και τα δύο μέλη με το x.

$$7x - 18 = 10x$$

Να αφαιρέσεις το 7x και από τα δύο μέλη.

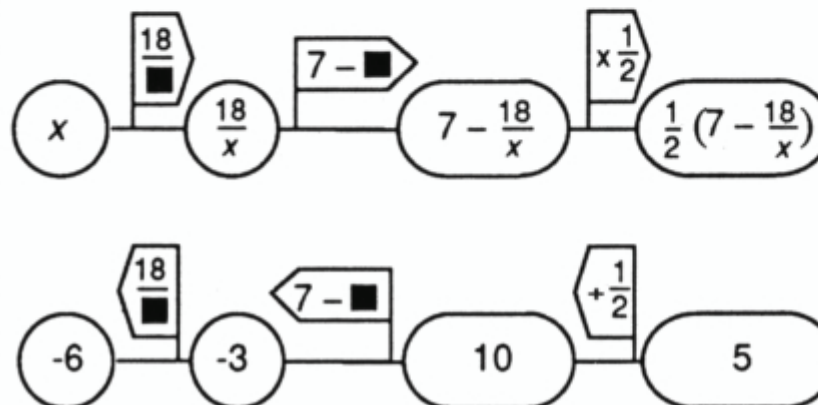
$$-18 = 3x$$

Να διαιρέσεις και τα δύο μέλη με το 3.

$$-6 = x$$

Να επιλύσεις την εξίσωση $\frac{1}{2} \left(7 - \frac{18}{x} \right) = 5$

Χρησιμοποιώντας διαγράμματα απεικονίσεων:



Δ Αυτή η άσκηση περιλαμβάνει διάφορους τύπους εξισώσεων που έχεις ήδη επιλύσει.
Να χρησιμοποιήσεις τη μέθοδο που προτιμάς, για να τις επιλύσεις.

1. $\frac{12}{x} - 2 = 4$

2. $\frac{8}{x} = -2$

3. $11 - \frac{30}{2x} = 1$

4. $\frac{24}{4x} - 2 = 4$

5. $9(2x + 2) = -9$

6. $\frac{16}{2x} = -2$

7. $11 - \frac{30}{x} = 8$

8. $3x + 2 = 9$

9. $-3 \left(\frac{x}{2} + 5 \right) = -18$

10. $\frac{1}{2} \left(6 - \frac{12}{x} \right) = 9$

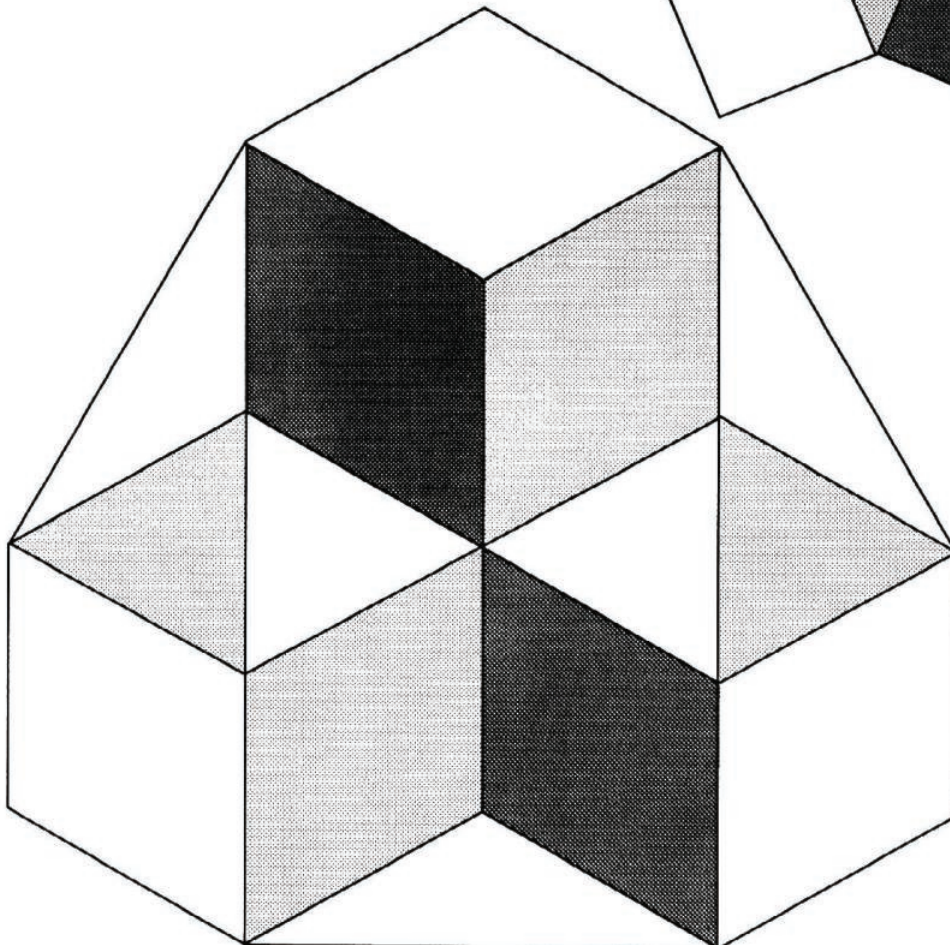
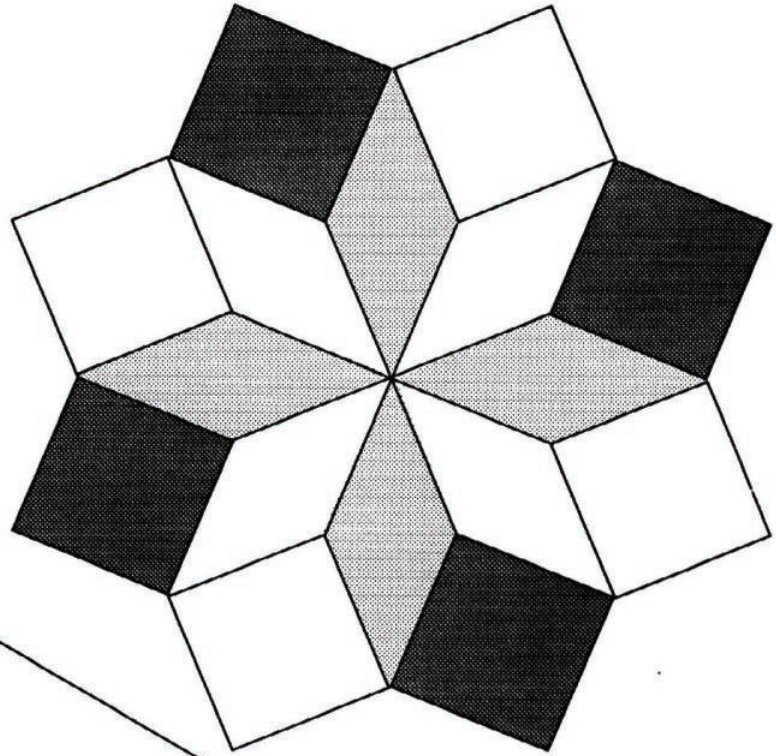
Κατασκευές με διαβήτη



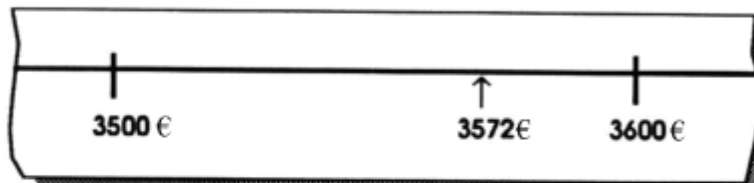
Smile 1170

Αυτά τα δύο σχέδια έχουν κατασκευαστεί μόνο με χάρακα και διαβήτη.

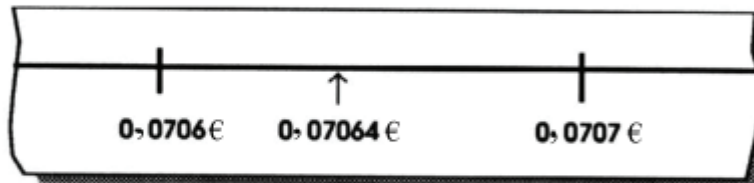
Προσπάθησε να τα σχεδιάσεις και εσύ, με τη χρήση χάρακα και διαβήτη.



Σημαντικά Ψηφία



Ο 3572 ευρώ είναι πιο κοντά στα 3600 ευρώ από ότι στα 3500 ευρώ, επομένως, 3572 ευρώ = 3600 ευρώ (ακρίβεια 2 σημαντικών ψηφίων).



Ο 0,07064 βρίσκεται ανάμεσα στους 0,0706 και 0,0707 και είναι πιο κοντά στον 0,0706. 0,07064 = 0,0706 (ακρίβεια 3 σημαντικών ψηφίων).

Σημείωση: Το πρώτο σημαντικό ψηφίο είναι το πρώτο μη-μηδενικό ψηφίο. Μετά το πρώτο σημαντικό ψηφίο, όλα τα υπόλοιπα ψηφία είναι σημαντικά ψηφία.

A Οι απαντήσεις που ακολουθούν προέκυψαν με κομπιουτεράκι. Να γράψεις κάθε απάντηση (α) με ακρίβεια 2 σημαντικών ψηφίων. (β) με ακρίβεια 3 σημαντικών ψηφίων. Ίσως σε βοηθήσει να τοποθετήσεις τις απαντήσεις σου σε πίνακα, όπως φαίνεται στην εικόνα.

		(α) 2 σημαντικά ψηφία	(β) 3 σημαντικά ψηφία
1.	49,7327 τ.εκ.	50 τ.εκ.	49,7 τ.εκ.

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| 1. 49,7327 τ.εκ. | 6. 8,937 κιλά | 11. 40,96 κιλά |
| 2. 283 721 ευρώ | 7. 10,785 μ. | 12. 20,81 λίτρα |
| 3. 7,8241 εκ. | 8. 37 694 ευρώ | 13. 0,9008 χμ. |
| 4. 0,06736 μ. | 9. 40,038 τ.εκ. | 14. 5,942 μ. |
| 5. 0,0004842 | 10. 0,70683 τ.μ. | 15. 10,94 τ.εκ. |

B Κάποια κλάσματα και οι ισοδύναμές τους τιμές σε δεκαδική μορφή δίνονται παρακάτω. Να γράψεις τον κάθε δεκαδικό αριθμό με ακρίβεια 3 σημαντικών ψηφίων.

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1. $\frac{2}{3} = 0,6$ | 6. $\frac{5}{7} = 0,714285$ |
| 2. $\frac{5}{6} = 0,83$ | 7. $\frac{11}{12} = 0,916$ |
| 3. $\frac{5}{11} = 0,45$ | 8. $\frac{7}{13} = 0,538461$ |
| 4. $\frac{7}{80} = 0,0875$ | 9. $\frac{5}{13} = 0,384615$ |
| 5. $\frac{5}{12} = 0,416$ | 10. $\frac{1}{7} = 0,142857$ |

Σημείωση: Η κουκίδα πάνω από ένα ψηφίο δείχνει ότι το ψηφίο επαναλαμβάνεται.

Π.χ.... $0,8\dot{3} = 0,8333...$

Δύο κουκίδες δείχνουν ότι τα ψηφία ανάμεσα στις κουκίδες επαναλαμβάνονται. Π.χ...

$0,8\dot{3}\dot{5} = 0,835835835...$

Εκπτώσεις σε ποσοστά

Ένας καταστηματάρχης αγόρασε ντοσιέ προς **2,20** ευρώ το ένα.



Το **25%** του κόστους προστίθεται στην τιμή πριν πουληθούν τα ντοσιέ.

$$\begin{aligned} \text{Το } 25\% \text{ των } 2,20 \text{ ευρώ} &= 0,25 \times 2,20 \text{ ευρώ} \\ &= \mathbf{0,55} \text{ ευρώ} \end{aligned}$$

Αυτό είναι το κέρδος του καταστηματάρχη.

Τα ντοσιέ πωλούνται προς $2,20 \text{ ευρώ} + 0,55 = 2,75 \text{ ευρώ}$.



Να υπολογίσεις το κέρδος του καταστηματάρχη και την τιμή πώλησης για τα παρακάτω είδη.

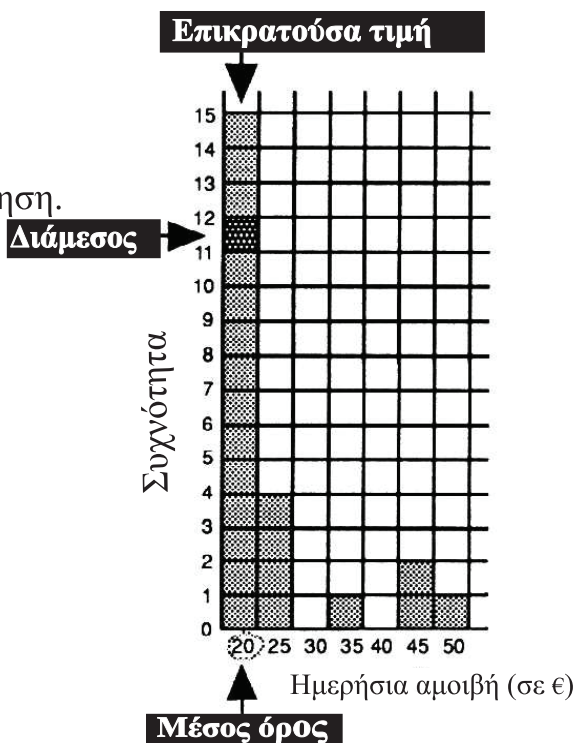
	Τιμή αγοράς	Ποσοστό κέρδους
1.	80 λ	25%
2.	1,70 €	10%
3.	5,40 €	30%
4.	5,00 €	15%
5.	9,70 €	20%

Σε κάποιες εκπτώσεις, οι αρχικές τιμές πώλησης κάποιων ειδών μειώθηκαν. Να υπολογίσεις την έκπτωση και την τελική τιμή πώλησης των συγκεκριμένων ειδών.

	Αρχική τιμή	Ποσοστό έκπτωσης
1.	70 λ	10%
2.	18,00 €	25%
3.	15,50 €	20%
4.	8,70 €	$33\frac{1}{3}\%$
5.	4,40 €	15%

Γραφήματα συχνότητας

Αυτό το γράφημα συχνότητας δείχνει τη διακύμανση της ημερήσιας αμοιβής των εργαζομένων σε μια μικρή επιχείρηση.



Αυτός ο πίνακας μας δίνει τις πληροφορίες που απεικονίζονται στο γράφημα:

Ημερήσια αμοιβή	Συχνότητα	Ημερήσια αμοιβή x Συχνότητα	Σύνολο
20	15	€ 20 x 15	€ 300
25	4	€ 25 x 4	€ 100
30	0	€ 30 x 0	0
35	1	€ 35 x 1	€ 35
40	0	€ 40 x 0	€ 0
45	2	€ 45 x 2	€ 90
50	1	€ 50 x 1	€ 50
Σύνολο εργαζομένων	23	Σύνολο ημερήσιων αμοιβών	€ 575

Ο μέσος όρος (ή η μέση τιμή) της ημερήσιας αμοιβής είναι 25 ευρώ (575 € : 23).
 Η διάμεσος της ημερήσιας αμοιβής είναι 20 ευρώ (βλέπε γράφημα).
 Η επικρατούσα τιμή της ημερήσιας αμοιβής είναι 20 € (βλέπε γράφημα).

* Γιατί η μέση τιμή της ημερήσιας αμοιβής μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα;

Smile 1233

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα μιας έρευνας για τον αριθμό των μαθητών που απουσίαζαν από τα διάφορα τμήματα ενός σχολείου μια συγκεκριμένη μέρα.

Αριθμός από- ντων στο τμήμα	Συχνότητα των τμη- μάτων με αυτό τον αριθμό απόντων	Αρ. απόντων x συχνότητα	Σύνολο
11	1	11 x 1	11
9	2	9 x 2	18
8	1		
6	7		
4	10		
3	5		
1	1		
Συνολικός αριθμός τμημάτων			

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα συχνότητας.

1. Να βρεις το συνολικό αριθμό απόντων.
2. Να βρεις το μέσο όρο των απόντων μαθητών σε κάθε τμήμα.
3. Να βρεις τη διάμεσο των απόντων σε κάθε τμήμα.
4. Να σχεδιάσεις ένα γράφημα συχνότητας, για να απεικονίσεις αυτές τις πληροφορίες.
5. Να σημειώσεις τη διάμεσο και τη μέση τιμή στο γράφημά σου.

Smile 1233

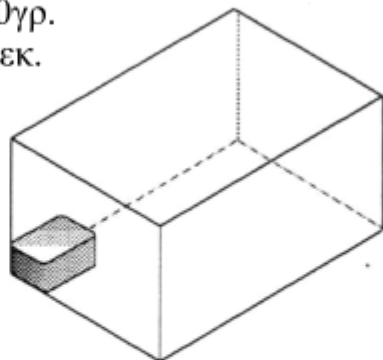
Τα μέλη ενός συλλόγου πήραν μέρος σε έναν αγώνα βάρδην με χορηγούς.
Ο αριθμός των χορηγών για κάθε αθλητή καταγράφεται στον παρακάτω πίνακα.

Αριθμός χορηγών	Συχνότητα αθλητών με αυτό τον αριθμό χορηγών	Αριθμός χορηγών x συχνότητα	Σύνολο
46	1	46 x 1	46
35	2		
29	2		
25	9		
24	2		
21	3		
20	9		
18	3		
Συνολικός αριθμός αθλητών			

1. Να σχεδιάσεις ένα γράφημα συχνότητας στο οποίο θα εμφανίζονται αυτές οι πληροφορίες.
2. Να υπολογίσεις το μέσο όρο.
3. Να βρεις τη διάμεσο.
4. Τι παρατηρείς σχετικά με το μέσο όρο και τη διάμεσο;

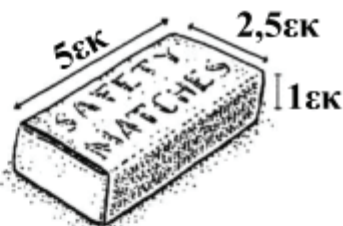
8. Ένα πακέτο βούτυρο ζυγίζει 250γρ.
και έχει διαστάσεις 6εκ x 4εκ x 10εκ.

Οι διαστάσεις του κιβωτίου είναι
18εκ x 16εκ x 50εκ.



Πόσα πακέτα βούτυρο είναι δυνατό να χωρέσει το κιβώτιο;
Ποιο είναι το βάρος του κιβωτίου όταν είναι γεμάτο;

9. Πόσα σπирτόκουτα σαν αυτό της
εικόνας θα χωρούσαν σε έναν κύβο
με πλευρά 10εκ;



10. Ένα λίτρο μπογιάς καλύπτει
ακριβώς 10τ.εκ. τοίχου.

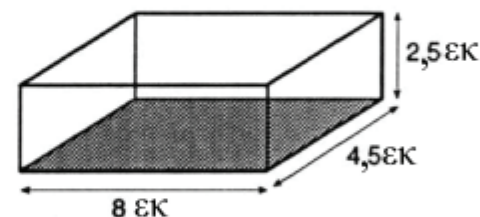


Να υπολογίσεις το πάχος της μπογιάς.

Όγκος στα κυβοειδή στερεά

Όγκος ενός ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου =
εμβαδόν βάσης x ύψος

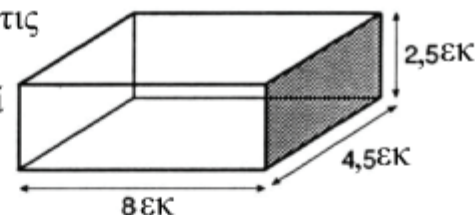
Για το ορθογώνιο
παραλληλεπίπεδο
της διπλανής
εικόνας ισχύει:



$$\begin{aligned} \text{Εμβαδόν βάσης} &= 8\text{εκ} \times 4,5\text{εκ} \\ &= 36\text{τ.εκ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Όγκος} &= 36\text{τ.εκ.} \times 2,5\text{εκ} \\ &= \mathbf{90\text{κ.εκ.}} \end{aligned}$$

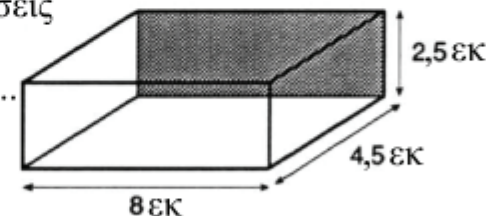
Οποιαδήποτε από τις
έδρες του μπορεί
να χρησιμοποιηθεί
ως βάση:



$$\begin{aligned} \text{Εμβαδόν βάσης} &= 4,5\text{εκ} \times 2,5\text{εκ} \\ &= 11,25\text{τ.εκ.} \end{aligned}$$

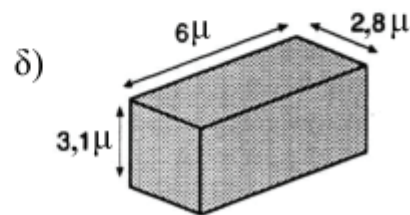
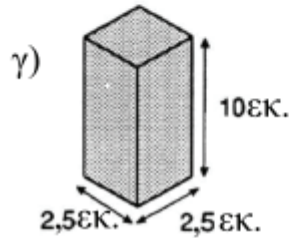
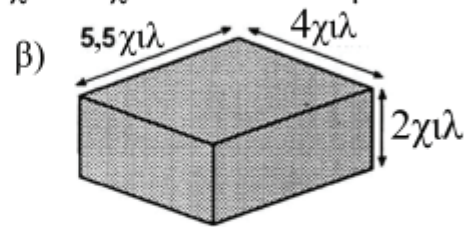
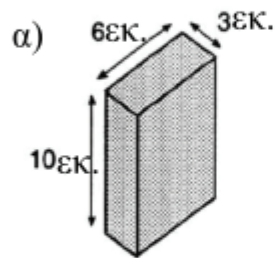
$$\begin{aligned} \text{Όγκος} &= 11,25\text{τ.εκ.} \times 8\text{εκ.} \\ &= \mathbf{90\text{κ.εκ.}} \end{aligned}$$

Να χρησιμοποιήσεις
την έδρα με τη
σκίαση ως βάση...

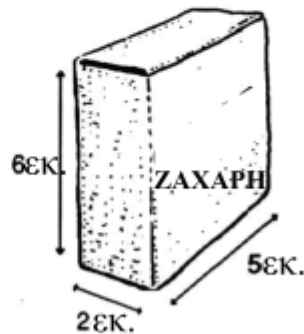
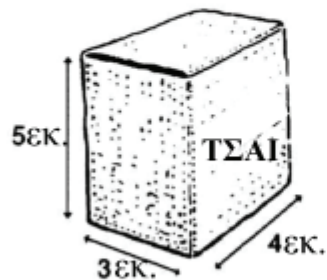


.....να επαληθεύσεις ότι ο όγκος είναι **90κ.εκ.**

1. Να υπολογίσεις τον όγκο των παρακάτω ορθογωνίων παραλληλεπίπεδων. Δεν έχουν σχεδιαστεί σε κλίμακα.



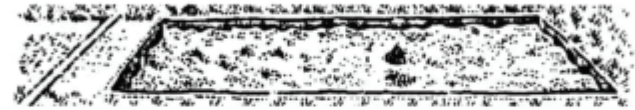
2. Ποιος είναι ο όγκος ενός κουτιού που έχει 15εκ. μήκος, 4,5εκ. πλάτος και 8εκ. ύψος;
3. Ένα κιβώτιο αποθήκευσης έχει μήκος 2,5μ, πλάτος 2μ και ύψος 2μ. Ποιος είναι ο όγκος του;
4. Θα περίμενες τα δύο κιβώτια της εικόνας να ζυγίζουν το ίδιο;



Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

2

5.

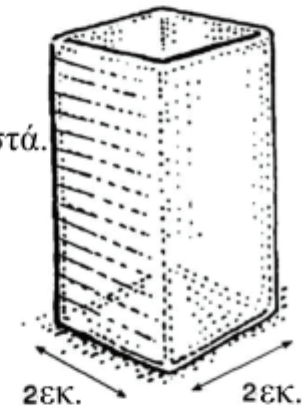


"Το ορθογώνιο σκάμμα για το άλας σε μήκος έχει μήκος 5μ, πλάτος 1μ και βάθος 50εκ. Θα χρειαστούμε 250κ.εκ. άμμου για να το γεμίσουμε." Τι δεν είναι σωστό στη συγκεκριμένη πρόταση;

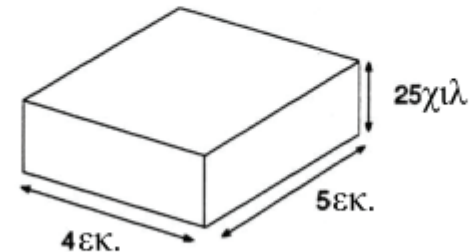
6. Το αντικείμενο της εικόνας είναι ένα δοχείο μετρήματος.

Έχει χωριστεί σε κυβικά εκατοστά.

Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα σημάδια διαχωρισμού;



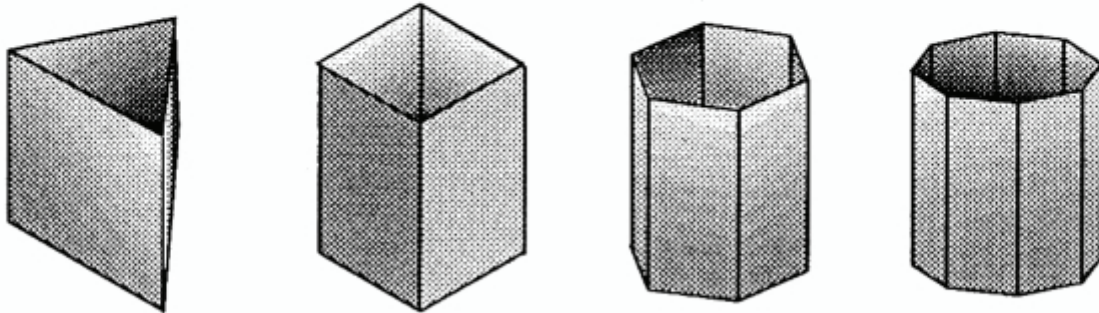
7. Ποιος είναι ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου της εικόνας;



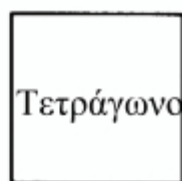
3

Το μεγαλύτερο βάζο

Τέσσερα βάζα έχουν το ίδιο ύψος.



Οι βάσεις τους έχουν σχήμα:



Η περίμετρος της κάθε βάσης είναι 24 εκ.

- Να χρησιμοποιήσεις τριγωνομετρία, για να υπολογίσεις το εμβαδόν της κάθε βάσης με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.
- Ποιο βάζο θα χωρέσει το περισσότερο νερό;
- Νομίζεις ότι ένα κυλινδρικό βάζο με μήκος περιφέρειας κύκλου 24 εκ. και το ίδιο ύψος με τα υπόλοιπα βάζα θα χωρέσει περισσότερο ή λιγότερο νερό;
- Να υπολογίσεις τον όγκο, για να ελέγξεις αν ήταν σωστή η πρόβλεψή σου.

Μήκη όμοιων αντικειμένων

Ένα μοντέλο υπό κλίμακα ή ένα σχέδιο υπό κλίμακα είναι όμοια με το αρχικό αντικείμενο.

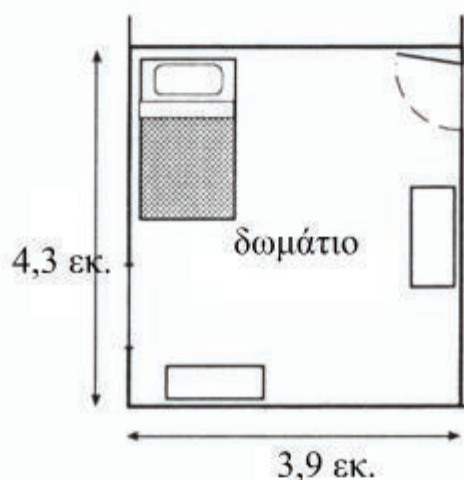
Δύο αντικείμενα είναι όμοια όταν:

- Τα μήκη του ενός αντικειμένου προκύπτουν, αν πολλαπλασιαστούν με ένα συγκεκριμένο αριθμό τα αντίστοιχα μήκη του άλλου αντικειμένου.
- Οι αντίστοιχες γωνίες είναι ίσες.

1. Για το σχεδιασμό ενός δωματίου σε κλίμακα χρησιμοποιήθηκε η κλίμακα 1 προς 100 (1 : 100).

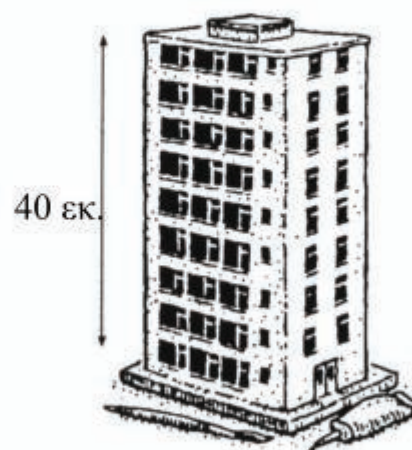
Το μήκος του δωματίου στο σχέδιο είναι 4,3 εκ.
Το μήκος του κανονικού δωματίου είναι $100 \times 4,3 \text{ εκ} = 430 \text{ εκ} = 4,3 \text{ μ}$.

Το πλάτος του δωματίου στο σχέδιο είναι 3,9 εκ.
Ποιο είναι το πλάτος του κανονικού δωματίου;




2. Το μοντέλο πολυκατοικίας ενός αρχιτέκτονα έχει ύψος 40 εκ. Έγινε σε κλίμακα 1 προς 50 (1 : 50).

Πόσο ύψος έχει η κανονική πολυκατοικία;
Τα σχήματα δεν είναι σχεδιασμένα σε κλίμακα.



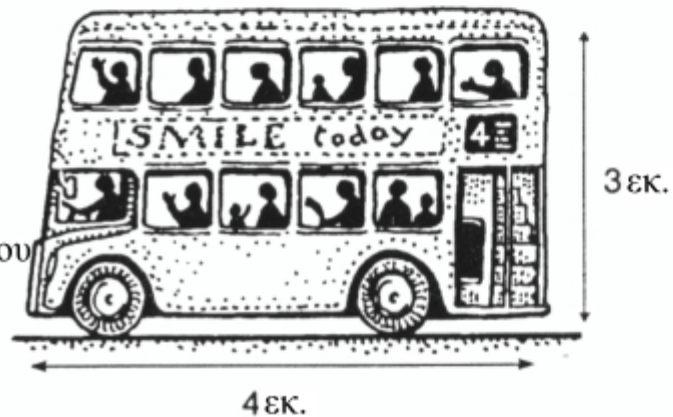
3. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα που παρουσιάζει τα μήκη ενός κανονικού αντικειμένου και του μοντέλου του υπό κλίμακα αντιστοίχως.

Κανονικό αντικείμενο	Μοντέλο υπό κλίμακα
320 μ.	1.6 μ.
35 μ.	
	5 εκ.

Η αναλογία:

κανονικό αντικείμενο : μοντέλο υπό κλίμακα
 είναι 200 : 1

4. Ένα λεωφορείο έχει μήκος 4,8 μ.
 Το διπλανό μοντέλο, σχεδιασμένο σε κλίμακα, έχει μήκος 4 εκ.
 Τα αντίστοιχα μήκη είναι 4 εκ προς 4,8 μ.



Ο λόγος:

μήκος μοντέλου : μήκος λεωφορείου
 είναι 4 : 480 = 1 : 120

Το λεωφορείο έχει ύψος 3,6 μ.

Το μοντέλο έχει ύψος 3 εκ.

Είναι το μοντέλο όμοιο με το κανονικό λεωφορείο;

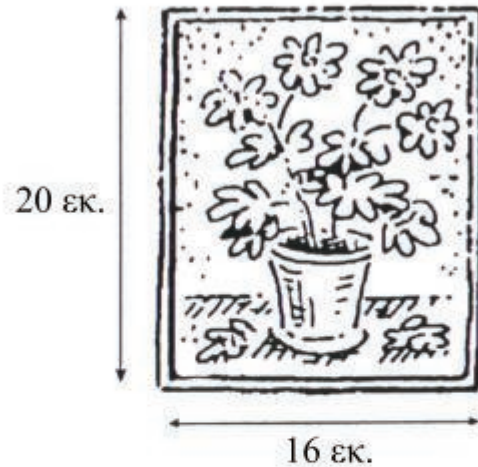
5. Κάποιο άλλο μοντέλο του ίδιου λεωφορείου σχεδιάστηκε σε κλίμακα 1 προς 80 (1 : 80).

Ποιες είναι οι διαστάσεις αυτού του μοντέλου, αν το θεωρήσουμε όμοιο με το κανονικό λεωφορείο;

6. Να υπολογίσεις τις διαστάσεις των μοντέλων που ακολουθούν:

	Περιγραφή	Κανονικό μέγεθος	Κλίμακα μοντέλου
α)	ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο	60 εκ x 50 εκ x 35 εκ	1 προς 10
β)	ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο	1,8 μ x 0,8 μ	1 προς 10
γ)	ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο	2,4 μ x 2,5 μ x 1 μ	1 προς 20

7. Ένας πίνακας ζωγραφικής έχει ύψος 20 εκ και πλάτος 16 εκ.



α) Μια κάρτα όμοια με τον πίνακα έχει ύψος 5 εκ. Ποιο είναι το πλάτος της;



β) Ένα γραμματόσημο όμοιο με τον πίνακα, που απεικονίζει το θέμα του πίνακα, έχει 2 εκ. πλάτος.

Πόσο είναι το ύψος του γραμματόσημου;



8. Η κάτοψη ενός κέντρου αναψυχής είναι σχεδιασμένη σε κλίμακα 1 προς 1000.

Ποιες είναι οι διαστάσεις στην κάτοψη των παρακάτω χώρων:

- του γυμναστηρίου, με κανονικές διαστάσεις 10 μ x 12 μ
- του χώρου αθλοπαιδιών, με κανονικές διαστάσεις 66 μ x 20 μ
- του γηπέδου, με κανονικές διαστάσεις 120 μ x 100 μ



9. α) Κάποιοι τοπογραφικοί χάρτες χρησιμοποιούν κλίμακα 1 προς 50.000.

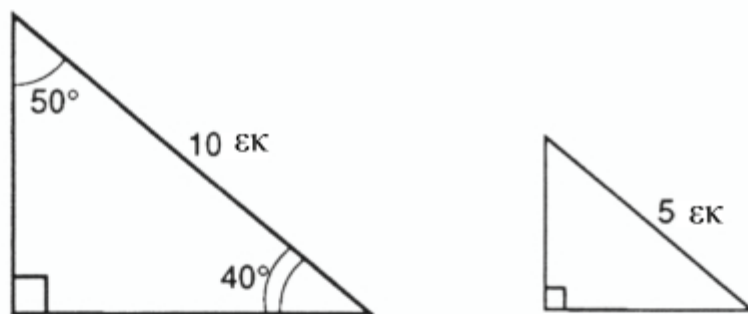
Πόση απόσταση σε χμ απεικονίζουν σε αυτούς τους χάρτες:

- i) το 1 εκ;
- ii) τα 5 εκ;

β) Άλλοι χάρτες χρησιμοποιούν κλίμακα 1 προς 20.000.

Πόση απόσταση σε χμ απεικονίζουν τα 8 εκ σε αυτούς τους χάρτες;

10. Τα παρακάτω δύο τρίγωνα είναι όμοια.



Ποιο είναι το μέγεθος των γωνιών του μικρότερου τριγώνου;

Αθροιστική συχνότητα σε ομαδοποιημένα δεδομένα Ομαδοποιημένα δεδομένα

Αν τα δεδομένα παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις, τότε συνήθως ομαδοποιούνται σε κλάσεις. Τα ομαδοποιημένα δεδομένα μπορεί να είναι διακριτά ή συνεχή.

Αθροιστική συχνότητα σε διακριτά δεδομένα

Οι βαθμοί των γραπτών εξετάσεων σε ένα μάθημα, οι οποίοι αποτελούνται μόνο από φυσικούς αριθμούς, είναι παράδειγμα διακριτών δεδομένων.

- Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τους βαθμούς που πήραν 30 μαθητές σε κάποιες εξετάσεις. Οι βαθμοί είναι ομαδοποιημένοι σε κλάσεις των 20.

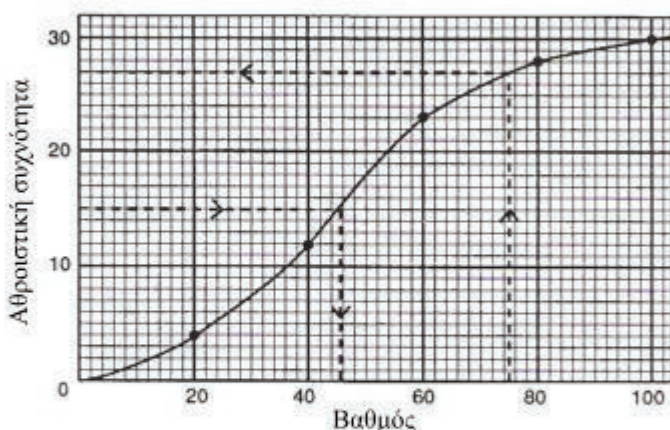
Βαθμοί	Συχνότητα
0 - 20	4
21 - 40	8
41 - 60	11
61 - 80	5
81 - 100	2

- Τον αριθμό των μαθητών που έχουν συγκεντρώσει 20 βαθμούς ή λιγότερο, 40 βαθμούς ή λιγότερο, τον βρίσκουμε προσθέτοντας τις συχνότητες. Αυτή η διαδικασία μάς δίνει αυτό που ονομάζουμε *αθροιστική συχνότητα*.

Βαθμοί (ή λιγότερο)	Αθροιστική συχνότητα (ή λιγότερο)	Σημείο απεικόνισης (ή λιγότερο)
20 βαθμούς	4	(20, 4)
40 βαθμούς	12	(40, 12)
60 βαθμούς	23	(60, 23)
80 βαθμούς	28	(80, 28)
100 βαθμούς	30	(100, 30)

- Χρησιμοποιούμε τις πληροφορίες από τον πίνακα αθροιστικής συχνότητας, για να σχεδιάσουμε την καμπύλη της *αθροιστικής συχνότητας*.

Η αθροιστική συχνότητα σημειώνεται στο τέλος κάθε κλάσης.



Να χρησιμοποιήσεις τη γραφική παράσταση της αθροιστικής συχνότητας, για να απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις (οι διακεκομμένες γραμμές έχουν σχεδιαστεί για να σε βοηθήσουν).

- Ποια είναι η διάμεσος των βαθμών στις εξετάσεις;
- Πόσοι μαθητές πήραν βαθμό 75 ή λιγότερο;

Οι πραγματικοί βαθμοί των μαθητών στην εξέταση, σε αύξουσα σειρά, έχουν ως εξής:

8	14	17	20	22	23	24	28
32	34	36	39	44	44	44	45
47	47	51	53	54	57	60	61
62	72	75	80	91	93		

- Να βρεις την πραγματική διάμεσο.
Να τη συγκρίνεις με την τιμή που είχες προσδιορίσει από τη γραφική παράσταση.
Ήταν ο υπολογισμός σου ακριβής;
- Πόσοι ακριβώς μαθητές πήραν 75 βαθμούς ή λιγότερο;
Πόσο προσεγγίζει ο πραγματικός αυτός αριθμός εκείνον που είχες βρει με βάση τη γραφική παράσταση;

Αθροιστική συχνότητα σε συνεχή δεδομένα

Δεδομένα που προκύπτουν από μετρήσεις θεωρούνται συνεχή.

Παραδείγματα συνεχών δεδομένων είναι το ύψος και η απόσταση.

- Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει σε χιλιόμετρα τις αποστάσεις που κάλυψαν κάποια παιδιά με ποδήλατο.

Απόσταση	Συχνότητα
0 - 20	4
21 - 40	8
41 - 60	11
61 - 80	5
81 - 100	2

Ένα παιδί που κάλυψε απόσταση 20,1 χμ, κάλυψε, κατά προσέγγιση χιλιόμετρο, απόσταση 20 χμ.

Επομένως, τοποθετείται στην κλάση 0-20.

Το ίδιο ισχύει για ένα παιδί που κάλυψε απόσταση 20,49 χμ.

Ένα παιδί που κάλυψε απόσταση 20,6 χμ. θεωρούμε ότι κάλυψε περίπου 21 χμ.

(κατά προσέγγιση χιλιόμετρο) και τοποθετείται στην κλάση 21-40.

Η τιμή 20,5 είναι το όριο ανάμεσα στις κλάσεις 0-20 και 21-40.

- Σε ποια κλάση θα τοποθετούσες ένα παιδί που κάλυψε τις αποστάσεις:

i) 40,499 χμ

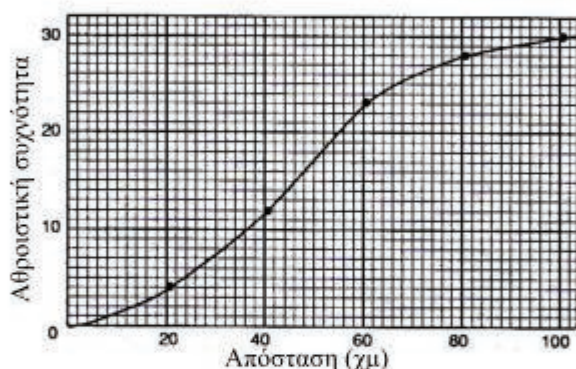
ii) 40,503 χμ;

- Στον παρακάτω πίνακα, η αθροιστική συχνότητα που αφορά στις αποστάσεις που καλύφθηκαν με ποδήλατο ομαδοποιείται με βάση το κριτήριο "λιγότερο από n", όπου n είναι το άνω φράγμα κάθε κλάσης.

Απόσταση	Αθροιστική συχνότητα	Αποτύπωση
Λιγότερο από 20,5	4	(20,5, 4)
Λιγότερο από 40,5	12	(40,5, 12)
Λιγότερο από 60,5	23	(60,5, 23)
Λιγότερο από 80,5	28	(80,5, 28)
Λιγότερο από 100,5	30	(100,5, 30)

- Η παρακάτω γραφική παράσταση της αθροιστικής συχνότητας απεικονίζει τις πληροφορίες που αναφέρονται στις αποστάσεις που καλύφθηκαν από τα παιδιά με ποδήλατο.

Η αθροιστική συχνότητα σημειώνεται στο άνω φράγμα κάθε κλάσης.



- Ποια είναι η διάμεσος των αποστάσεων που έχουν διανυθεί;
- Πόσα παιδιά έχουν διανύσει απόσταση 45 χμ ή λιγότερο;

1. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει το βάρος των μαθητών σε χιλιόγραμμα.

Βάρος των μαθητών (Kg)	Συχνότητα
40 - 45	1
46 - 50	0
51 - 55	3
56 - 60	4
61 - 65	7
66 - 70	10
71 - 75	15
76 - 80	3
81 - 85	1

- Το βάρος αποτελεί διακριτά ή συνεχή δεδομένα;
- Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα αθροιστικής συχνότητας για τα παραπάνω δεδομένα.

Βάρος μαθητών (Kg)	Αθροιστική συχνότητα	Σημείο απεικόνισης
Λιγότερο από 45,5	1	(45,5,1)
Λιγότερο από 50,5	1	(50,5,1)
Λιγότερο από 55,5	4	

- Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες του πίνακα, για να σχεδιάσεις τη γραφική παράσταση της αθροιστικής συχνότητας.
- Από τη γραφική παράσταση που έχεις σχεδιάσει, να βρεις και να σημειώσεις τη διάμεσο του βάρους των μαθητών.
- Πόσοι από τους μαθητές ζυγίζουν λιγότερο από: α) 53 kg β) 57 kg γ) 66 kg;



2. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τη διάρκεια ζωής 400 ηλεκτρικών λαμπτήρων.

Διάρκεια ζωής (ώρες)	Αριθμός λαμπτήρων
200 - 299	10
300 - 399	26
400 - 499	32
500 - 599	60
600 - 699	88
700 - 799	76
800 - 899	62
900 - 999	34
1000 - 1099	12

- Η διάρκεια ζωής των λαμπτήρων αποτελεί διακριτά ή συνεχή δεδομένα;
- Να δημιουργήσεις έναν πίνακα αθροιστικής συχνότητας για αυτά τα δεδομένα.
- Να σχεδιάσεις την αντίστοιχη γραφική παράσταση αθροιστικής συχνότητας.
- Πόσοι λαμπτήρες δεν διήρκεσαν: α) 250 ώρες β) 725 ώρες;
- Από τη γραφική παράσταση να βρεις και να σημειώσεις τη μέση τιμή διάρκειας ζωής των λαμπτήρων.

Τύποι δεδομένων

Διακριτά δεδομένα

Δεδομένα που αυξάνονται με άλματα, όπως οι βαθμοί εξετάσεων, ο αριθμός ατόμων, ο αριθμός των γκολ που έχουν σημειωθεί κ.λπ.

Η ηλικία σε χρόνια είναι παράδειγμα διακριτών δεδομένων.

Η ηλικία σε χρόνια και μήνες αποτελεί ένα άλλο παράδειγμα διακριτών δεδομένων.

Η αθροιστική συχνότητα των διακριτών δεδομένων απεικονίζεται στο άνω άκρο κάθε κλάσης.

Συνεχή δεδομένα

Δεδομένα που αυξάνουν συνεχώς, όπως το μήκος, ο χρόνος, το βάρος.

Η ακριβής ηλικία είναι ένα παράδειγμα συνεχών δεδομένων.

Η αθροιστική συχνότητα για τα συνεχή δεδομένα απεικονίζεται στο άνω φράγμα κάθε κλάσης.

- Μπορείς να δώσεις μερικά συμπληρωματικά παραδείγματα για:
 - α) διακριτά δεδομένα
 - β) συνεχή δεδομένα

2. Είναι πιθανό το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας αυτών των δύο κυλίνδρων να είναι το ίδιο;



Να υπολογίσεις το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας και στους δύο κυλίνδρους. Είναι το ίδιο;
Να εξηγήσεις τι βρήκες.

3. Να βρεις το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας κυλίνδρου που έχει ύψος 2,45εκ και ακτίνα βάσης 0,55εκ.

4. Να βρεις το συνολικό εμβαδόν επιφάνειας ενός κυλίνδρου με ύψος 10εκ και ακτίνα βάσης 1,4εκ.

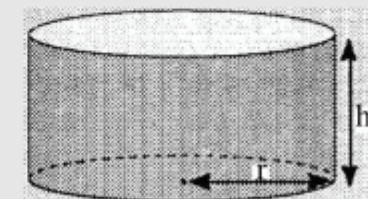
5. Ένας σωλήνας νερού στην πλευρά ενός σπιτιού έχει ακτίνα 6εκ και μήκος 4,5μ. Έχεις ένα κουτί μπογιά που φτάνει για να καλύψει 2τ.μ. Είναι αρκετή η μπογιά, για να καλύψει όλο το σωλήνα;

Όγκος και εμβαδόν επιφάνειας κυλίνδρου

Α Όγκος

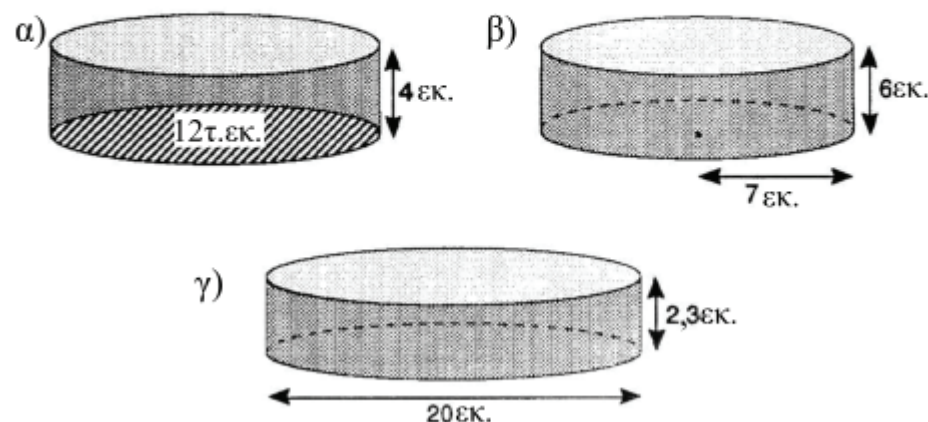
Ένας κύλινδρος είναι ένα πρίσμα με βάση κύκλο. Ο όγκος ενός κυλίνδρου βρίσκεται, αν πολλαπλασιάσουμε:

Εμβαδόν κυκλικής βάσης x ύψος
 $V = \pi r^2 \times h (v)$
 $V = \pi r^2 h$



Στη δραστηριότητα που ακολουθεί, να χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο @ στο κομπιουτεράκι σου ή να θεωρήσεις ότι το π είναι το 3,14. Τα σχήματα δεν έχουν σχεδιαστεί σε κλίμακα.

1. Να υπολογίσεις τον όγκο των κυλίνδρων των εικόνων.



Περίληψη

Οι ακόλουθες σχέσεις ισχύουν για τον κύλινδρο της εικόνας.

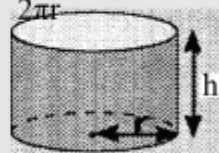
Μήκος περιφέρειας κυκλικής βάσης = $2\pi r$

Εμβαδόν κυκλικής βάσης = πr^2

Όγκος κυλίνδρου = $\pi r^2 h$

Εμβαδόν καμπύλης επιφάνειας = $2\pi r h$

Συνολικό εμβαδόν επιφάνειας = $2\pi r^2 + 2\pi r h$

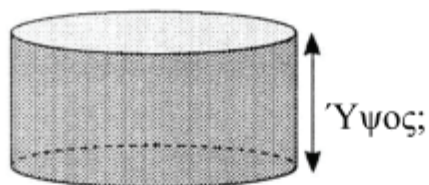


2. Είναι δυνατό οι κύλινδροι της εικόνας να έχουν ίσους όγκους;

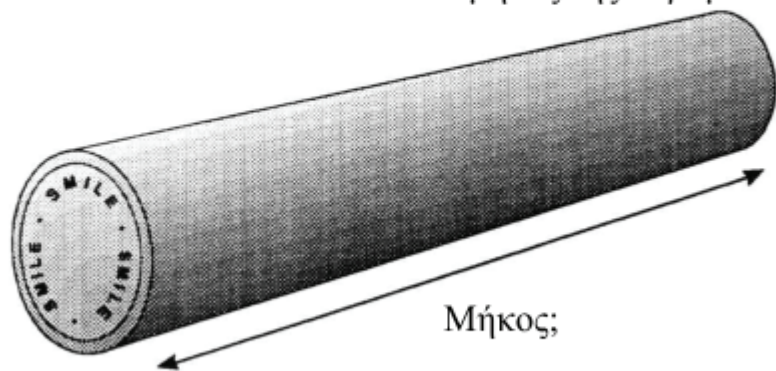


Να υπολογίσεις τους όγκους τους.
Είναι ίσοι μεταξύ τους;
Να εξηγήσεις τι βρήκες.

3. Ο κύλινδρος της εικόνας έχει εμβαδόν βάσης 16τ.εκ. και όγκο 80κ.εκ. Ποιο είναι το ύψος του;



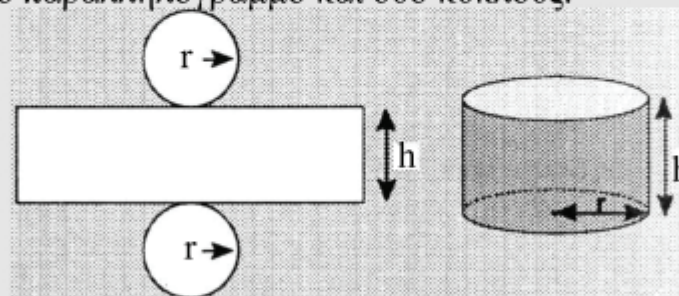
4. Η κυλινδρική ράβδος από καραμέλα έχει όγκο 100κ.εκ. Η ακτίνα είναι 1εκ. Ποιο είναι το μήκος της καραμέλας;



2

Β Εμβαδόν επιφάνειας

Το ανάπτυγμα του κυλίνδρου αποτελείται από ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και δύο κύκλους.



Το μήκος του ορθογωνίου είναι ίσο με την περιφέρεια του κύκλου (ταιριάζει ακριβώς στην περιφέρεια του κύκλου).
Το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας του κυλίνδρου (εμβαδόν του ορθογωνίου)

$$= 2\pi r \times h$$

$$= 2\pi r h$$

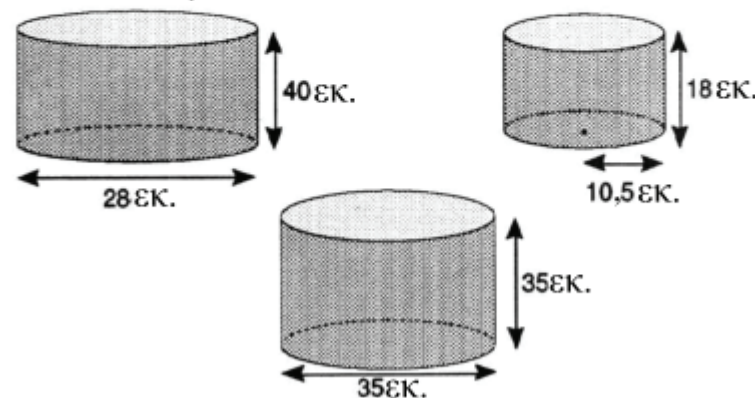
Το συνολικό εμβαδόν επιφάνειας του κυλίνδρου

$$= 2 \text{ κυκλικές βάσεις} + \text{ορθογώνιο}$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$= 2\pi r (r + h)$$

1. Να βρεις το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας των παρακάτω κυλίνδρων.



3

Πολλαπλασιασμός ακέραιων αριθμών

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας 1278α.

Η σκιασμένη σειρά και στήλη στο φύλλο εργασίας δείχνει ότι

Οποιοσδήποτε αριθμός $\times 0 = 0$

και

$0 \times$ οποιονδήποτε αριθμό $= 0$

Στο φύλλο εργασίας

- Να συμπληρώσεις τα αποτελέσματα των πολλαπλασιασμών

στο επάνω δεξί τμήμα του πίνακα πολλαπλασιασμού.

- Να χρησιμοποιήσεις τους κανόνες που παρατηρείς, για να συμπληρώσεις το υπόλοιπο του πίνακα πολλαπλασιασμού.

Να επαληθεύσεις κάποιες από τις απαντήσεις στο κομπιουτεράκι.

	0	+1	+2	+3	+4
-1	-4 x 0 0	-4 x +1	-4 x +2	-4 x +3	-4 x +4
-1	-3 x 0 0	-3 x +1	-3 x +2	-3 x +3	-3 x +4
-1	-2 x 0 0	-2 x +1	-2 x +2	-2 x +3	-2 x +4
-1	-1 x 0 0	-1 x +1	-1 x +2	-1 x +3	-1 x +4
-1	0 x 0 0	0 x +1	0 x +2	0 x +3	0 x +4

Για να προκύψει -4, σε πολλά κομπιουτεράκια

πρέπει να πατήσεις **4** και μετά **+/-**, ενώ σε κάποια άλλα κομπιουτεράκια πιάζεις **(-)** και μετά **4**.

1. Να βρεις το αποτέλεσμα των παρακάτω πολλαπλασιασμών, χρησιμοποιώντας τον πίνακα.

α) $-4 \times +2 = \blacksquare$	δ) $-3 \times -3 = \blacksquare$	ζ) $+2 \times -3 = \blacksquare$
β) $-1 \times -2 = \blacksquare$	ε) $+1 \times -1 = \blacksquare$	η) $-3 \times +1 = \blacksquare$
γ) $-4 \times +4 = \blacksquare$	στ) $-4 \times -4 = \blacksquare$	θ) $+4 \times -4 = \blacksquare$

2. Να χρωματίσεις **κόκκινα** τα τετράγωνα στα οποία οι απαντήσεις είναι **θετικοί** αριθμοί.
Να χρωματίσεις **πράσινα** τα τετράγωνα στα οποία οι απαντήσεις είναι **αρνητικοί** αριθμοί.

3. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις την παρακάτω σύνοψη:

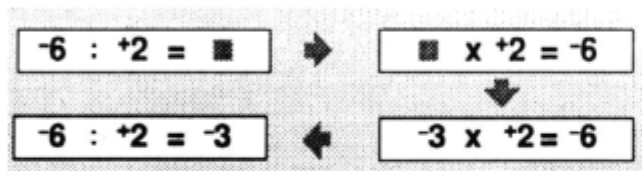
Θετικός αριθμός	x	θετικό αριθμό	=	θετικός αριθμός
Θετικός αριθμός	x	αρνητικό αριθμό	=
Αρνητικός αριθμός	x	θετικό αριθμό	=
Αρνητικός αριθμός	x	αρνητικό αριθμό	=
Μηδέν	x	θετικό αριθμό	=	μηδέν
Μηδέν	x	αρνητικό αριθμό	=

4. Να βρεις το αποτέλεσμα των παρακάτω πολλαπλασιασμών:

α) $+2 \times -3 = \blacksquare$	η) $+3 \times -6 = \blacksquare$	ξ) $-10 \times +5 = \blacksquare$
β) $-8 \times -4 = \blacksquare$	θ) $-3 \times 0 = \blacksquare$	ο) $-5 \times -8 = \blacksquare$
γ) $0 \times -9 = \blacksquare$	ι) $+6 \times -7 = \blacksquare$	π) $-4 \times -6 = \blacksquare$
δ) $-6 \times -4 = \blacksquare$	κ) $0 \times -27 = \blacksquare$	ρ) $-12 \times +3 = \blacksquare$
ε) $-9 \times -7 = \blacksquare$	λ) $-7 \times -9 = \blacksquare$	σ) $+11 \times -6 = \blacksquare$
στ) $+11 \times 0 = \blacksquare$	μ) $+6 \times +8 = \blacksquare$	τ) $-10 \times -10 = \blacksquare$
ζ) $+8 \times +2 = \blacksquare$	ν) $-12 \times +12 = \blacksquare$	υ) $-7 \times -8 = \blacksquare$

Διαίρεση ακέραιων αριθμών

Η διαίρεση είναι αντίστροφη του πολλαπλασιασμού.



Συνοπτικός πίνακας του πολλαπλασιασμού

Θετικός αριθμός	x	θετικός αριθμός	=	θετικός αριθμός
Θετικός αριθμός	x	αρνητικός αριθμός	=	αρνητικός αριθμός
Αρνητικός αριθμός	x	θετικός αριθμός	=	αρνητικός αριθμός
Αρνητικός αριθμός	x	αρνητικός αριθμός	=	θετικός αριθμός
Μηδέν	x	θετικός αριθμός	=	μηδέν
Μηδέν	x	αρνητικός αριθμός	=	μηδέν
Θετικός αριθμός	x	μηδέν	=	μηδέν
Αρνητικός αριθμός	x	μηδέν	=	μηδέν

1. α) Να χρησιμοποιήσεις το συνοπτικό πίνακα του πολλαπλασιασμού, για να κάνεις τις παρακάτω πράξεις πολλαπλασιασμού και να βρεις τα αποτελέσματα των διαιρέσεων.

i)	■ x -3 = -6	-6 : -3 = ■
ii)	■ x -4 = +16	+16 : -4 = ■
iii)	■ x +3 = -9	-9 : +3 = ■
iv)	■ x -4 = -12	-12 : -4 = ■
v)	■ x +3 = 0	0 : +3 = ■
vi)	■ x +2 = +8	+8 : +2 = ■
vii)	■ x -2 = -2	-2 : -2 = ■
viii)	■ x +3 = -3	-3 : +3 = ■

β) Η εξίσωση $■ \times 0 = +2$ δεν έχει λύση.

Δοκίμασε $\textcircled{2} \textcircled{+} \textcircled{0} \textcircled{-}$ στο κομπιουτεράκι σου.

Το αποτέλεσμα που είναι πολύ πιθανό να προκύψει είναι \boxed{E} , δηλαδή ότι δεν υπάρχει απάντηση.

Να επιχειρήσεις να διαιρέσεις άλλους θετικούς και αρνητικούς αριθμούς με το μηδέν.

Τι σου δείχνει αυτό για τη διαίρεση με το μηδέν;

2. Να χρησιμοποιήσεις τις ισότητες $+4 \times +7 = +28$ $+4 \times -7 = -28$ $-4 \times +7 = -28$ $-4 \times -7 = +28$
για να βρεις τα αποτελέσματα των πράξεων που ακολουθούν:

α) $+28 : +7 = \blacksquare$ β) $-28 : -7 = \blacksquare$ γ) $-28 : +7 = \blacksquare$ δ) $+28 : -7 = \blacksquare$

3. Να βρεις τα αποτελέσματα των παρακάτω πράξεων:

α) $+40 : +10 = \blacksquare$ β) $-18 : -6 = \blacksquare$ γ) $+15 : +5 = \blacksquare$ δ) $-24 : -8 = \blacksquare$

4. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω συνοπτικό πίνακα για τη διαίρεση:

Θετικός αριθμός	: θετικός αριθμός	= θετικός αριθμός
Θετικός αριθμός	: αρνητικός αριθμός	=
Αρνητικός αριθμός	: θετικός αριθμός	=
Αρνητικός αριθμός	: αρνητικός αριθμός	=
Μηδέν	: θετικός αριθμός	= μηδέν
Μηδέν	: αρνητικός αριθμός	=
Θετικός αριθμός	: μηδέν	= Δεν υπάρχει απάντηση
Αρνητικός αριθμός	: μηδέν	=

Να χρησιμοποιήσεις το συνοπτικό πίνακα της διαίρεσης, για να κάνεις τις παρακάτω πράξεις:

α) $-12 : +6 = \blacksquare$ β) $-10 : -5 = \blacksquare$ γ) $+14 : -7 = \blacksquare$ δ) $+5 : +2 = \blacksquare$
ε) $-8 : +4 = \blacksquare$ στ) $-9 : -2 = \blacksquare$ ζ) $+27 : +3 = \blacksquare$ η) $+11 : -4 = \blacksquare$
θ) $-42 : +6 = \blacksquare$ ι) $+33 : -11 = \blacksquare$ κ) $-5 : -3 = \blacksquare$ λ) $0 : +5 = \blacksquare$
μ) $-10 : +4 = \blacksquare$ ν) $-9 : +6 = \blacksquare$ ξ) $-100 : +10 = \blacksquare$