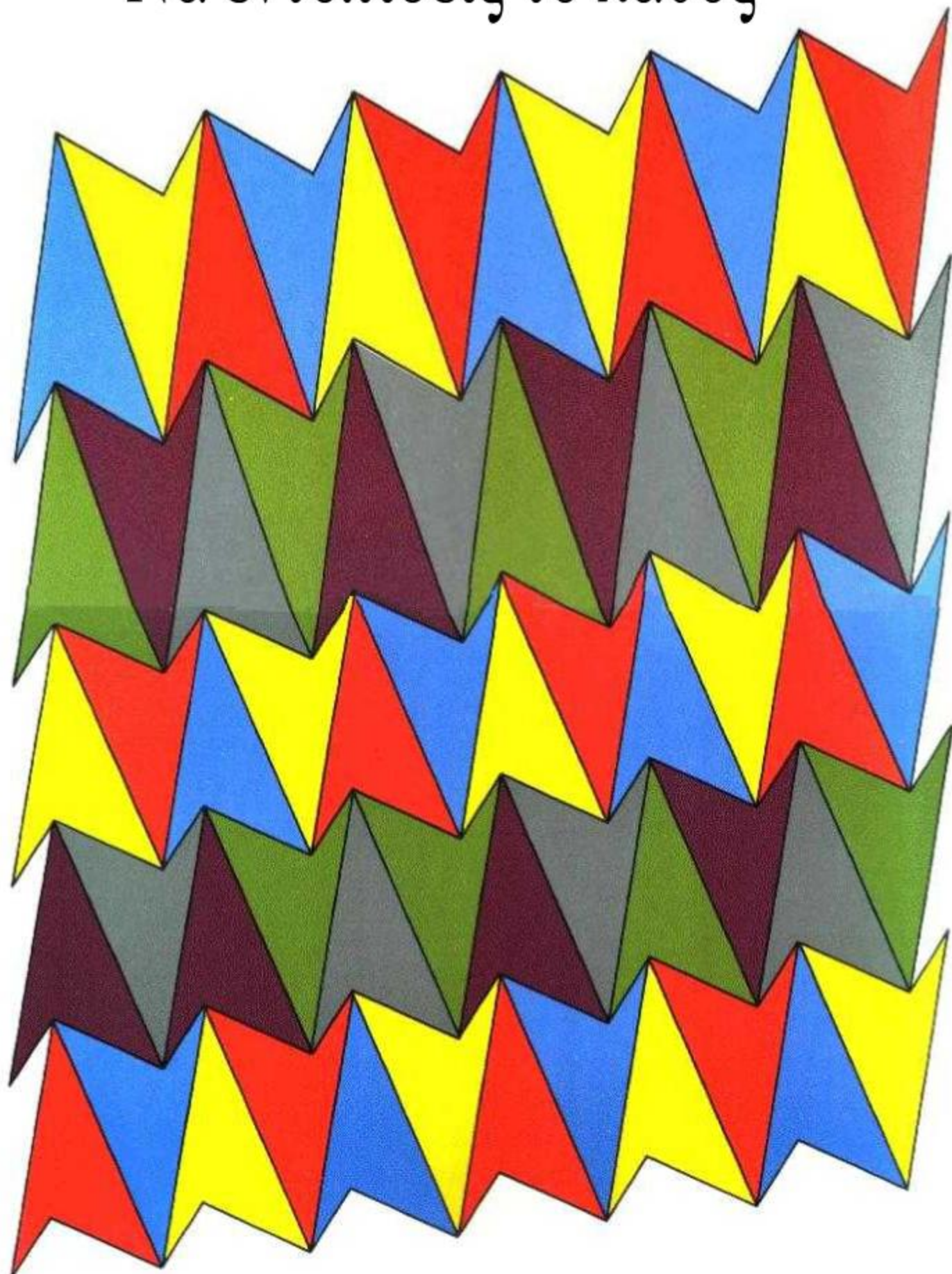


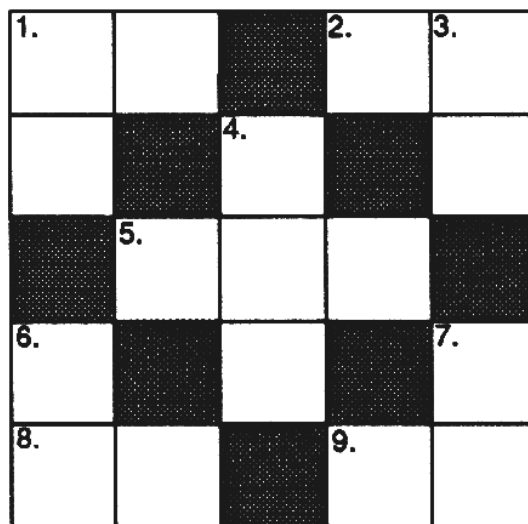
Να εντοπίσεις το λάθος



Smile 0705

Σταυρόλεξα

Να αντιγράψεις αυτό το σταυρόλεξο και στη συνέχεια να το συμπληρώσεις.



Οριζόντια

1. $20 - 3$
2. $1 + 3 + 5 + 7 + 9$
5. Διακόσια εξήντα τέσσερα.
8. Ένα λιγότερο από 70.
9. $10 \times 10 - 1$

Κάθετα

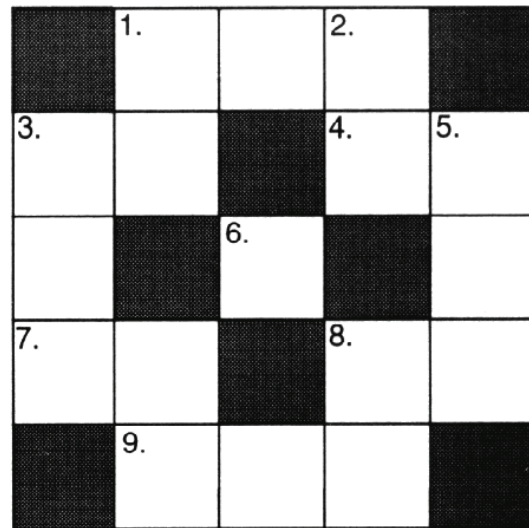
1. Σύνολο ωρών από τα μεσάνυχτα μέχρι το μεσημέρι.
3. Το μισό της εκατοντάδας.
4. $188 + 100 + 78$
6. $2 \times 2 \times 2 \times 2$
7. 7×7

Γύρισε σελίδα



Smile 0705

Να αντιγράψεις αυτό το σταυρόλεξο και στη συνέχεια να το συμπληρώσεις.



Οριζόντια

1. $100 + 10 + 1$
3. Διάρκεια ημέρας σε ώρες.
4. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
6. Το μισό της δεκάδας.
7. 6×10
8. $3 \times 3 \times 3$
9. $110 - 5$

Κάθετα

1. $8 + 6$
2. $6\frac{1}{2} \times 2$
3. $6 \times 6 \times 6$
5. 3 λιγότερα από το 300
8. $9 + 7 + 5 + 3 + 1$

Να φτιάξεις ένα δικό σου σταυρόλεξο.
Να το δώσεις σε κάποιο φίλο σου για να το λύσει.

Smile 0709

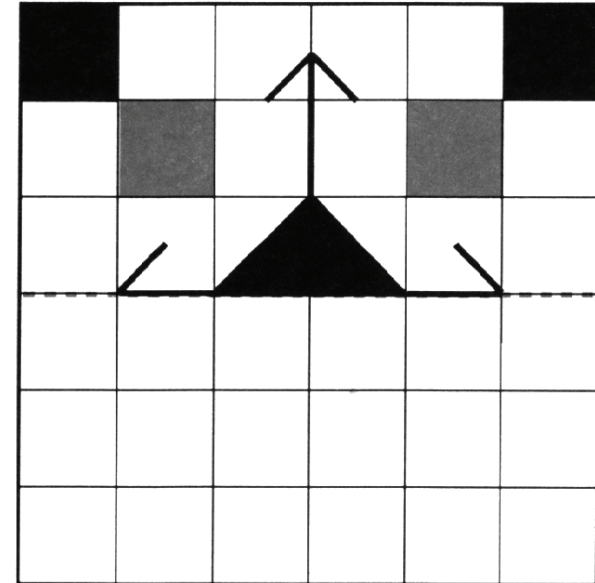
Αντικατοπτρισμός

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί, μιογιές και έναν καθρέφτη.

Να αντιγράψεις αυτό το σχέδιο στο τετραγωνισμένο χαρτί.

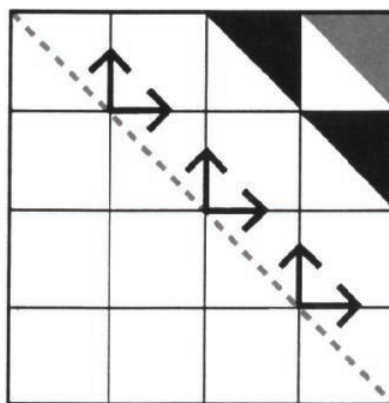
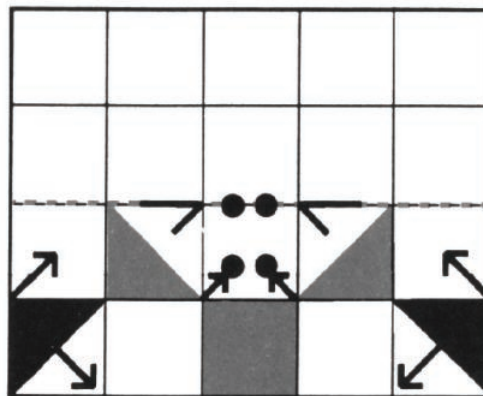
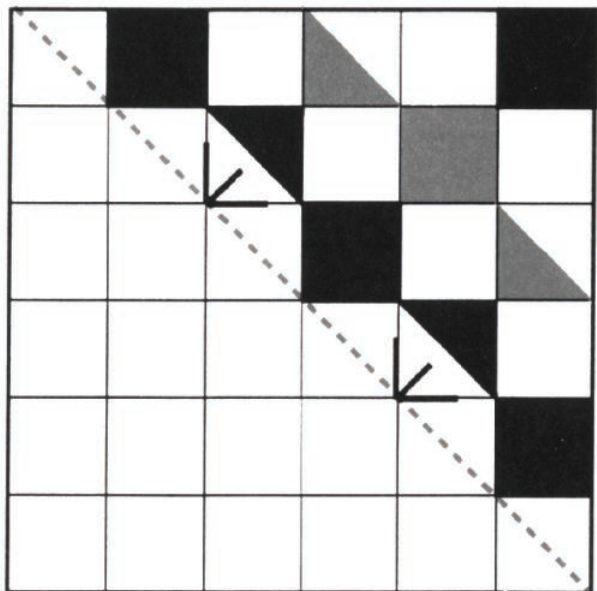
Να τοποθετήσεις τον καθρέφτη πάνω στη διακεκομμένη γραμμή και να παρατηρήσεις το είδωλο του σχεδίου.

Να μετακινήσεις τον καθρέφτη και να σχεδιάσεις το συμμετρικό σχέδιο.

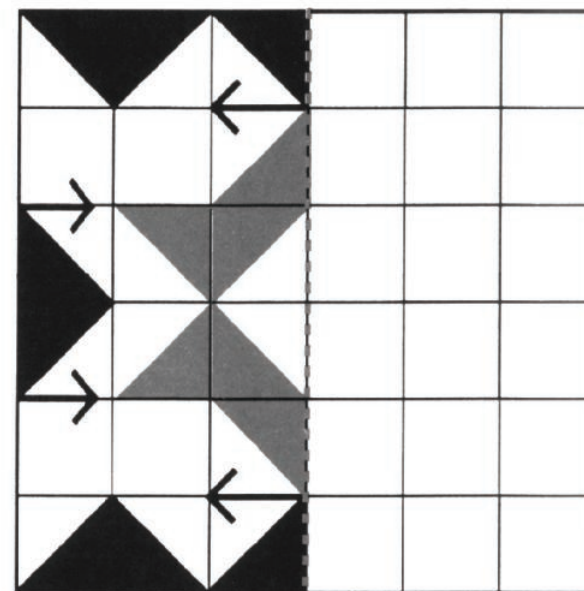


Γύρισε σελίδα

Να αντιγράψεις τουλάχιστον δύο από αυτά τα σχέδια και να σχεδιάσεις τα συμμετρικά τους.



Smile 0709



Να φτιάξεις ένα δικό σου σχέδιο και να σχεδιάσεις το συμμετρικό του.

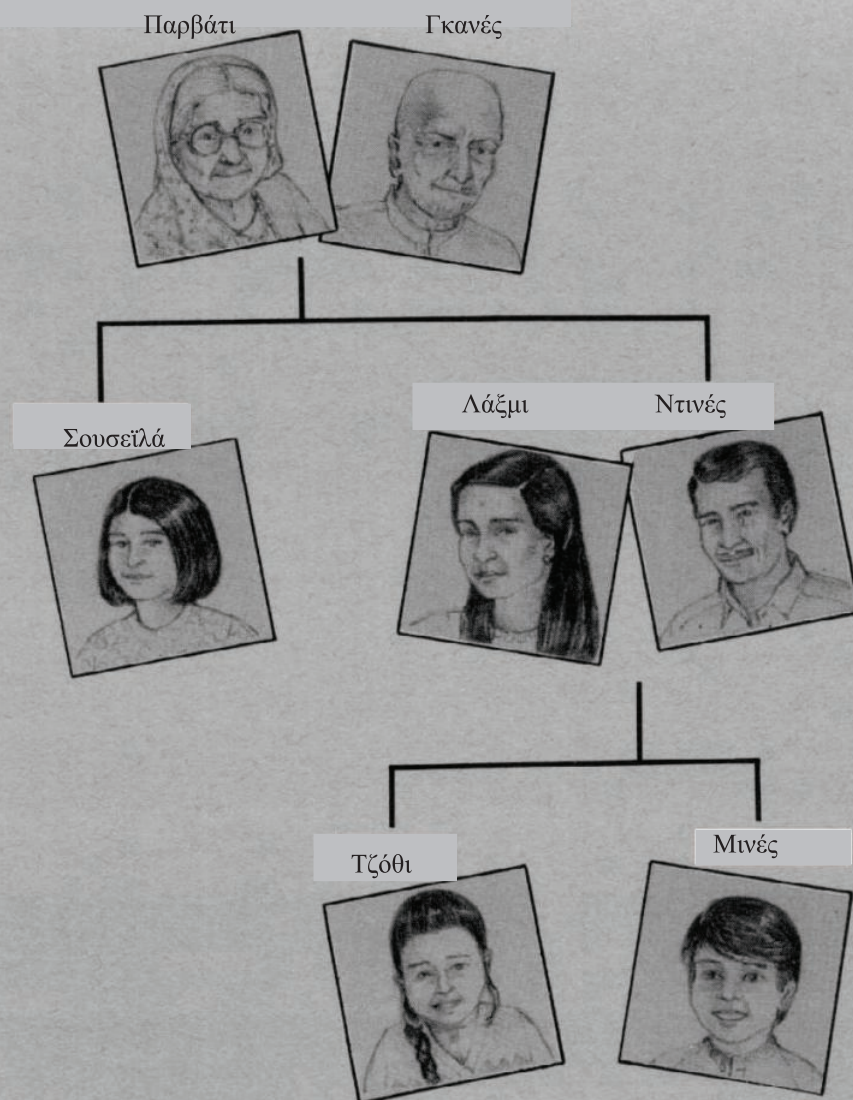
Smile 0716

Σχέσεις

Θα σου χρειαστούν τα φύλλα εργασίας **0716Α, 0716Β.**



Εδώ είναι το οικογενειακό δένδρο της οικογένειας Patek από την Ινδία:



Η Παρβάτι και ο Γκανές είναι η γιαγιά και ο παππούς. Έχουν δύο παιδιά, τη Σουλειλά και τον Ντινές. Ο Ντινές και η Λάξιμι έχουν και αυτοί δύο παιδιά, την Τζόθι και τον Μινές.

Smile 0716

Μπορούμε να δείξουμε τις σχέσεις της οικογένειας με τη χρήση πινάκων.

1. «Είναι η κόρη του/της»

	Γ	Π	Σ	Ν	Λ	Τ	Μ
Γκανές	△	△	△	△	△	△	△
Παρβάτι	△	△	△	△	△	△	△
Σουσειλά	▲	▲	△	△	△	△	△
Ντινές	△	△	△	△	△	△	△
Λάξιμι	△	△	△	△	△	△	△
Τζόθι	△	△	△	▲	▲	△	△
Μινές	△	△	△	△	△	△	△

(α) Γιατί αυτό ▲ είναι σκιασμένο; (β) Γιατί αυτό △ δεν είναι σκιασμένο;

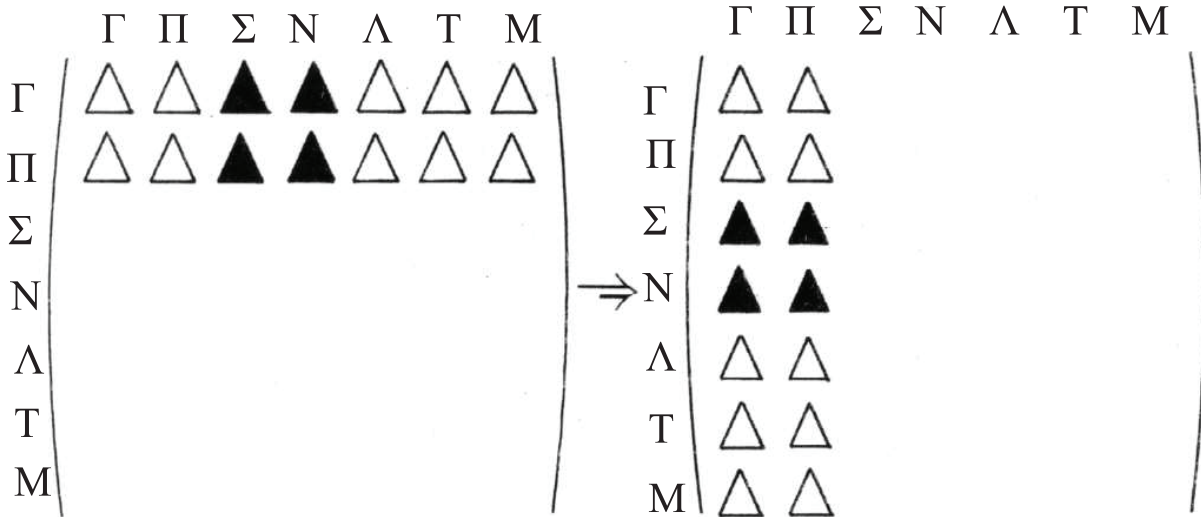
2. Να συμπληρώσεις τον πίνακα Β στο φύλλο εργασίας, για να δείξεις τη σχέση «είναι η αδελφή του/της». Να χρωματίσεις κατάλληλα, για να δείξεις τη σχέση.

3. Να συμπληρώσεις τον πίνακα Γ, για να δείξεις τη σχέση «είναι ο γονέας του/της».

4. Να δείξεις στον πίνακα Δ τη σχέση «είναι το παιδί του/της».

Smile 0716

5. Στον πίνακα Γ «είναι ο γονέας του/της», να μετατρέψεις τις σειρές σε στήλες.



Να συμπληρώσεις το παραπάνω στον πίνακα Ε του φύλλου εργασίας.

Ο νέος πίνακας ονομάζεται ανάστροφος.

Να συγκρίνεις τον ανάστροφο του «είναι ο γονέας του/της» με τον πίνακα «είναι το παιδί του/της». Τι παρατηρείς;

6. Να συμπληρώσεις τον πίνακα Ζ στο φύλλο εργασίας, για να δείξεις τη σχέση «είναι το εγγόνι του/της».

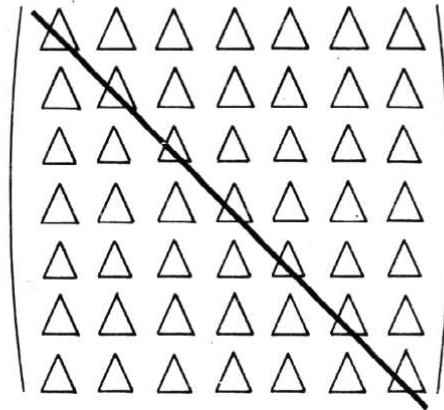
Στον πίνακα Η, να δείξεις τον ανάστροφο του πίνακα Ζ. Ποια σχέση δείχνει;

Να ελέγξεις την απάντησή σου, ανατρέχοντας στο οικογενειακό δένδρο.

Smile 0716

7. Να συμπληρώσεις τον πίνακα Θ , για να δείξεις τη σχέση «είναι ο αδελφός ή η αδελφή του/της».

Στον πίνακα I, εντόπισε τον ανάστροφο του πίνακα Θ . Ποια σχέση δίνει ο ανάστροφος;



Η γραμμή στον παραπάνω πίνακα δίνει την κύρια διαγώνιο - ξεκινάει από την επάνω αριστερή γωνία και καταλήγει στην κάτω δεξιά γωνία.

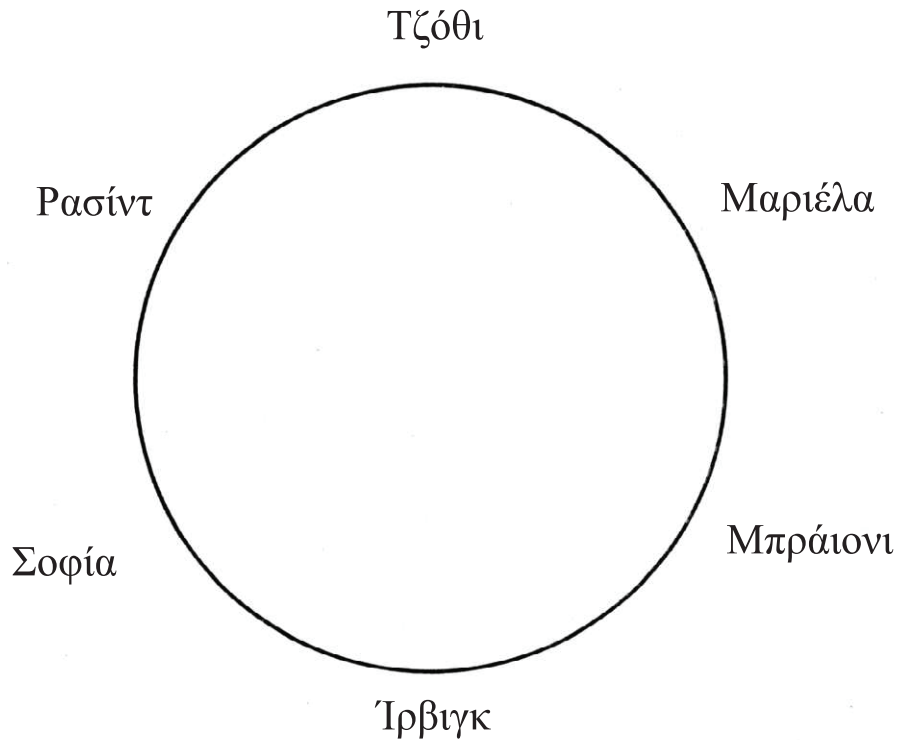
8. Να χαράξεις τις κύριες διαγωνίους στους πίνακες του φύλλου εργασίας.

Ποιοι από αυτούς τους πίνακες είναι συμμετρικοί ως προς την κύρια διαγώνιο;

Γιατί νομίζεις ότι συμβαίνει αυτό; Θα πρέπει να σκεφτείς προσεκτικά σχετικά με τις σχέσεις που δηλώνονται.

Smile 0716

Εδώ είναι η Τζόθι και οι φίλοι της στη διάρκεια του δείπνου.



9. Στο φύλλο εργασίας 0716B να συμπληρώσεις τον πίνακα Κ, για να δείξεις τη σχέση «κάθεται δίπλα στον/στην». Στον πίνακα Λ, να δείξεις τον ανάστροφο του πίνακα Κ.

Ποια είναι η σχέση που δηλώνει;

Smile 0716

10. Να συμπληρώσεις τον πίνακα M , για να δώσεις τη σχέση «είναι στα αριστερά του/της».

Να χρησιμοποιήσεις τον πίνακα N , για να βρεις τον ανάστροφο του M .
Να περιγράψεις τη νέα σχέση.

11. Να χρησιμοποιήσεις τον πίνακα Ξ , για να δείξεις τη σχέση «είναι απέναντι από» και τον πίνακα O για να δείξεις τον ανάστροφό του.
Ποια σχέση μάς δίνει ο ανάστροφος;

12. Σε ποιες από τις ερωτήσεις 9, 10, 11 οι πίνακες είναι συμμετρικοί ως προς την κύρια διαγώνιο;

Γιατί;

**ΜΥΣΤΙΚΕΣ
 ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ**

Η πράκτορας Άλφα ανησυχεί επειδή οι πράκτορες Ζέβρα και Τάγκο υποκλέπτουν και αποκωδικοποιούν τα περισσότερα μηνύματά της.

ΤΟ ΒΡΗΚΑ! ΘΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΩ
 ΕΝΑΝ ΠΙΟ ΔΥΣΚΟΛΟ $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
 ΚΩΔΙΚΟ

Χρησιμοποιεί τον παραπάνω κωδικό για να στείλει τη νέα κωδικοποιημένη λέξη στους πράκτορές της.

$$\begin{matrix} \text{G E O R G E} \\ \begin{pmatrix} 7 & 5 & 15 \\ 18 & 7 & 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 5 & 15 \\ 18 & 7 & 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix} \\ \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \end{matrix}$$

1. Να ολοκληρώσεις την κωδικοποίηση για την πράκτορα Άλφα.

Η πράκτορας Ζέβρα υποκλέπτει το ακόλουθο μήνυμα:

$$\begin{matrix} 64, 34, 70, 25, 12, 20 \\ \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



ΑΝ Ο ΚΩΔΙΚΟΣ ΕΙΝΑΙ $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, ΤΟΤΕ ΣΥΜΦΩΝΑ
 ΜΕ ΤΟ ΔΙΚΟ ΜΟΥ ΚΑΝΟΝΑ Ο ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗΣ
 ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{matrix} 64, 34, 70, 25, 12, 20 \\ \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix} \\ \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \\ \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \end{matrix}$$

2. Να ολοκληρώσεις την αποκωδικοποίηση του μηνύματος.
 Καταλαβαίνεις τι λέει το μήνυμα;

Γύρισε σελίδα

ΠΩΣ! ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ!

14 10 30 36 14

Οι πράκτορες Ζέβρα και Τάγκο αποφασίζουν να εξετάσουν πάλι τους κωδικούς και τους αποκωδικοποιητές που ξέρουν ότι ισχύουν (βλ. κάρτα 0680).

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

Αποφασίζουν να κωδικοποιήσουν και να αποκωδικοποιήσουν τη λέξη ΒΕ, χρησιμοποιώντας τον πρώτο κωδικό $ΒΕ \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\text{Κωδικός} \times \text{Λέξη} = \text{Μήνυμα} \quad \text{Αποκωδικοποιητής} \times \text{Μήνυμα} = \text{Λέξη}$$

$$\text{Κωδικοποίηση} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix} \quad \text{Αποκωδικοποίηση} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

3. Να ολοκληρώσεις την παραπάνω κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση.

Να αντικαταστήσεις το μήνυμα με την πράξη $\text{κωδικός} \times \text{λέξη}$ στην αποκωδικοποίηση.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Αποκωδικοποιητής} \times \text{Κωδικός} \times \text{λέξη} = \text{Λέξη}$$

4. Να πολλαπλασιάσεις αποκωδικοποιητή x κωδικό

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$

Τι παρατηρείς στην απάντησή σου;

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ονομάζεται μοναδιαίος πίνακας για τον πολλαπλασιασμό πινάκων.
 $\text{Αποκωδικοποιητής} \times \text{κωδικός} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Να ελέγξεις αν η σχέση $\text{αποκωδικοποιητής} \times \text{κωδικός} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ισχύει για τους κωδικούς και τους αποκωδικοποιητές Β, Γ και Δ (βλ. κάρτα 0680).

ΑΝΑΡΩΤΙΕΜΑΙ ΑΝ Ο ΚΑΝΟΝΑΣ ΙΣΧΥΕΙ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗ $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$
ΚΑΙ ΤΟΝ ΚΩΔΙΚΟ ΤΟΥ ΠΡΑΚΤΟΡΑ ΑΛΦΑ. $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

6. Να ελέγξεις αν ισχύει ο κανόνας για τον παρακάτω αποκωδικοποιητή και τον κωδικό. Τι παρατηρείς στην απάντησή σου; $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}$

Η πράκτορας Ζέβρα παρατηρεί ότι η απάντησή της είναι το διπλάσιο του μοναδιαίου πίνακα και συμπεραίνει ότι ο σωστός αποκωδικοποιητής πρέπει να είναι το μισό του αρχικού.

7. Να ελέγξεις τον κανόνα πάλι, χρησιμοποιώντας τον αποκωδικοποιητή και τον κωδικό που προκύπτουν.

8. Στη συνέχεια, να αποκωδικοποιήσεις το μήνυμα 64, 34, 70, 25, 12, 20 που έστειλε η πράκτορας Άλφα χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο αποκωδικοποιητή $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}$

Ακολουθούν μερικοί κωδικοί:

$$9. \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 10. \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 11. \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad 12. \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad 13. \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 14. \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Να βρεις τον αποκωδικοποιητή για καθένα από τους παραπάνω κωδικούς, χρησιμοποιώντας τον αρχικό κανόνα της πράκτορας Ζέβρα (βλ. κάρτα 0680). Να χρησιμοποιήσεις τη σχέση $\text{αποκωδικοποιητής} \times \text{κωδικός} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

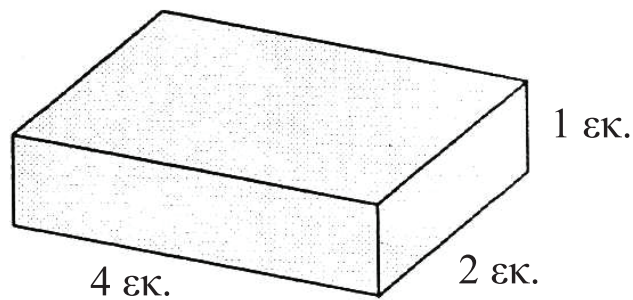
Αν ο αποκωδικοποιητής δεν είναι σωστός, πώς μπορείς να τον αλλάξεις; (Δες τι έκανε η πράκτορας Ζέβρα).

15. Να σημειώσεις όλους τους σωστούς αποκωδικοποιητές για όλους τους κωδικούς των ερωτήσεων 9 ως 14.

Smile 0719

Αναπτύγματα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου

Θα χρειαστείς: τετραγωνισμένο χαρτί, ψαλίδι και κολλητική ταινία.



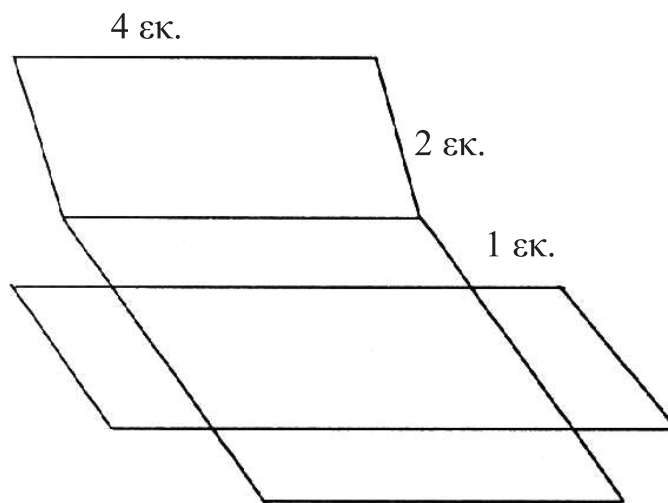
Κοίταξε αυτό το κουτί. Ονομάζεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

*Πόσες έδρες έχει;
Τι σχήμα έχουν;*



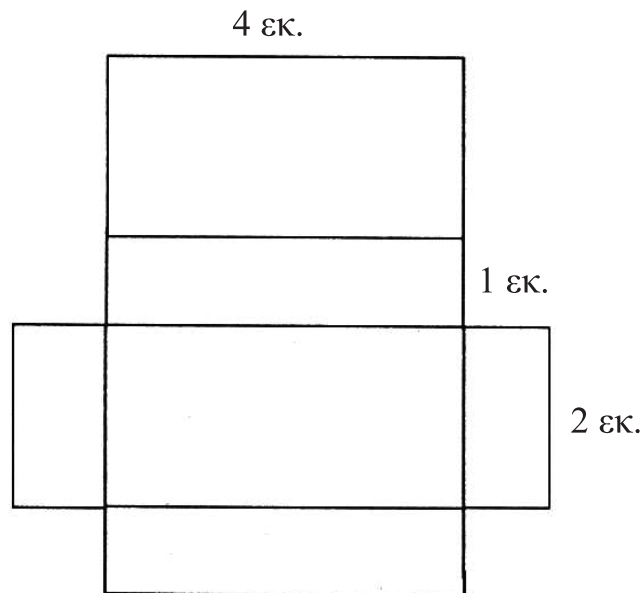
Smile 0719

Όταν «ανοίξουμε» το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχουμε...



Smile 0719

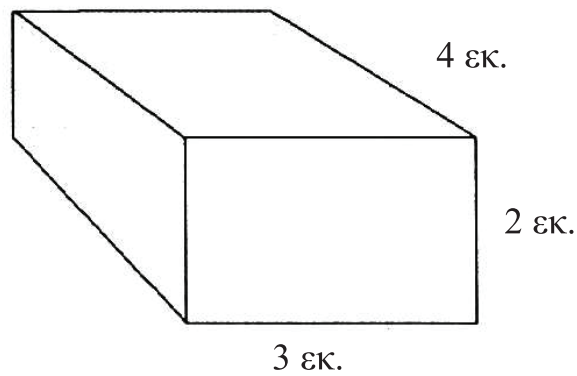
...αυτό το ανάπτυγμα.



Να το σχεδιάσεις με ακρίβεια, να το κόψεις και να το διπλώσεις, έτσι ώστε να σχηματίσεις ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

Smile 0719

1) Να σχεδιάσεις το ανάπτυγμα αυτού του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου.



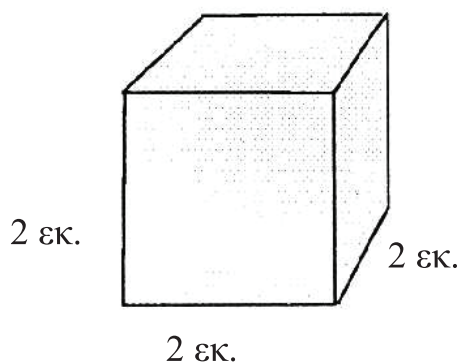
Να το κόψεις και στη συνέχεια να το διπλώσεις, για να ελέγξεις ότι το ανάπτυγμά σου είναι σωστό.



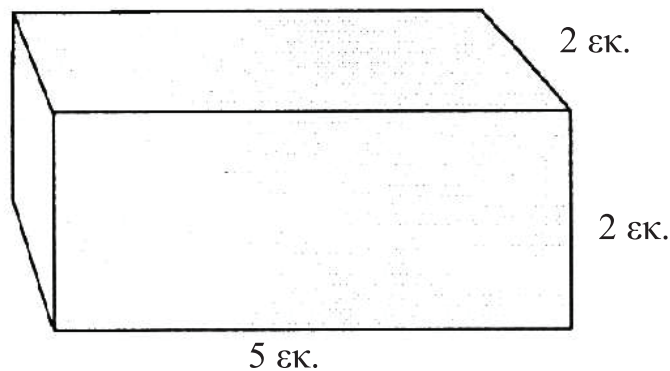
Smile 0719

Να σχεδιάσεις τα αναπτύγματα αυτών των ορθογωνίων παραλληλεπίπεδων. Να τα κόψεις και να τα διπλώσεις, για να ελέγξεις ότι έχεις σχεδιάσει τα σωστά αναπτύγματα.

2)

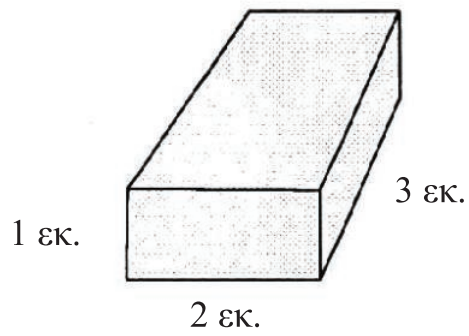


3)

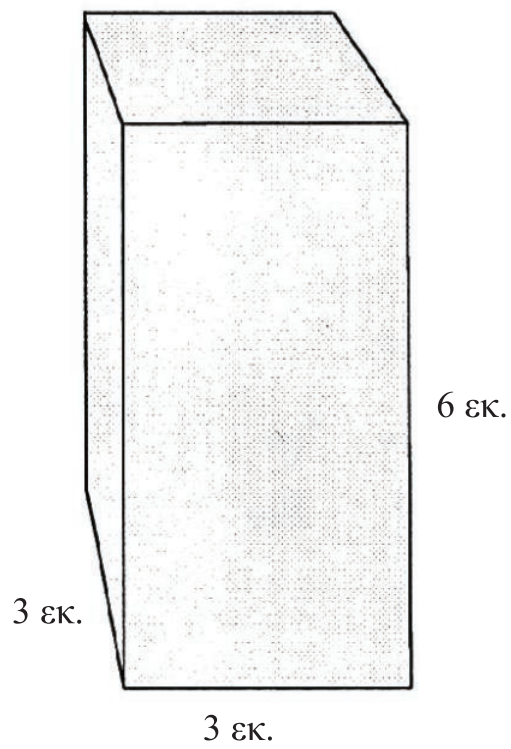


Smile 0719

4)



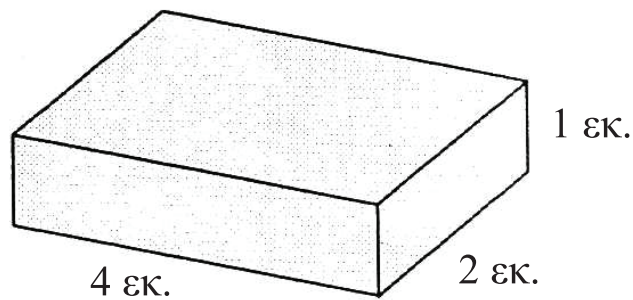
5)



Smile 0719

Αναπτύγματα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου

Θα χρειαστείς: τετραγωνισμένο χαρτί, ψαλίδι και κολλητική ταινία.



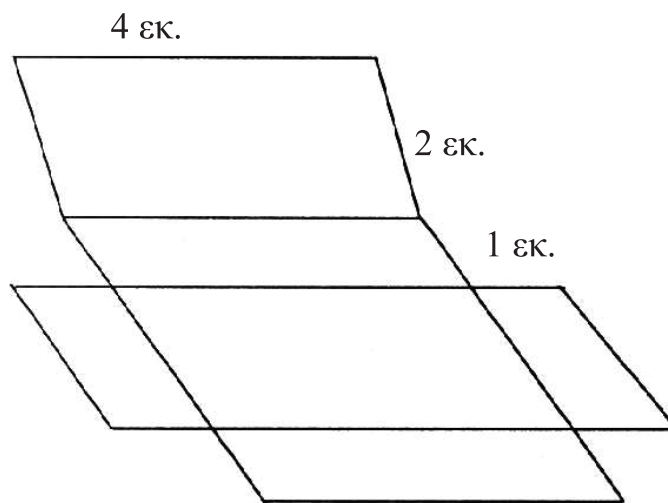
Κοίταξε αυτό το κουτί. Ονομάζεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

*Πόσες έδρες έχει;
Τι σχήμα έχουν;*



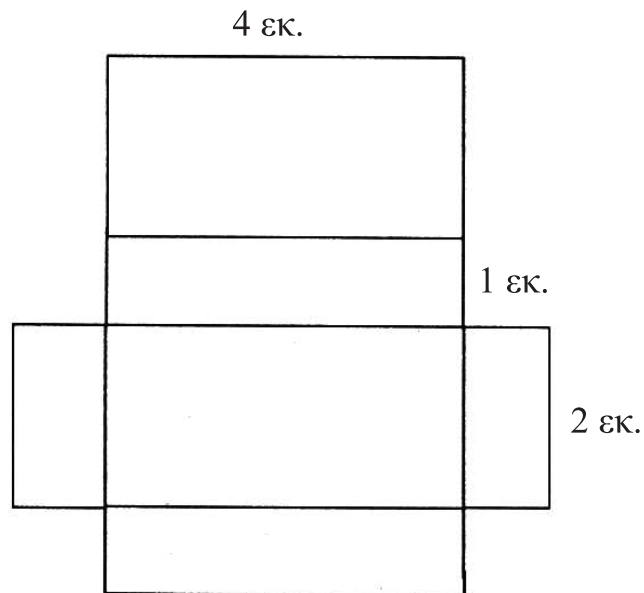
Smile 0719

Όταν «ανοίξουμε» το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχουμε...



Smile 0719

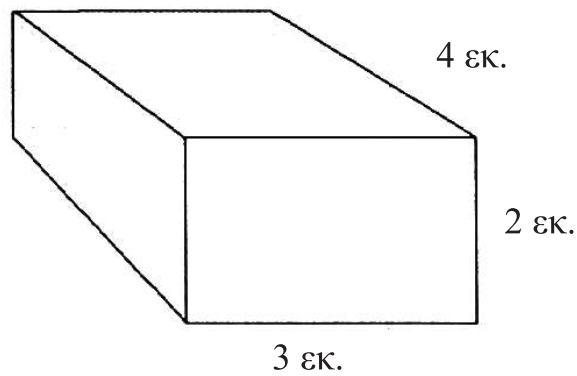
...αυτό το ανάπτυγμα.



Να το σχεδιάσεις με ακρίβεια, να το κόψεις και να το διπλώσεις, έτσι ώστε να σχηματίσεις ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

Smile 0719

1) Να σχεδιάσεις το ανάπτυγμα αυτού του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου.



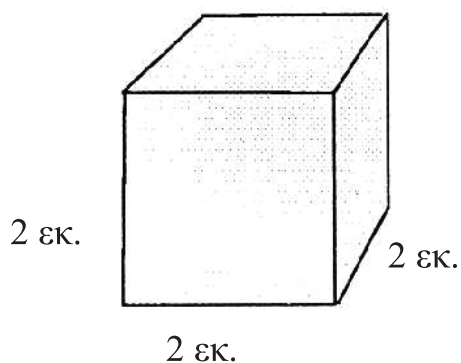
Να το κόψεις και στη συνέχεια να το διπλώσεις, για να ελέγξεις ότι το ανάπτυγμά σου είναι σωστό.



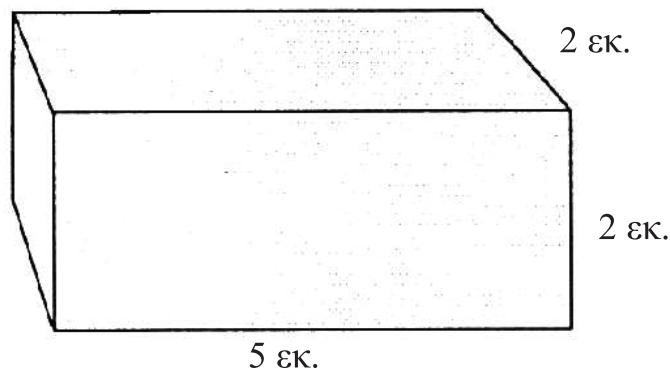
Smile 0719

Να σχεδιάσεις τα αναπτύγματα αυτών των ορθογωνίων παραλληλεπίπεδων. Να τα κόψεις και να τα διπλώσεις, για να ελέγξεις ότι έχεις σχεδιάσει τα σωστά αναπτύγματα.

2)

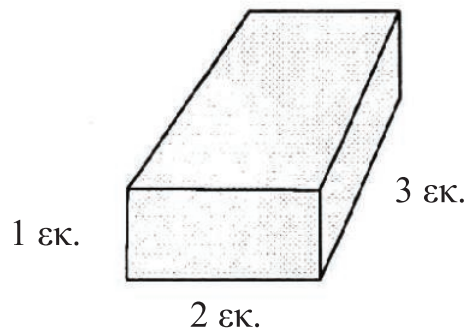


3)

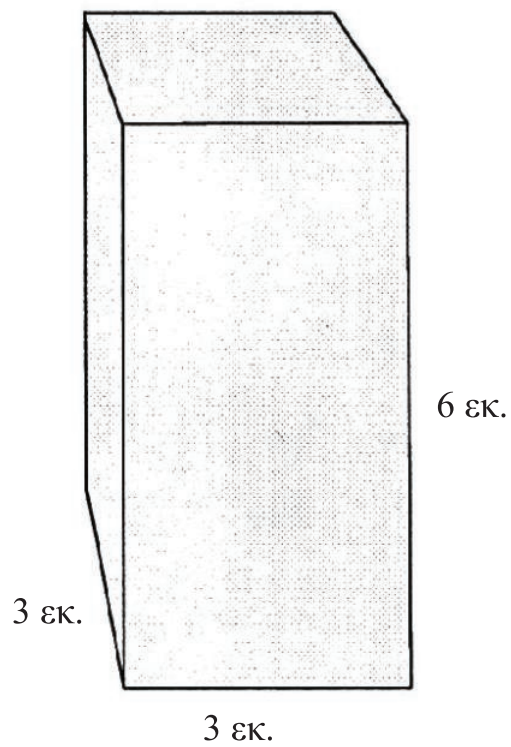


Smile 0719

4)



5)



Αναπτύγματα πυραμίδων

Θα χρειαστείς διαβήτη, χάρακα, χαρτόνι, ένα μυτερό μολύβι και κολλητική ταινία ή κόλλα.



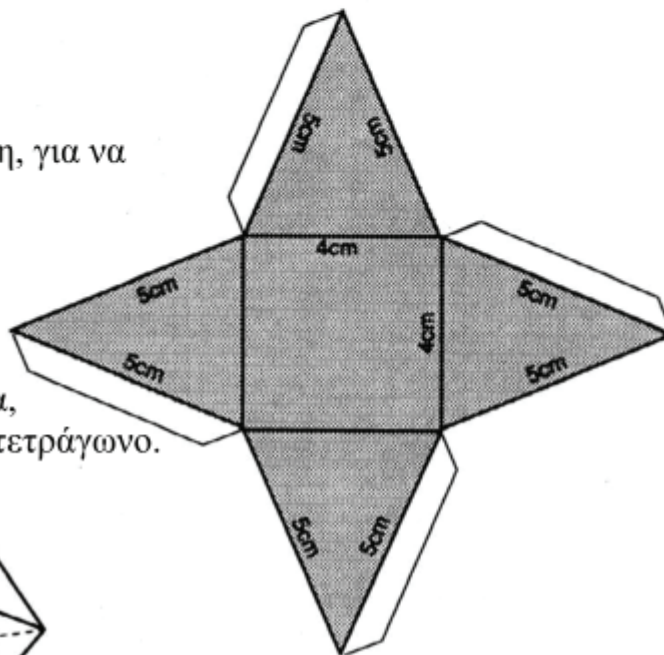
1. Να σχεδιάσεις το ανάπτυγμα της πυραμίδας της εικόνας, χρησιμοποιώντας μόνο χάρακα, μολύβι και διαβήτη.

Πρώτα να σχεδιάσεις το τετράγωνο.

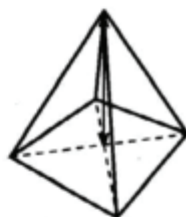
Στη συνέχεια, να χρησιμοποιήσεις διαβήτη, για να σχεδιάσεις με ακρίβεια τα τρίγωνα.

Να προσθέσεις πτερύγια σε κάθε δεύτερη πλευρά των τριγώνων.

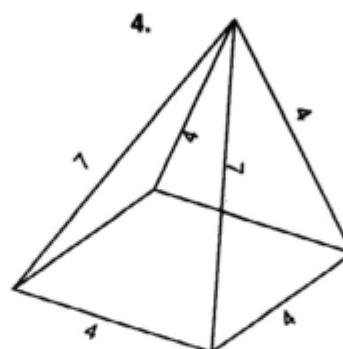
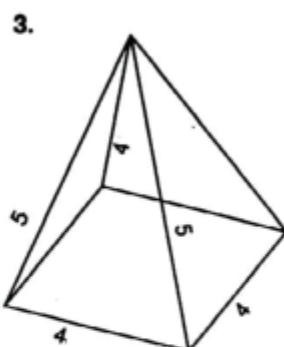
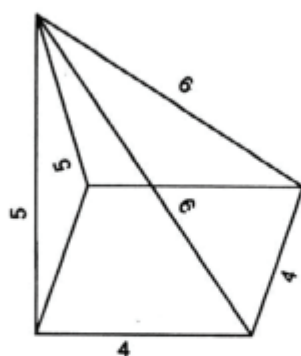
Να κόψεις και να διπλώσεις το ανάπτυγμα, για να φτιάξεις μια πυραμίδα με βάση το τετράγωνο.



Θα προσέξεις ότι σε αυτήν την πυραμίδα η κορυφή της βρίσκεται ακριβώς πάνω από το κέντρο της τετράγωνης βάσης της. Αυτή η πυραμίδα ονομάζεται **ορθή πυραμίδα**.



Οι πυραμίδες που ακολουθούν έχουν όλες βάσεις τετράγωνα αλλά δεν είναι ορθές πυραμίδες. Οι παρακάτω πυραμίδες έχουν σχεδιαστεί σε κλίμακα.



Να κάνεις τα σκίτσα των αναπτυγμάτων τους.

Να σημειώσεις τις διαστάσεις των σκίτσων.

Όταν θα είσαι σίγουρος/η ότι τα σκίτσα σου είναι σωστά, να σχεδιάσεις τα αναπτύγματα των πυραμίδων με ακρίβεια.

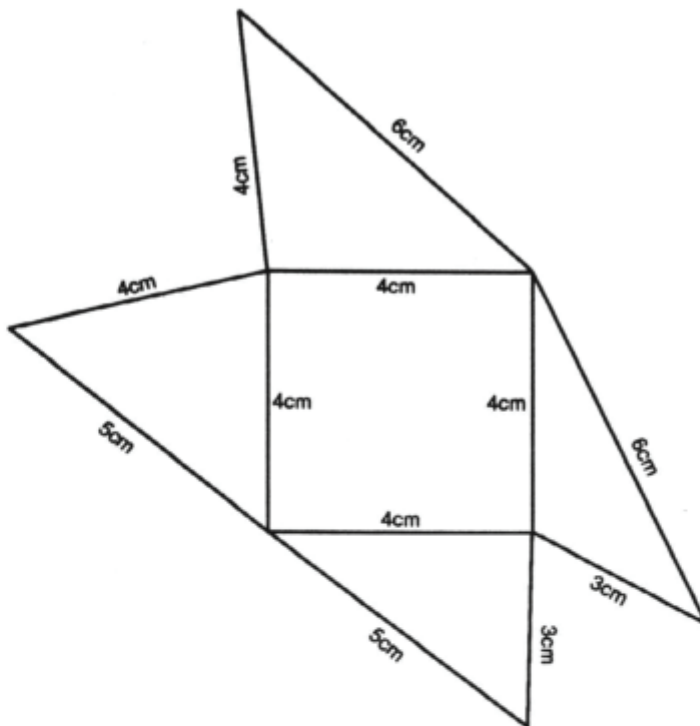
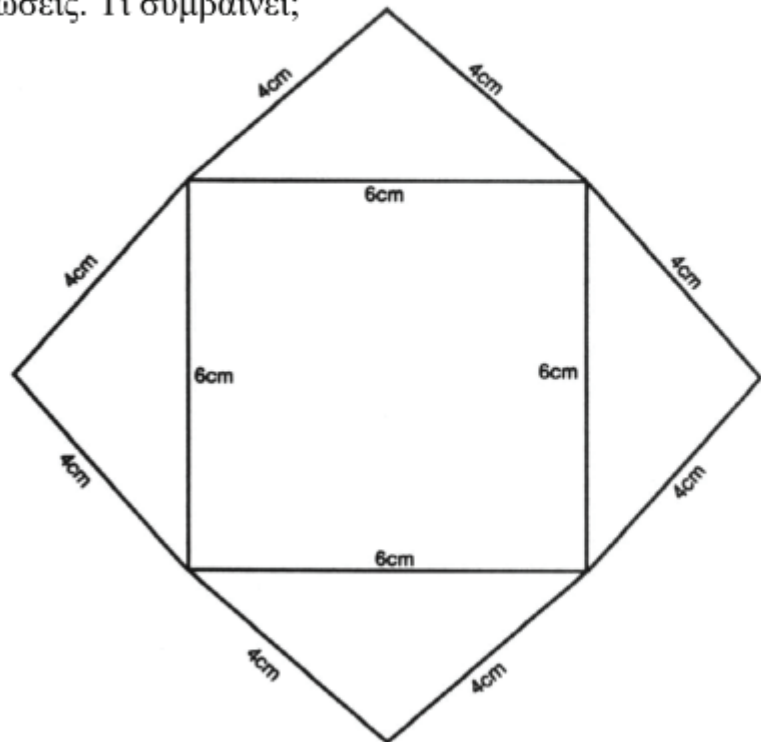
Να προσθέσεις πτερύγια στα αναπτύγματα.

Να ελέγξεις αν τα αναπτύγματα είναι σωστά σχεδιασμένα κόβοντας, διπλώνοντας και κολλώντας τα.

Να γυρίσεις σελίδα

5. Να σχεδιάσεις με ακρίβεια τα παρακάτω αναπτύγματα.
Να τα κόψεις και να τα διπλώσεις. Τι συμβαίνει;
Γιατί;

Smile 0720

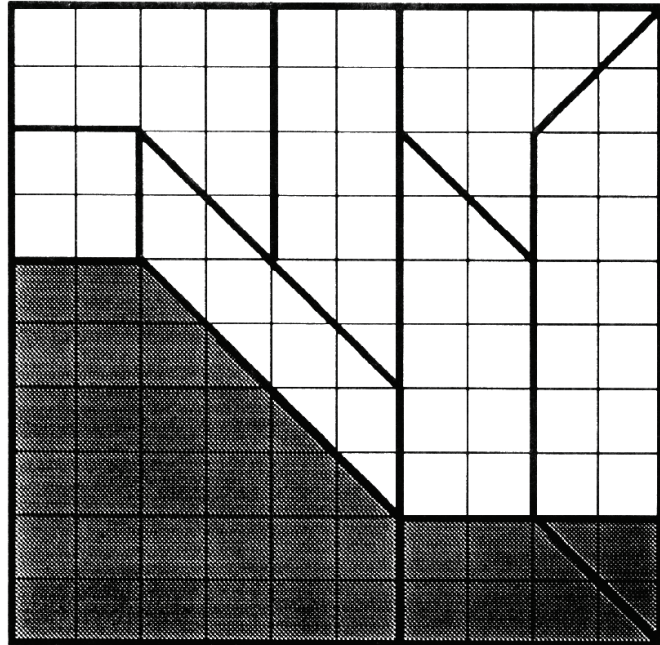


Τετράγωνα Τάνγκραμ

Smile 0721

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί σε εκατοστά, ψαλίδι, ξυλομπογιές και κόλλα.

1. Να φτιάξεις προσεχτικά αυτό το σχέδιο σε τετραγωνισμένο χαρτί σε εκατοστά.
2. Να χρωμάτισεις τα 3 σκιασμένα κομμάτια.
3. Να κόψεις τα 10 κομμάτια.



4.

Αυτό είναι ένα τετράγωνο με πλευρά 6 εκ.

- Να ταιριάξεις τα 3 σκιασμένα κομμάτια, έτσι ώστε να καλύπτουν το τετράγωνο.
- Να κολλήσεις το τετράγωνο που έφτιαξες στο τετράδιό σου.

5.

Αυτό είναι ένα τετράγωνο με πλευρά 8 εκ.

- Να ταιριάξεις τα άλλα 7 κομμάτια μαζί, για να καλύψεις αυτό το τετράγωνο (μπορείς να αναποδογυρίσεις κάποια κομμάτια).
- Να κολλήσεις το τετράγωνο που έφτιαξες στο τετράδιό σου.

6. Ποιο ήταν το εμβαδόν του αρχικού τετραγώνου;

7. Ποιο είναι το εμβαδόν των άλλων 2 τετραγώνων;

8. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

$$10^2 = \blacksquare^3 + \blacksquare^3$$
$$100 = \blacksquare + \blacksquare$$

Πίστα ταχύτητας

Smile 0725

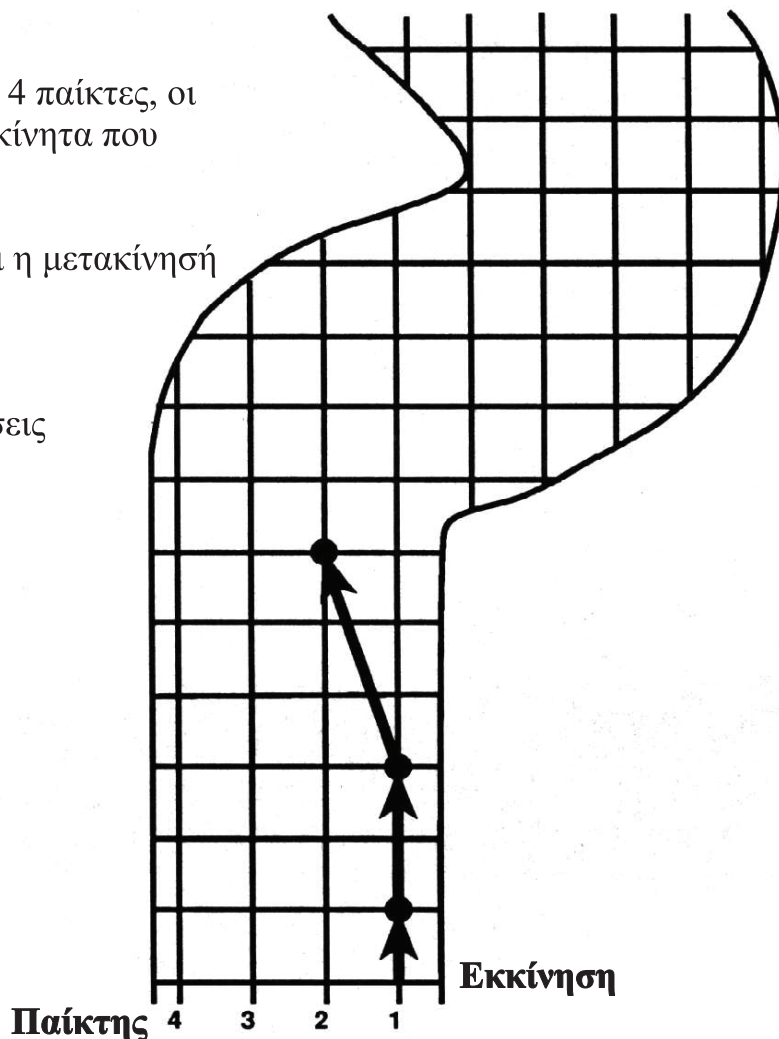
Θα χρειαστείς ένα αντίγραφο του φύλλου εργασίας 0725α.

Αυτό είναι ένα παιχνίδι για 2 έως 4 παίκτες, οι οποίοι υποτίθεται ότι έχουν αυτοκίνητα που τρέχουν σε μια πίστα.

Οι παίκτες κινούνται εναλλάξ και η μετακίνησή τους σημειώνεται ως διάνυσμα.

Αυτές είναι οι πρώτες τρεις κινήσεις του παίκτη 1.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \dots$$



Κανόνες

- Κάθε παίκτης ξεκινάει από το σημείο εκκίνησης, δηλαδή με το διάνυσμα $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Για να μετακινηθεί, κάθε παράγοντας της προηγούμενης κίνησης μπορεί να μεταβληθεί κατά 1 ή να παραμείνει ως έχει.

Ύστερα από μια μετακίνηση $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, οποιαδήποτε από τις παρακάτω μετακινήσεις είναι δυνατή:

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Smile 0727

Ποιος είναι ποιος;



Ο Βασίλης λέει ΠΑΝΤΑ την αλήθεια, αλλά ο Φίλιππος και ο Γιώργος μερικές φορές λένε ψέματα.

(1) Ποιος είναι ο Βασίλης;

(2) Πού βρίσκονται ο Γιώργος και ο Φίλιππος;

Να αιτιολογήσεις όλες τις απαντήσεις σου.



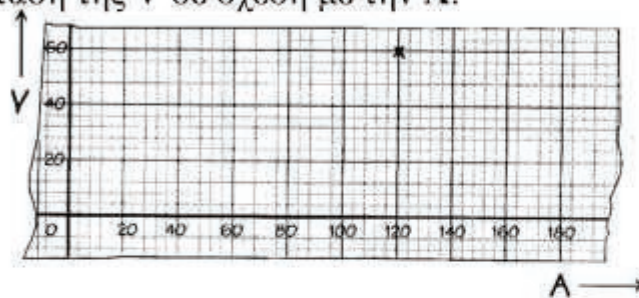
V = αριθμός πλευρών
 V = γωνία σε κάθε κορυφή
 A = γωνία στο κέντρο

Υπάρχει σχέση ανάμεσα στο V και στο A ;

1. Να μετρήσεις τις γωνίες V και A στα διαφορετικά κανονικά πολύγωνα των επόμενων σελίδων.
2. Να σημειώσεις τα αποτελέσματα σε ένα πίνακα.

9 Ιουνίου	0731	Κανονικά πολύγωνα			
		Πολύγωνο	V	V	A
		Τρίγωνο	3	60°	120°
		Τετράγωνο	4	90°	

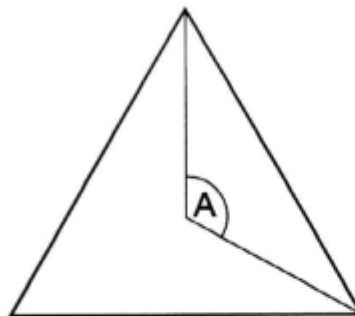
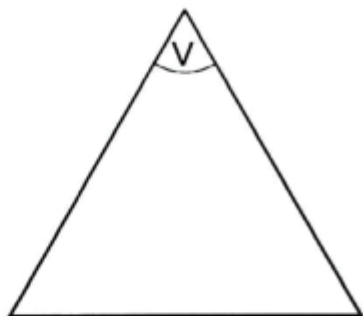
3. Να σχεδιάσεις τη γραφική παράσταση της V σε σχέση με την A .



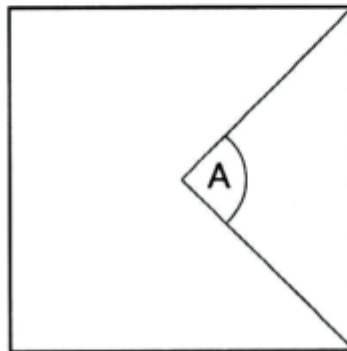
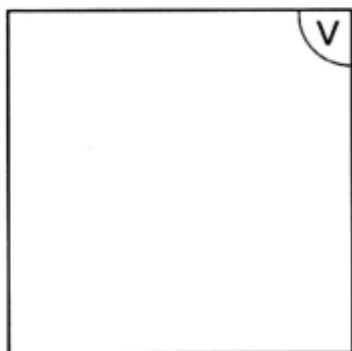
4. Γιατί δεν πρέπει να ενώσεις τα σημεία σε αυτό το σχεδιάγραμμα;
5. Από τον πίνακα και το σχεδιάγραμμα τι συμπεραίνεις για τη σχέση ανάμεσα στις γωνίες V και A ;

Τώρα γύρισε στην επόμενη σελίδα

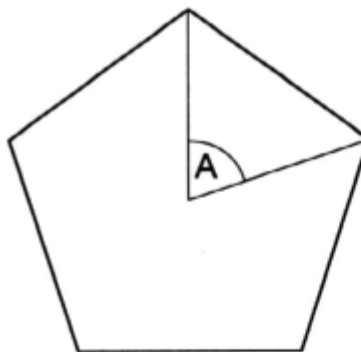
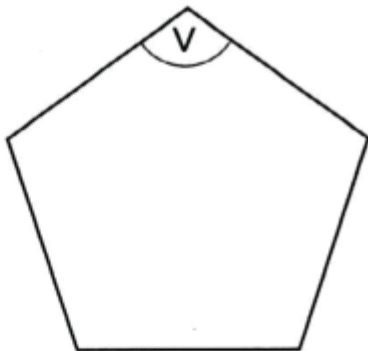
Ισόπλευρο τρίγωνο



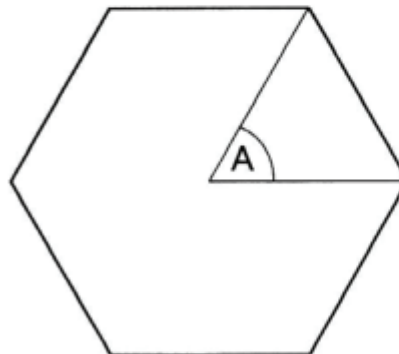
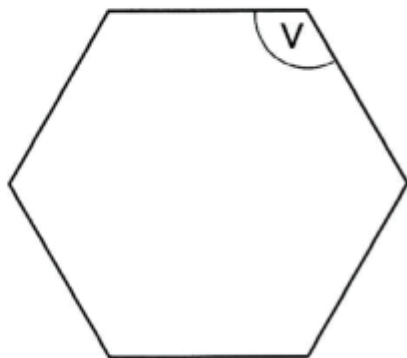
Κανονικό τετράπλευρο (τετράγωνο)



Κανονικό πεντάγωνο

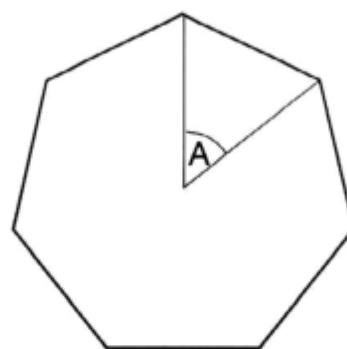
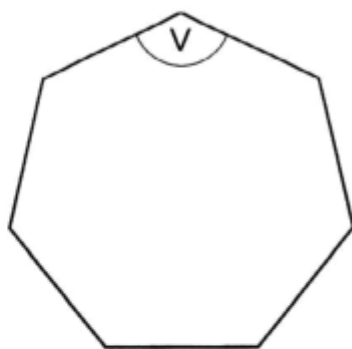


Κανονικό εξάγωνο

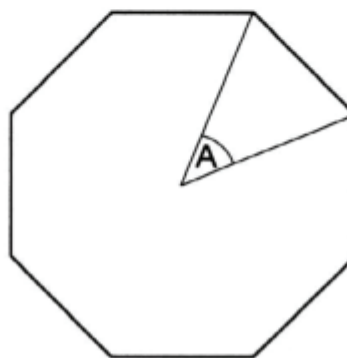
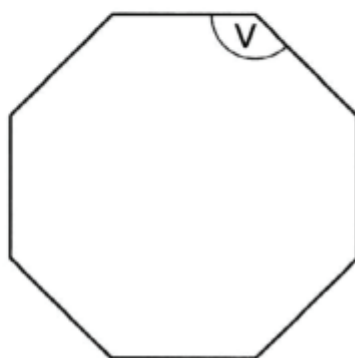


Κανονικό επτάγωνο

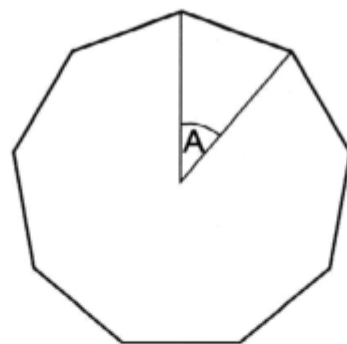
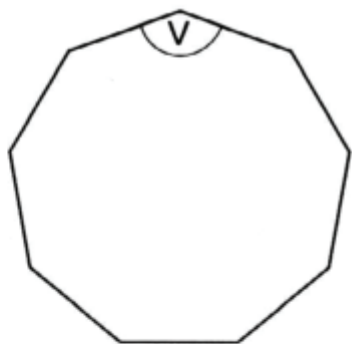
Smile 0731



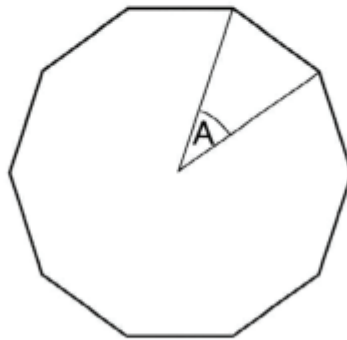
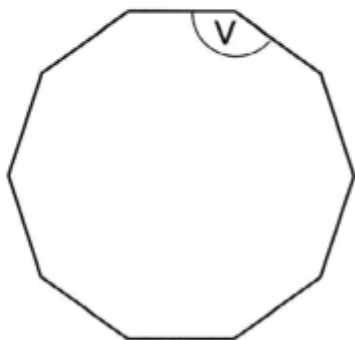
Κανονικό οκτάγωνο

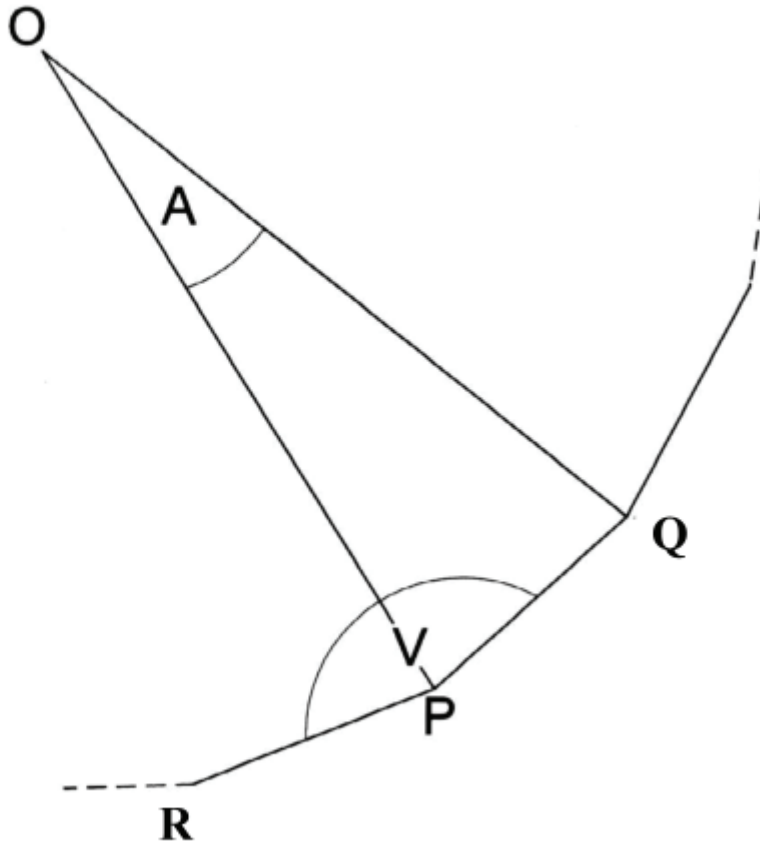


Κανονικό εννιάγωνο



Κανονικό δεκάγωνο





Να θεωρήσεις ένα κανονικό πολύγωνο με κέντρο O και πλευρά PQ .

6. Τι είδος τριγώνου είναι το OPQ ;

7. Τι μπορείς να σχολιάσεις για το ευθύγραμμο τμήμα OP και τη γωνία V ;

8. $\widehat{RPQ} = V$? Ποιο είναι το μέγεθος της \widehat{OPQ} ;

9. Ποια είναι η τιμή της \widehat{PQO} ;

10. Να χρησιμοποιήσεις το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου, για να γράψεις μια εξίσωση που να συνδέει τις V και A .

11. Η απάντηση που έδωσες στην ερώτηση 5 θα πρέπει να δηλώνει τη σχέση ανάμεσα στις V και A .

Η απάντηση που έδωσες στην ερώτηση 10 θα πρέπει να δηλώνει τη σχέση ανάμεσα στις V και A .

Ποια πιστεύεις ότι είναι η διαφορά ανάμεσα στις δύο προσεγγίσεις;

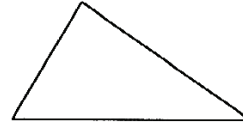
Χάρακας, μολύβι, διαβήτη

Smile 0732

Αυτά τα σχέδια δεν είναι υπό κλίμακα.

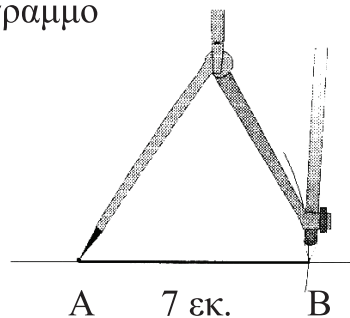
Μπορείς να σχεδιάσεις αυτό το τρίγωνο με ακρίβεια, χρησιμοποιώντας μόνο:

- ένα χάρακα
- ένα μυτερό μολύβι και
- ένα διαβήτη;

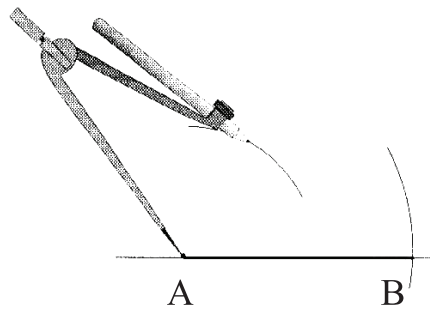


Εδώ παρουσιάζονται τα στάδια της εργασίας!

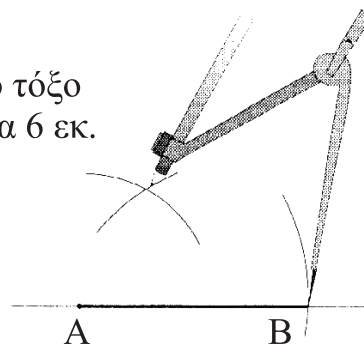
- Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους 7 εκ.



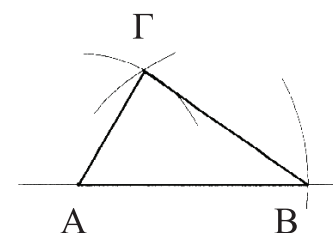
- Να σχεδιάσεις ένα τόξο με κέντρο το Α και ακτίνα 4 εκ.



- Να σχεδιάσεις ένα άλλο τόξο με κέντρο το Β και ακτίνα 6 εκ.



- Να σχεδιάσεις το τρίγωνο ΑΒΓ.

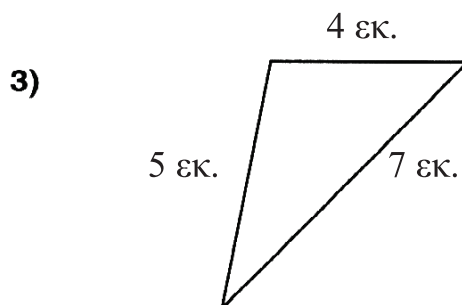
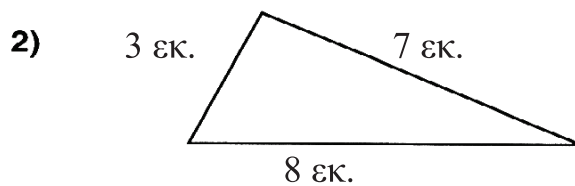
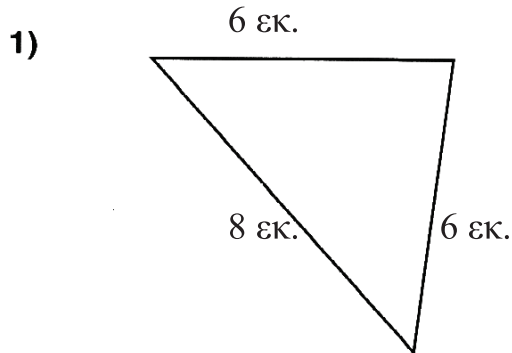


- Να ελέγξεις τις μετρήσεις.

Γύρισε σελίδα



Να σχεδιάσεις αυτά τα τρίγωνα με ακρίβεια, χρησιμοποιώντας μόνο ένα χάρακα, ένα μυτερό μολύβι και ένα διαβήτη.



Προσπάθησε να σχεδιάσεις τα παρακάτω τρίγωνα με ακρίβεια (σε μερικά είναι αδύνατη η σχεδίαση).

4) 5 εκ., 5 εκ., 9 εκ.

5) 15 εκ., 8 εκ., 7 εκ.

6) 8 εκ., 8 εκ., 8 εκ.

7) 4 εκ., 7 εκ., 11 εκ.

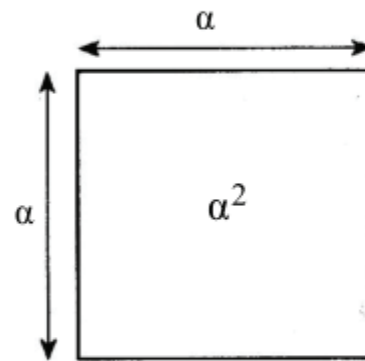
8) Ποια τρίγωνα είναι αδύνατον να σχεδιαστούν; Να εξηγήσεις γιατί.

9) Να παρατηρήσεις τα τρίγωνα που έχεις σχεδιάσει.

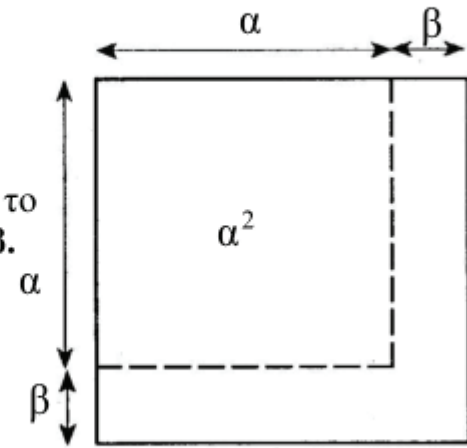
- Ποια τρίγωνα είναι ισοσκελή;
- Ποια τρίγωνα είναι ισόπλευρα;

Αρχίζοντας με a^2

Να ξεκινήσεις με το a^2 , ένα τετράγωνο με πλευρά μήκους a ...



Να αυξήσεις το μήκος κατά β .

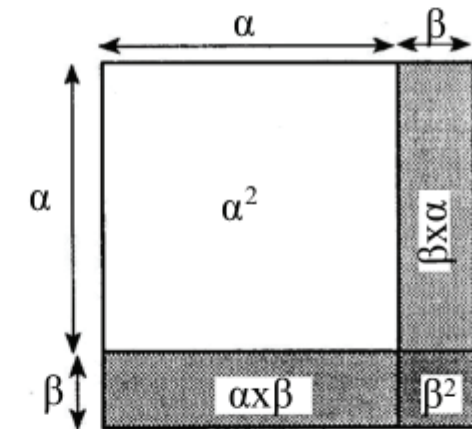


1. Πόσο μεγαλύτερο είναι το τετράγωνο $(a+\beta)$ από το τετράγωνο (a) ;
Το διπλανό διάγραμμα θα σε βοηθήσει.

$$\begin{aligned} \text{Η αύξηση σε μέγεθος} &= (a\beta) + (\beta a) + \beta^2 \\ &= 2a\beta + \beta^2 \end{aligned}$$

2. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις

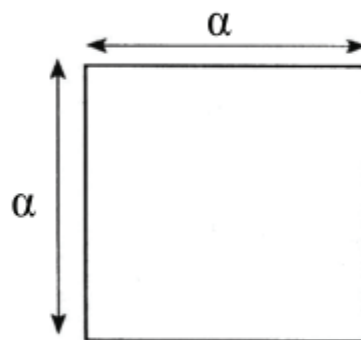
$$(a+\beta)^2 = a^2 + \blacksquare + \blacksquare$$



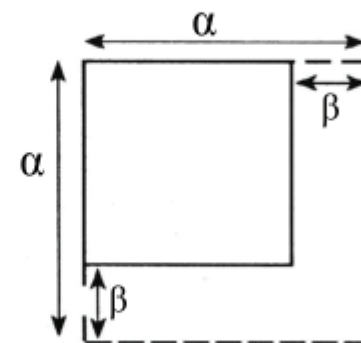
3. Να ελέγξεις αν η ταυτότητα ισχύει, αντικαθιστώντας $a=5$ και $\beta=3$
4. Να χρησιμοποιήσεις την παραπάνω ταυτότητα για να υπολογίσεις το $(102)^2$
5. Αν $\beta=a$, να επαληθεύσεις ότι $(2a)^2 = 4a^2$
6. Σε τι διαφέρουν τα $(a+\beta)^2$ και $a^2 + \beta^2$
7. Να δώσεις στο β την τιμή -4 , δηλ. $\beta = -4$, για να υπολογίσεις το $(96)^2$
8. Να αντικαταστήσεις $\beta=-c$ και να γράψεις ξανά την ταυτότητα $(a-c)^2 =$

Smile 0734

Να ξεκινήσεις με a^2 , ένα τετράγωνο με πλευρά μήκους a ...

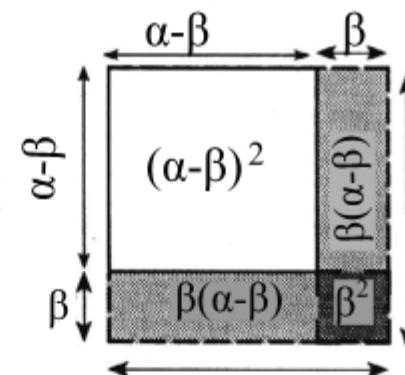


Να μειώσεις το μήκος της πλευράς κατά β



9. Πόσο μικρότερο είναι το τετράγωνο $(a-\beta)$ από το τετράγωνο (a) ;
 Το παράπλευρο διάγραμμα θα σε βοηθήσει.

$$\begin{aligned} \text{Η μείωση του μεγέθους είναι ίση με } &= \beta(a-\beta) + \beta(a-\beta) + \beta^2 \\ &= \beta a - \beta^2 + \beta a - \beta^2 + \beta^2 \\ &= 2\alpha\beta - \beta^2 \end{aligned}$$



Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

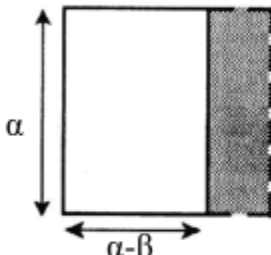
$$(a-\beta)^2 = a^2 - (2\alpha\beta - \beta^2) = a^2 - \blacksquare + \blacksquare$$

Στην απέναντι σελίδα δίνονται άλλοι δύο τρόποι εύρεσης του εμβαδού. Να ελέγξεις το αποτέλεσμα, συγκρίνοντάς το με την απάντησή σου στις ερωτήσεις 8 και 9.

Οι δύο τρόποι εύρεσης του $(a-b)^2$ είναι:

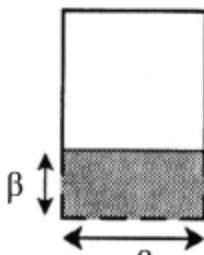
Να ξεκινήσεις με το a^2

Να απομακρύνεις το δεξί ορθογώνιο



Το αριστερό ορθογώνιο έχει εμβαδόν ίσο με $a^2 - ab$

Να απομακρύνεις το κάτω ορθογώνιο

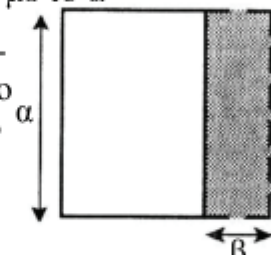


Το κάτω ορθογώνιο έχει εμβαδόν ίσο με $=b(a-b)$
 $=ba - b^2$

Επομένως, το τετράγωνο που δεν έχει σκιαστεί έχει εμβαδόν ίσο με $(a-b)^2 = (a^2 - ab) - (ba - b^2)$
 $= a^2 - ab - ba + b^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2$

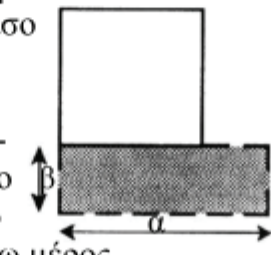
Να ξεκινήσεις με το a^2

Να απομακρύνεις ορθογώνιο με εμβαδόν το ab από τη δεξιά πλευρά



Αυτό που απομένει έχει εμβαδόν ίσο με $a^2 - ab$

Να απομακρύνεις ορθογώνιο με εμβαδόν το ab από το κάτω μέρος

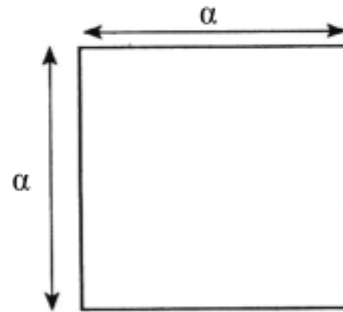


Αυτό που απομένει έχει εμβαδόν ίσο με $=(a^2 - ab) - ab$
 $= a^2 - 2ab$

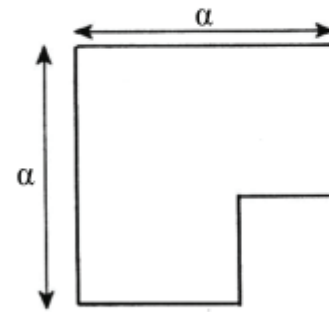
Η παραπάνω διαδικασία απομακρυνε το κάτω δεξί τετράγωνο δύο φορές, γι' αυτό να το προσθέσεις μία φορά:
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

10. Εάν $a=7$ και $b=4$, να ελέγξεις την ταυτότητα $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
11. Να χρησιμοποιήσεις την παραπάνω ταυτότητα για να υπολογίσεις 99^2
12. Σε τι διαφέρουν τα $(a-b)^2$ και $a^2 - b^2$;
13. Ποια είναι η διαφορά ανάμεσα στα $(a+b)^2$ και $(a-b)^2$;

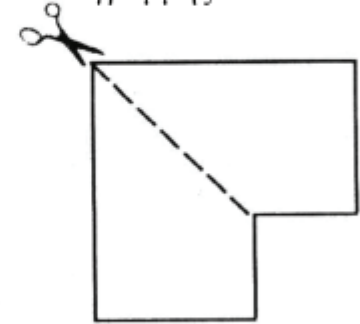
Να ξεκινήσεις από το a^2 ,
ένα τετράγωνο με πλευρά
μήκους a .



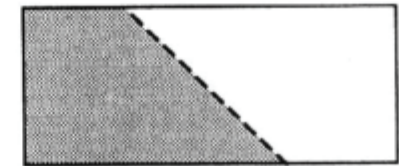
Να απομακρύνεις το β^2 ,
ένα τετράγωνο με πλευρά
μήκους β .



Να κόψεις κατά μήκος
της διακεκομμένης
γραμμής.



Να αντιστρέψεις το ένα τμήμα και να το τοποθετήσεις ξανά, έτσι ώστε να σχηματίσεις
το διπλανό ορθογώνιο.



14. Ποιο είναι το μήκος και το πλάτος του ορθογωνίου;

15. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

$$(a+\beta)(a-\beta) = \blacksquare - \blacksquare$$

16. Αν $a=10$ και $\beta=1$, να ελέγξεις αν ισχύει η ταυτότητά σου.

17. Να χρησιμοποιήσεις την ταυτότητα που έχεις, για να υπολογίσεις το 103×97 .

18. Αν $x=(a+\beta)$ και $y=(a-\beta)$, να χρησιμοποιήσεις τις ταυτότητες που έχεις βρει, για να απλοποιήσεις τις παρακάτω
αλγεβρικές παραστάσεις:

α) $x^2+2xy+y^2$

β) $(x+y)^2$

Smile 0736

Επίλυση εξισώσεων

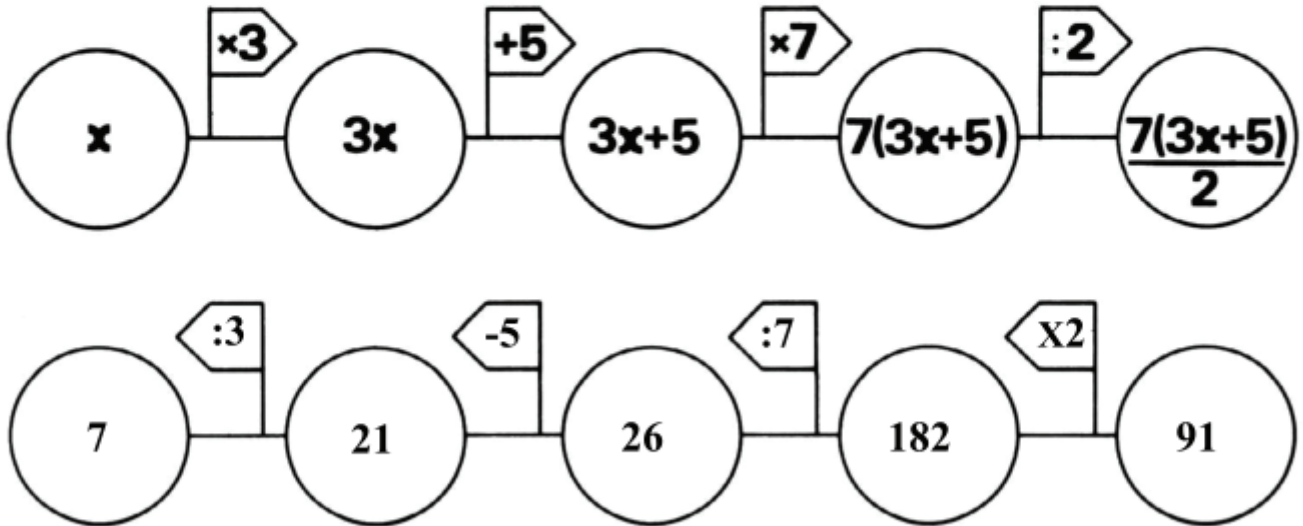
smile
0736

Μπορείς να επιλύσεις αυτήν την εξίσωση και να βρεις την τιμή του x;

$$\frac{7(3x+5)}{2} = 91$$

Smile 0736

$$\frac{7(3x+5)}{2} = 91$$



Να κάνεις τις αντίθετες ή τις αντίστροφες πράξεις, μία κάθε φορά, ξεκινώντας από το τέλος. Έτσι, $x = 7$.

Να επιλύσεις τις ακόλουθες εξισώσεις:

Smile 0736

1 $\frac{x+5}{2} = 12$

5 $2(9x-3)-20=10$

2 $4b-7=7$

6 $\frac{3(2x-5)}{7} = 9$

3 $5(4d-3) = 125$

7 $4(3x+5)+3 = 53$

4 $\frac{5y+17}{3} = 24$

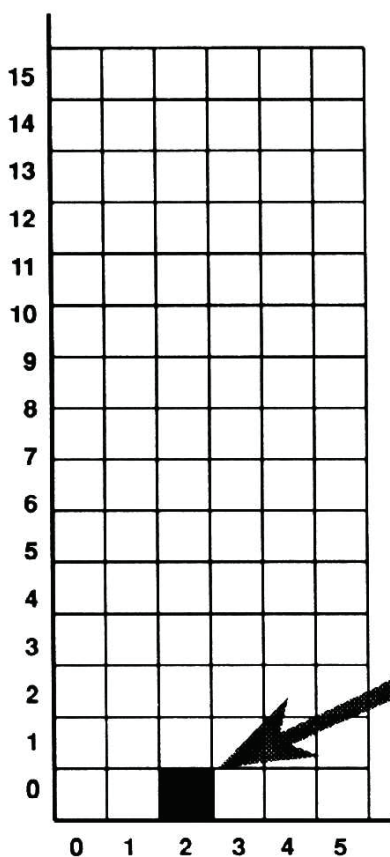
8 $\frac{3(5m+1)}{2} + 17 = 20$

Ποια είναι η πιθανότητα;

Θα χρειαστείς 2 ζάρια και τετραγωνισμένο χαρτί.

1. Αν ρίξεις δύο ζάρια και βρεις τη διαφορά των δύο αριθμών,
 - α) ποια είναι η μεγαλύτερη διαφορά που μπορεί να έχεις;
 - β) ποια είναι η μικρότερη διαφορά που μπορεί να έχεις;

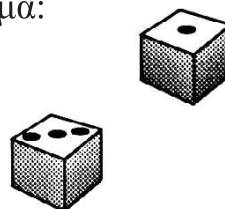
2. Να σχεδιάσεις αυτό το γράφημα:



Να ρίξεις δύο ζάρια στο τραπέζι και να καταγράψεις τη διαφορά ανάμεσα στους δύο αριθμούς, σκιάζοντας ένα τετράγωνο στη σωστή στήλη.

Για παράδειγμα:

Αν φέρεις



θα σκιάσεις το πρώτο τετράγωνο στη στήλη 2.

Να συνεχίσεις έως ότου *μία* στήλη φθάσει στην κορυφή.

- α) Ποια στήλη νίκησε;
- β) Μπορείς να εξηγήσεις για ποιο λόγο;
- γ) Πόσες φορές έριξες τα δύο ζάρια;

Γύρισε σελίδα

Smile 0737

3. Τώρα να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό τον πίνακα, για να δείξεις όλες τις πιθανές διαφορές.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0				
3						
4						
5						
6						

- α) Να σημειώσεις οτιδήποτε παρατηρείς στο συμπληρωμένο πίνακα.
- β) Πόσοι συνολικά διαφορετικοί τρόποι υπάρχουν για να έχεις ως διαφορά ένα συγκεκριμένο αριθμό;

4. α) Να σκιάσεις όλα τα 0 στον πίνακά σου. Πόσα είναι; Η πιθανότητα να επιτύχεις διαφορά 0 είναι $6/36$. Γιατί;
- β) Να σκιάσεις όλα τα 1. Πόσα είναι; Η πιθανότητα να επιτύχεις διαφορά 1 είναι $10/36$.

γ) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό τον πίνακα, για να δείξεις όλες τις πιθανότητες.

Διαφορά	0	1	2	3	4	5
Πιθανότητα	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$				

δ) Να προσθέσεις όλες τις κλασματικές πιθανότητες- τι παρατηρείς;

5. Πρόβλημα

Αν κερδίζεις 10 λεπτά κάθε φορά που ρίχνεις τα ζάρια και πετυχαίνεις διαφορά 1, 2, 3 ή 4 και χάνεις 40 λεπτά κάθε φορά που η διαφορά σου είναι 0 ή 5, είναι πιθανό να έχεις πολλά ή λίγα χρήματα ύστερα από 36 ζαριές;

Προσπάθησε να εξηγήσεις την απάντησή σου.

Ηοικογένεια των τετραπλεύρων

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας **0738α**.

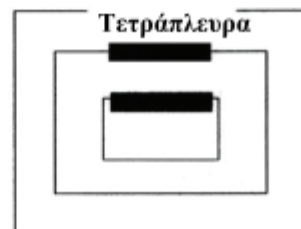
Μπορείς να χρησιμοποιήσεις την κάρτα **2163**.



1. Ποιος είναι ο ορισμός ενός χαρταετού;
2. Ποιος είναι ο ορισμός ενός ρόμβου;
3. Είναι δυνατόν να σχεδιάσεις: α) ένα χαρταετό που να μην ταιριάζει στην περιγραφή ενός ρόμβου
β) ένα ρόμβο που δεν ταιριάζει στην περιγραφή ενός χαρταετού;
4. Να συμπληρώσεις τις παρακάτω προτάσεις, καθώς και τα κενά στο διάγραμμα του Venn με τις λέξεις "ρόμβοι" και "χαρταετοί".

Όλοι [] είναι [] .

" [] είναι ειδικές [] περιπτώσεις των [] .



5. Υπάρχουν και άλλα ζεύγη τετραπλεύρων, τα οποία αποτελούν ειδική περίπτωση το ένα για το άλλο.

Να συγκρίνεις τα παρακάτω ζεύγη τετραπλεύρων. Να κάνεις χρήση των ορισμών τους, για να αποφασίσεις αν το ένα αποτελεί "ειδική περίπτωση" του άλλου.

Μπορείς, αν θέλεις, να σχεδιάσεις διαγράμματα του Venn.

- α) Ρόμβοι και τετράγωνα
- β) Τετράγωνα και ορθογώνια
- γ) Ρόμβοι και παραλληλόγραμμα
- δ) Ορθογώνια και παραλληλόγραμμα
- ε) Χαρταετοί και παραλληλόγραμμα
- στ) Τραπεζίδια και παραλληλόγραμμα
- ζ) Τραπεζίδια και χαρταετοί
- η) Ρόμβοι και ορθογώνια
- θ) Χαρταετοί και τετράπλευρα
- ι) Τραπεζίδια και τετράπλευρα

6. Στο φύλλο εργασίας **0738α** για τα τετράπλευρα, να συμπληρώσεις τα βέλη στο διάγραμμα "είναι ειδική περίπτωση του"

Πρόκληση

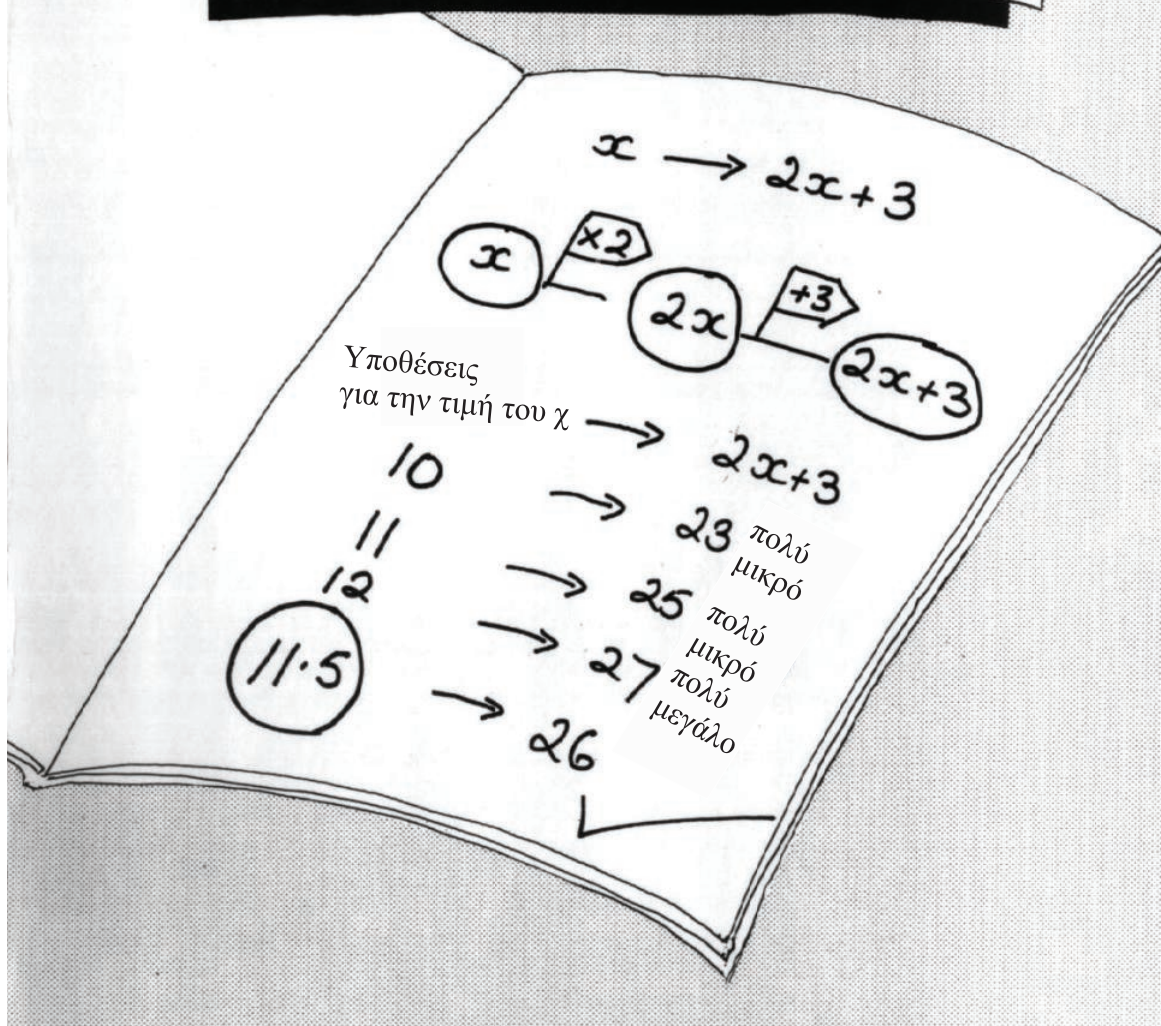
Στο πίσω μέρος του φύλλου εργασίας υπάρχει το περίγραμμα ενός διαγράμματος Venn, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δείξει όλες τις "ειδικές περιπτώσεις" σχέσεων ανάμεσα στα τετράπλευρα. Να χαρακτηρίσεις κάθε τμήμα του διαγράμματος.

Βρες τη λύση!

Smile 0740

Μια αριθμομηχανή μπορεί να σε βοηθήσει.

$$\text{Αν } 2x + 3 = 26, \text{ τότε } x = ;$$



Κάνε «έξυπνες» υποθέσεις, για να λύσεις τα παρακάτω.
Οι πληροφορίες που δίνονται στην πίσω σελίδα
ίσως σε βοηθήσουν.

1. $2x + 3 = 39$

2. $2x + 3 = 145$

3. $2x + 3 = 3,4$

4. $2x + 3 = 17,5$

5. $6(p - 4) = 36$

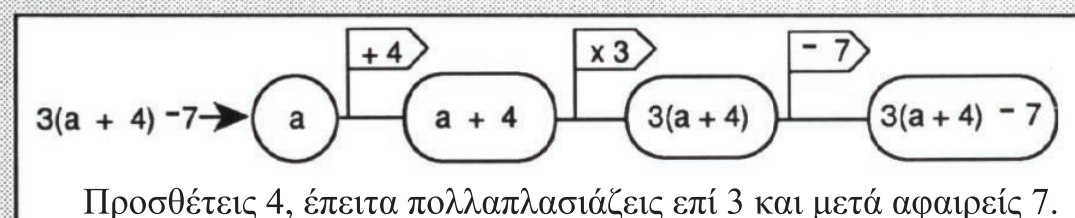
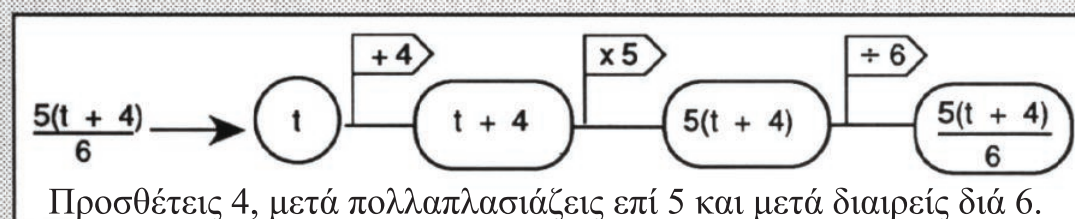
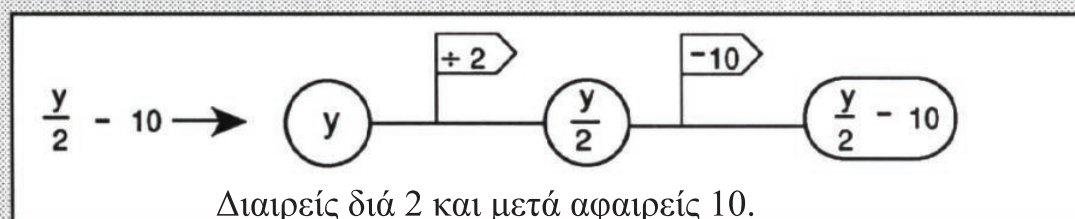
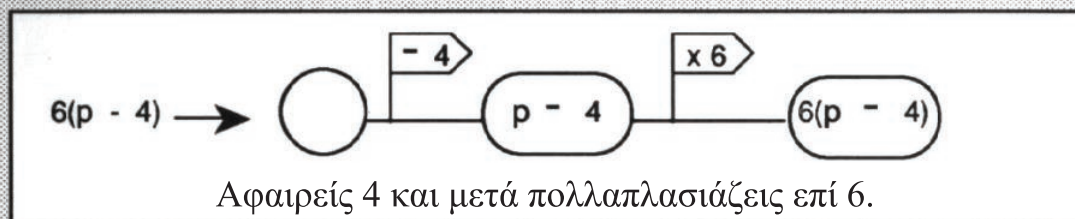
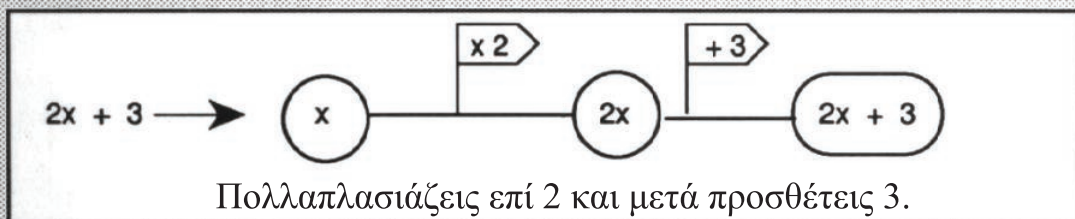
6. $\frac{x + 3}{2} = 6$

7. $\frac{y}{2} - 10 = 13$

8. $\frac{5(t + 4)}{6} = 7,5$

9. $3(a + 4) - 7 = 5,6$

Smile 0740



Γύρισε σελίδα

Smile 0740

Μερικές από αυτές τις εξισώσεις μπορεί να έχουν αρνητική λύση.

10. $\frac{9(p+5)}{2} = 18$

11. $\frac{\phi}{7} + 21 = 23$

12. $2(3x+25) = 20$

13. $\frac{\theta+17}{13} = 2$

14. $\frac{7(\beta+9)}{3} = 14$

15. $3(\Omega-2)+15=30$

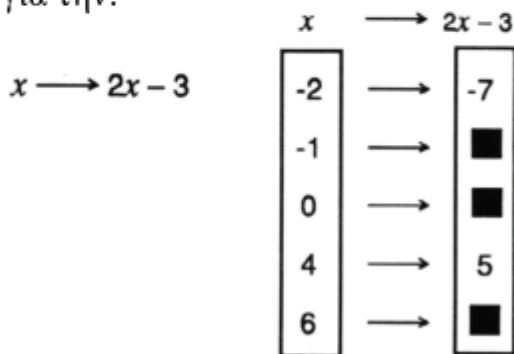
Τα γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου **$\beta, \Omega, \theta, \phi$** χρησιμοποιούνται συχνά ως σύμβολα στα μαθηματικά σε όλο τον κόσμο.

Χρησιμοποιώντας γραφήματα

Θα χρειαστείς χαρτί σχεδίασης.

$2x - 3 = 11 \quad x = ?$

1. Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα απεικόνισης για την:



2. Να σημειώσεις τις απεικονίσεις ως συντεταγμένες:

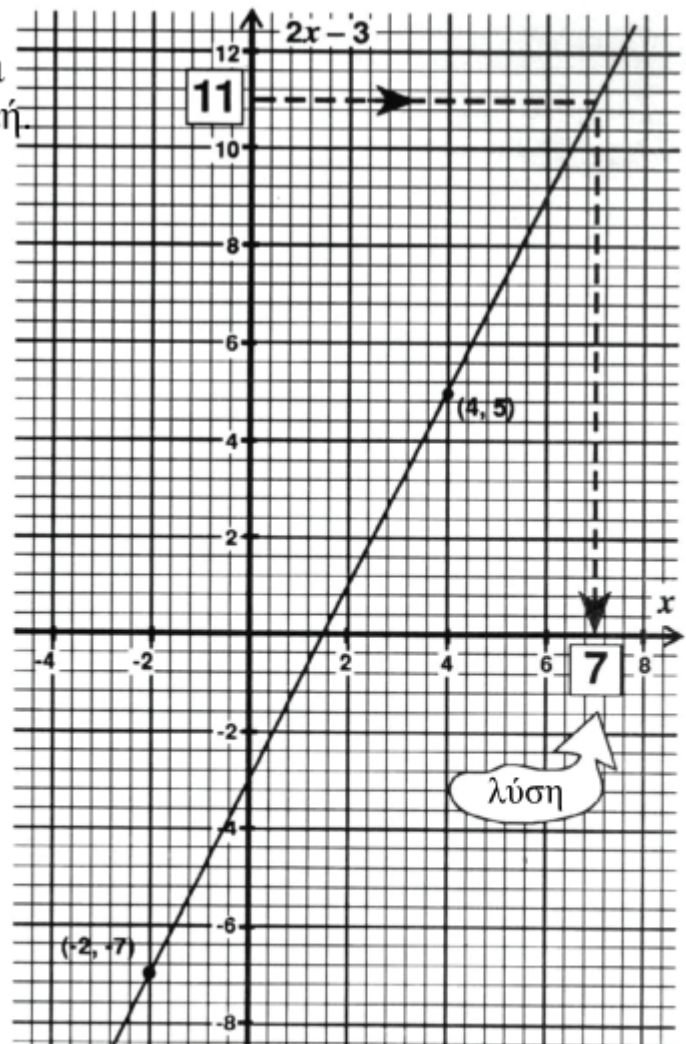
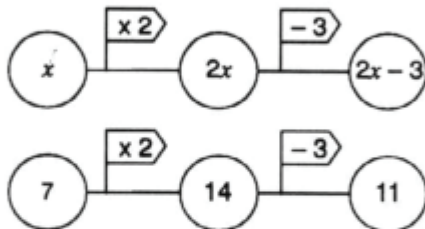
- (-2, -7)
- (-1, ■)
- (0, ■)
- (4, 5)
- (6, ■)

3. Να σχεδιάσεις το γράφημα, τοποθετώντας τις συντεταγμένες και συνδέοντάς τες με μια ευθεία γραμμή.

4. Να διαβάσεις τη λύση

$x = 7$

5. Να ελέγξεις τον ακόλουθο τρόπο επίλυσης.



Να γυρίσεις σελίδα

6. Να χρησιμοποιήσεις το γράφημά σου, για να βρεις τις λύσεις των παρακάτω εξισώσεων:

$$(\alpha) 2x - 3 = 3$$

$$(\beta) 2x - 3 = -5$$

$$(\gamma) 2x - 3 = 0$$

$$(\delta) 2x - 3 = 0$$

Θυμήσου να ελέγχεις τις λύσεις σου.

Να σχεδιάσεις τη γραφική παράσταση της απεικόνισης $x \rightarrow 3(x+4)$.

Να τη χρησιμοποιήσεις, για να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις:

$$(\alpha) 3(x+4) = 15$$

$$(\beta) 3(x+4) = -7,5$$

$$(\gamma) 3(x+4) = 0$$

Να σχεδιάσεις μία γραφική παράσταση, για να λύσεις όλα τα παρακάτω:

$$(\alpha) \quad \frac{x+5}{2} = 2$$

$$(\beta) \quad \frac{x+5}{2} = 6$$

$$(\gamma) \quad \frac{x+5}{2} = 3,2$$

$$(\delta) \quad \frac{x+5}{2} = 0$$

Smile 0744

Εξισώσεις και γραφικές παραστάσεις

Μπορείς να λύσεις την παρακάτω εξίσωση;

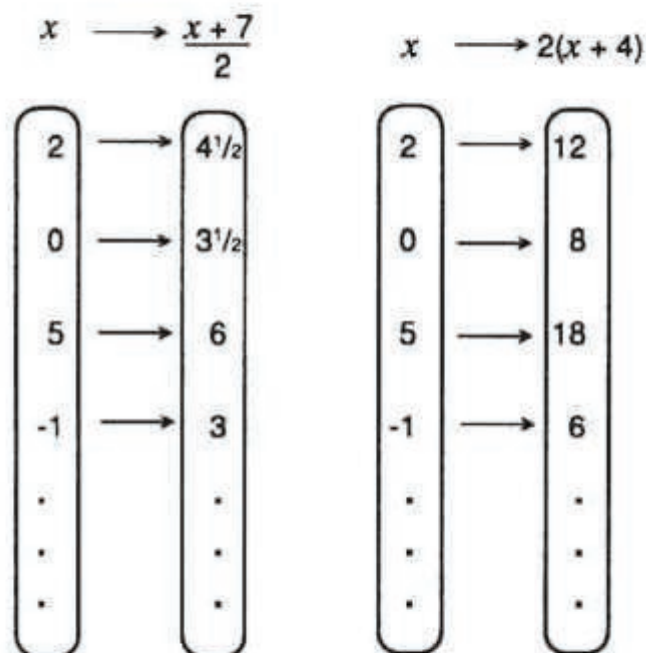
$$\frac{x+7}{2} = 2(x+4)$$

1. Προσπάθησε να μαντέψεις μια τιμή του x , η οποία θα καθιστούσε την εξίσωση αληθή.

Γύρισε τη σελίδα, για να δεις έναν τρόπο.

Τα διαγράμματα απεικόνισης θα βοηθήσουν. **Smile 0744**

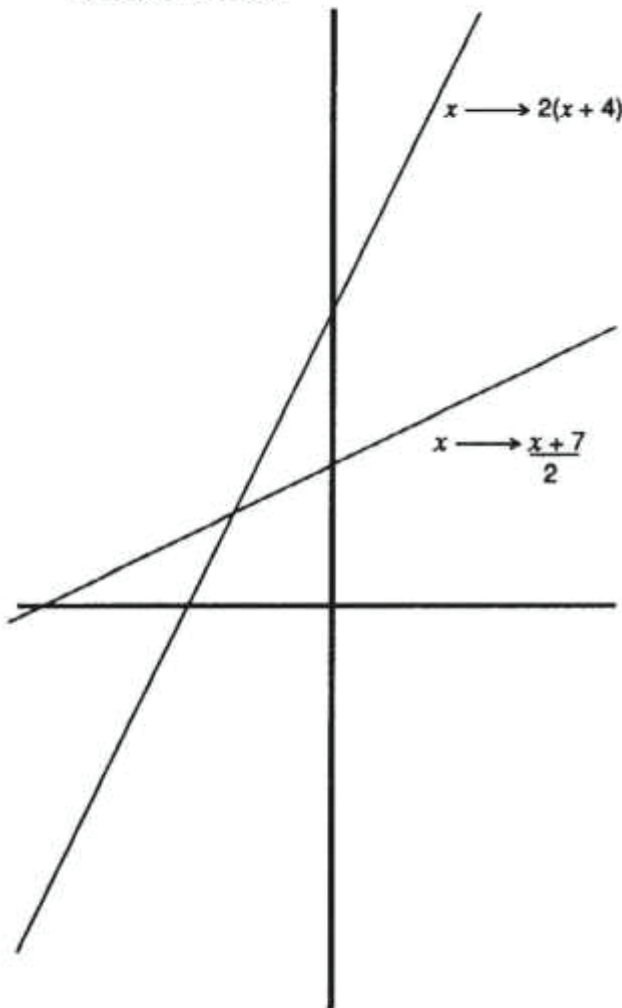
$$\frac{x+7}{2} = 2(x+4)$$



2. Μπορείς να βρεις μια τιμή του x , η οποία δίνει το ίδιο αποτέλεσμα και για τις δύο απεικονίσεις;

Smile 0744

3. Να σχεδιάσεις τις γραφικές παραστάσεις των δύο απεικονίσεων.

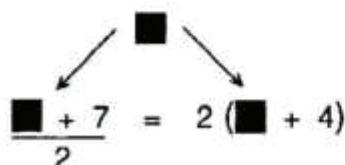


4. Ποιο σημείο είναι κοινό και για τις δύο ευθείες;

5. Επομένως, ποιος αριθμός απεικονίζεται στο ίδιο αποτέλεσμα και στις δύο περιπτώσεις;

$$x \longrightarrow \frac{x+7}{2} \quad x \longrightarrow 2(x+4)?$$

6. Να ελέγξεις τις λύσεις σου, αντικαθιστώντας αυτόν τον αριθμό στην εξίσωση:



$$\frac{\blacksquare + 7}{2} = 2(\blacksquare + 4)$$

7. Να χρησιμοποιήσεις γραφικές παραστάσεις, για να επιλύσεις τις παρακάτω εξισώσεις:

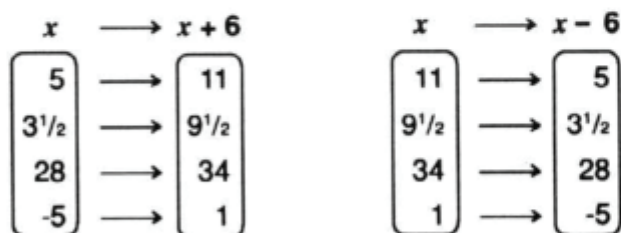
α) $6 - x = \frac{x}{2} + 3$

β) $x^2 = x + 6$ (2 λύσεις)

και να ελέγξεις αν είναι σωστές οι λύσεις σου.

Αντίστροφοι αριθμοί

Τα ακόλουθα διαγράμματα απεικονίσεων δείχνουν ότι "η πρόσθεση του 6" και "η αφαίρεση του 6" είναι αντίστροφες μεταξύ τους.



1. Να σχεδιάσεις διαγράμματα απεικόνισης, για να δείξεις ότι οι παρακάτω απεικονίσεις είναι αντίστροφες μεταξύ τους.

$$x \longrightarrow 2x \quad \text{και} \quad x \longrightarrow \frac{1}{2}x$$

2. Να σχεδιάσεις διαγράμματα απεικόνισης, για να βρεις τις αντίστροφες των απεικονίσεων που ακολουθούν:

α) $x \longrightarrow x + 7$ γ) $x \longrightarrow x$

β) $x \longrightarrow \frac{x}{6}$ δ) $x \longrightarrow x - 2$

3. Τι το ιδιαίτερο παρουσιάζει η απεικόνιση $x \longrightarrow x$;

4. Να σχεδιάσεις διαγράμματα απεικόνισης, για να βρεις τις αντίστροφες των παρακάτω απεικονίσεων:

α) $x \longrightarrow 3 - x$ β) $x \longrightarrow \frac{4}{x}$

γ) $x \longrightarrow 10 - x$ δ) $x \longrightarrow \frac{10}{x}$

Να εξηγήσεις γιατί οι συγκεκριμένες απεικονίσεις ονομάζονται "αντίστροφες απεικονίσεις του εαυτού τους".

5. Να βρεις κάποιες ακόμη αντίστροφες απεικονίσεις του εαυτού τους.

Smile 0749

ΤΡΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

8	6	5	2	3	6
1	4	6	8	7	2
7	1	3	5	5	5
9	4	8	9	3	7
6	4	2	7	2	1
2	2	7	5	1	8

Να επιλέξεις 3 οποιουσδήποτε διαδοχικούς αριθμούς από τον παρακάτω πίνακα, για να φτιάξεις αριθμητικές παραστάσεις με διαφορετικά αποτελέσματα.

8	6	5	2	3	6	
1	4	6	8	7	2	$9 = (5 - 2) \times 3$
7	1	3	5	5	5	
9	4	8	9	3	7	
6	4	2	7	2	1	$45 = 5 \times (2 + 7)$
2	2	7	5	1	8	

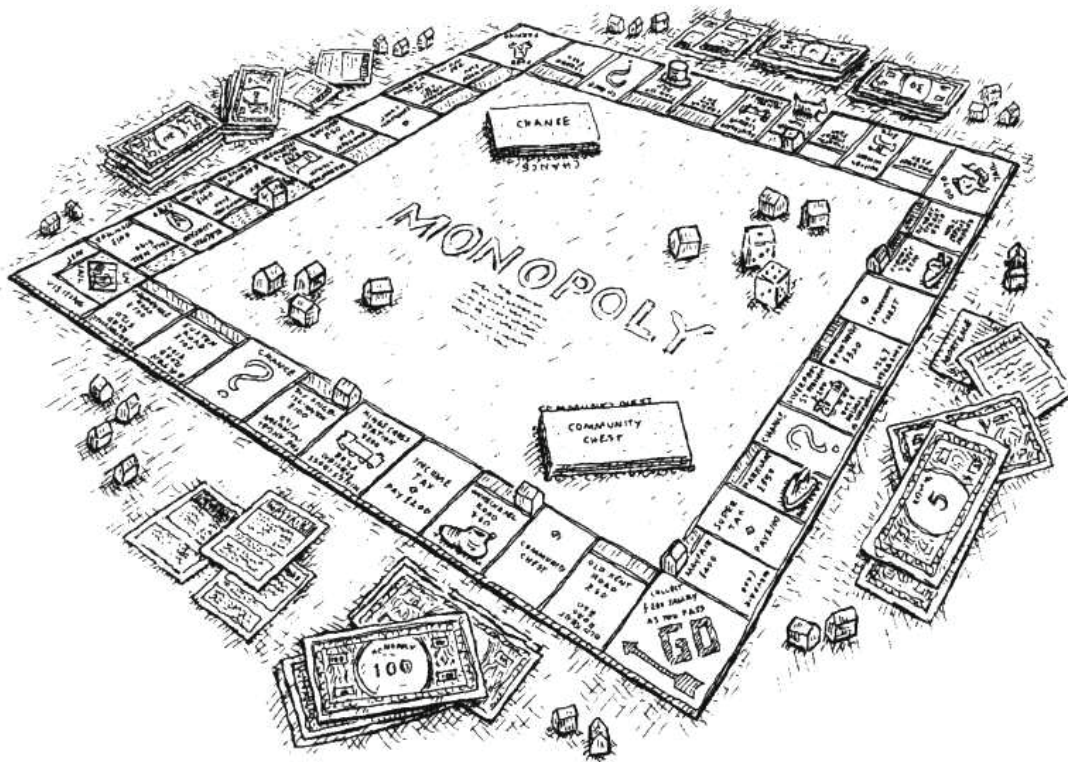
(1) Με τον ίδιο τρόπο, να φτιάξεις αριθμητικές παραστάσεις που να δίνουν ως αποτέλεσμα τους παρακάτω αριθμούς: (α) 22 (β) 16 (γ) 26 (δ) 21 (ε) 3

(2) Να προκαλέσεις ένα φίλο σου!

Ποιος μπορεί να βρει πρώτος την αριθμητική παράσταση στην οποία αντιστοιχεί το αποτέλεσμα;

Μονόπολη

Smile 0750



1. Βρίσκεσαι επτά τετράγωνα μακριά από τη θέση Α, την οποία κατέχει ο αντίπαλός σου και εκεί υπάρχει ένα ξενοδοχείο. Αυτό σημαίνει ότι αν καταλήξεις σ' αυτή τη θέση, θα ξοδέψεις 2.000 ευρώ...

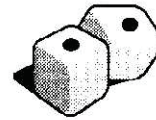
...Είναι η σειρά σου. Σε συμφέρει να ξοδέψεις χρήματα και να αυξήσεις την περιουσία σου πριν ρίξεις το ζάρι ή θα πρέπει να τα κρατήσεις για την περίπτωση που θα χρειαστεί να πληρώσεις;

Να αιτιολογήσεις την απόφασή σου.

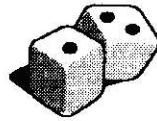
Γύρισε σελίδα

Smile **0750**

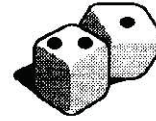
Υπάρχει μόνο 1 τρόπος (για) να σκοράρεις **δύο**:



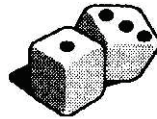
Υπάρχουν 2 τρόποι να σκοράρεις **τρία**:



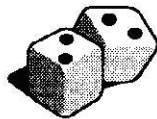
ή



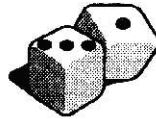
Υπάρχουν 3 τρόποι να σκοράρεις **τέσσερα**:



ή



ή



2. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό τον πίνακα για όλα τα σκορ.
(Να θυμάσαι ότι το 6 είναι ο μεγαλύτερος αριθμός στο ζάρι.)

Σκορ	2	3	4	5	6	7	
Τρόποι για να πετύχεις το σκορ	1 + 1	1 + 2	1 + 3	1 + 4			
		2 + 1	2 + 2				
			3 + 1				
Σύνολο	1	2	3				

3. Πόσοι τρόποι υπάρχουν να σκοράρεις **έξι**;

4. Πόσοι τρόποι υπάρχουν να σκοράρεις **δέκα**;

5. Υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα να σκοράρεις **έξι** ή **δέκα**;

Γιατί;

6. Υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα να σκοράρεις **πέντε** ή **εννέα**;

Γιατί;

7. Πόσοι συνολικά διαφορετικοί τρόποι υπάρχουν να σκοράρεις;

8. Γιατί είναι επικίνδυνο το **επτά** μακριά από τη **θέση Α**;

Smile **0750**

Ένας άλλος τρόπος για να καταγράψεις όλα τα πιθανά σκορ (αθροίσματα) που μπορείς να έχεις με δύο ζάρια είναι να δημιουργήσεις έναν πίνακα.

9. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό τον πίνακα.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5			
3						
4						
5						
6						

Πρέπει να έχεις **36** εγγραφές στον πίνακα.

10. Τώρα να σκιάσεις όλα τα **επτάρια**.
Θα πρέπει να σκιάσεις **6 επτάρια**.

Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν **6** τρόποι στους **36** να σκοράρεις **επτά...**

...έτσι η πιθανότητα να σκοράρεις **επτά** είναι $\frac{6}{36}$

11. Να χρησιμοποιήσεις τις εγγραφές του πίνακά σου για να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα, ο οποίος δίνει τις πιθανότητες για κάθε σκορ.

Σκορ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Πιθανότητα						$\frac{6}{36}$					

Smile 0750

12. Ένα πρόβλημα:

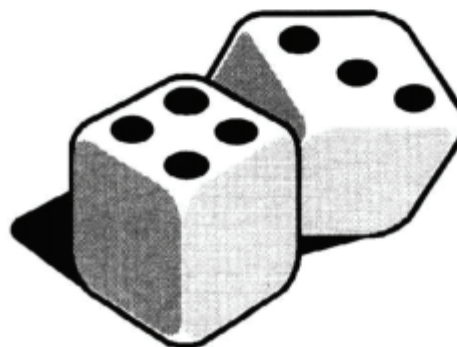
Σε μια σχολική γιορτή, δύο αγόρια διευθύνουν ένα παιχνίδι.

Οι διαγωνιζόμενοι πληρώνουν **10 λεπτά** για κάθε ζαριά που ρίχνουν με **δύο** ζάρια.

Οι διαγωνιζόμενοι κερδίζουν:

30 λεπτά, αν φέρουν **διπλό**.

20 λεπτά, αν φέρουν άθροισμα **επτά**.

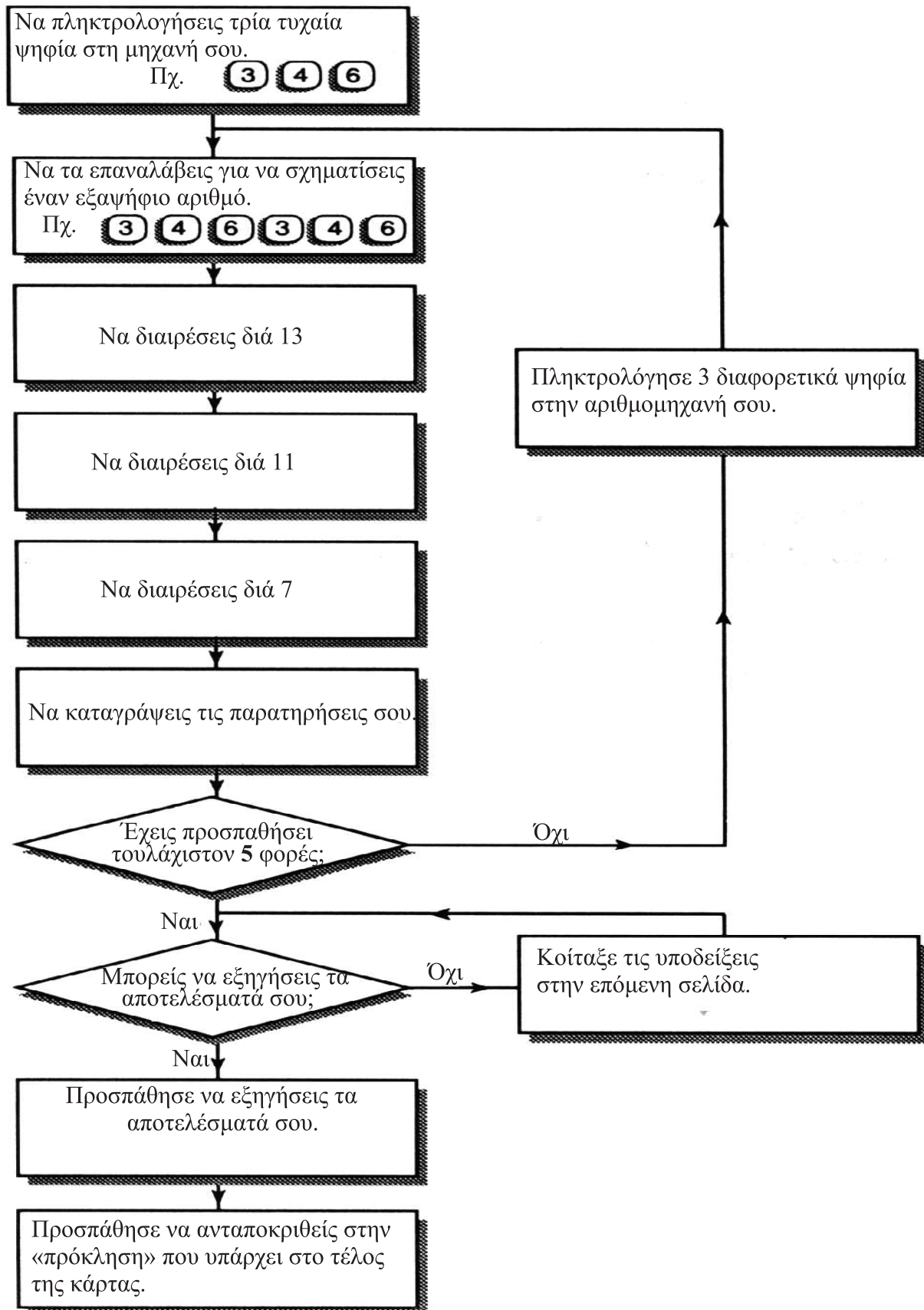


Θα έχουν κέρδος τα αγόρια;

13. Τώρα δώσε την τελική σου απάντηση στην ερώτηση (1) και εξήγησέ την.

Επαναλαμβανόμενα ψηφία

Θα χρειαστείς μια αριθμομηχανή.



Γύρισε σελίδα



Υποδείξεις

- Πολλαπλασίασε έναν οποιονδήποτε 3ψήφιο αριθμό επί 7, μετά επί 11, μετά επί 13. Ποιο είναι το αποτέλεσμα;
- Πόσο μας κάνει $7 \times 11 \times 13$;

Πρόκληση

Να φτιάξεις ένα άλλο διάγραμμα ροής, το οποίο να βασίζεται στην ίδια ιδέα και να χρησιμοποιεί το γεγονός ότι:

$$10001 = 73 \times 137$$

Smile 0755

Να σχεδιάσεις ένα νέο γράφημα, για να απεικονίσεις ορθογώνια με εμβαδόν 24 τετραγωνικές μονάδες.
 $\beta\upsilon=24$

6. Να βρεις 4 σημεία στο γράφημά σου, όπου $\beta\upsilon < 24$. Να βρεις, ακόμη, 4 σημεία για τα οποία $\beta\upsilon > 24$.

7. Αν ένα ορθογώνιο έχει $\beta=8,5$ μονάδες, να βρεις μια τιμή του υ , για την οποία:

- α) $\beta\upsilon = 24$
- β) $\beta\upsilon > 24$
- γ) $\beta\upsilon < 24$

Smile 0755

Ορθογώνια

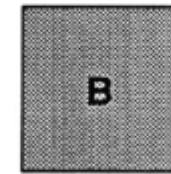
Θα χρειαστείς χαρτί σχεδίασης.

Το καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια έχει εμβαδόν 36 τετραγωνικές μονάδες.

Δεν έχουν σχεδιαστεί σε κλίμακα.



Ορθογώνιο Α
βάση 4 μονάδες,
ύψος 9 μονάδες,
εμβαδόν 36 τετραγωνικές μονάδες



Ορθογώνιο Β
βάση (πλάτος) 6 μονάδες,
ύψος 6 μονάδες,
εμβαδόν 36 τετραγωνικές μονάδες

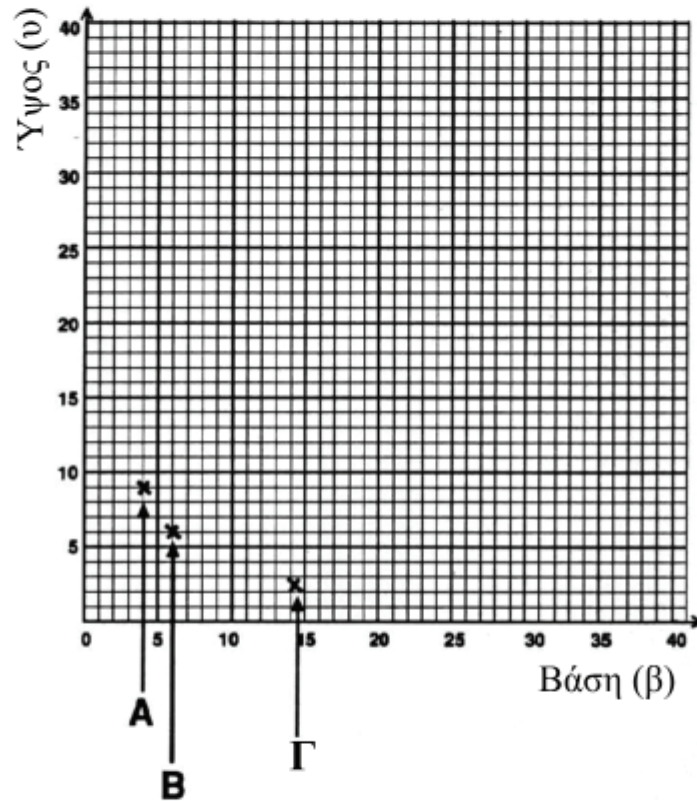


Ορθογώνιο Γ
βάση 14,4 μονάδες,
ύψος 2,5 μονάδες,
εμβαδόν 36 τετραγωνικές μονάδες

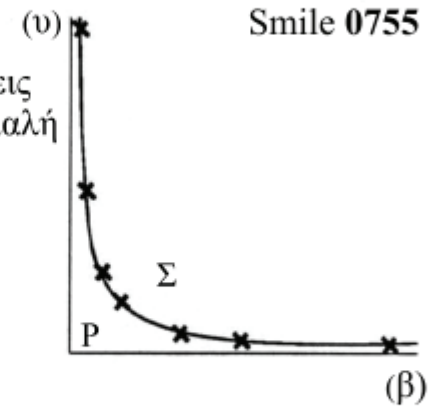
1. Να βρεις όσα περισσότερα ορθογώνια μπορείς με εμβαδόν 36 τετραγωνικές μονάδες.



2. Να αντιγράψεις το παρακάτω γράφημα και να τοποθετήσεις τα σημεία για κάθε ορθογώνιο που έχεις βρει.



3. Να επιλέξεις τέσσερα νέα σημεία στην καμπύλη. Να διαβάσεις τις αντίστοιχες τιμές βάσης (β) και ύψους (υ). Να βρεις την τιμή του γινομένου βάση \times ύψος ($\beta\upsilon$) για κάθε σημείο. Τι παρατηρείς;



4. Να επιλέξεις 4 σημεία στην περιοχή P (κάτω από την καμπύλη). Να διαβάσεις τις αντίστοιχες τιμές για τη βάση και το ύψος. Να υπολογίσεις το γινόμενο $\beta\upsilon$ για κάθε σημείο. Τα σημεία στην περιοχή P αντιπροσωπεύουν ορθογώνια με εμβαδόν μικρότερο των 36 τετραγωνικών μονάδων.
5. Να επιλέξεις 4 σημεία στην περιοχή Σ (πάνω από την καμπύλη). Να υπολογίσεις το γινόμενο $\beta\upsilon$ για κάθε σημείο. Τι αντιπροσωπεύουν τα σημεία στην περιοχή Σ;



Ο αριθμός που «δεν ταιριάζει»

Να παρατηρήσεις αυτούς τους πέντε αριθμούς:

53 **123** **137** **143** **158**

Ποιος αριθμός «δεν ταιριάζει» με τους άλλους;

Το 123 είναι ο αριθμός που «δεν ταιριάζει» σύμφωνα με τον κανόνα:

Διαιρείς με το 3 και το υπόλοιπο είναι 2.

$$\begin{aligned} \rightarrow 53 : 3 &= 17 \text{ υπόλοιπο } 2 \\ 123 : 3 &= 41 \text{ υπόλοιπο } 0 \\ 137 : 3 &= 45 \text{ υπόλοιπο } 2 \\ 143 : 3 &= 47 \text{ υπόλοιπο } 2 \\ 158 : 3 &= 52 \text{ υπόλοιπο } 2 \end{aligned}$$

Το 137 είναι ο αριθμός που «δεν ταιριάζει» σύμφωνα με τον κανόνα:

Διαιρείς με το 5 και το υπόλοιπο είναι 3.

$$\begin{aligned} \rightarrow 53 : 5 &= 10 \text{ υπόλοιπο } 3 \\ 123 : 5 &= 24 \text{ υπόλοιπο } 3 \\ 137 : 5 &= 27 \text{ υπόλοιπο } 2 \\ 143 : 5 &= 28 \text{ υπόλοιπο } 3 \\ 158 : 5 &= 31 \text{ υπόλοιπο } 3 \end{aligned}$$

Καθένας από τους υπόλοιπους τρεις αριθμούς μπορεί να «μην ταιριάζει» σύμφωνα με έναν από αυτούς τους κανόνες.

Περιττοί αριθμοί **Αριθμοί που διαιρούνται με το 7 και το υπόλοιπο είναι 4** **3/ψήφιοι αριθμοί**

1. Ποιος είναι ο αριθμός που «δεν ταιριάζει» για καθέναν από αυτούς τους κανόνες;

Να μια άλλη ομάδα αριθμών:

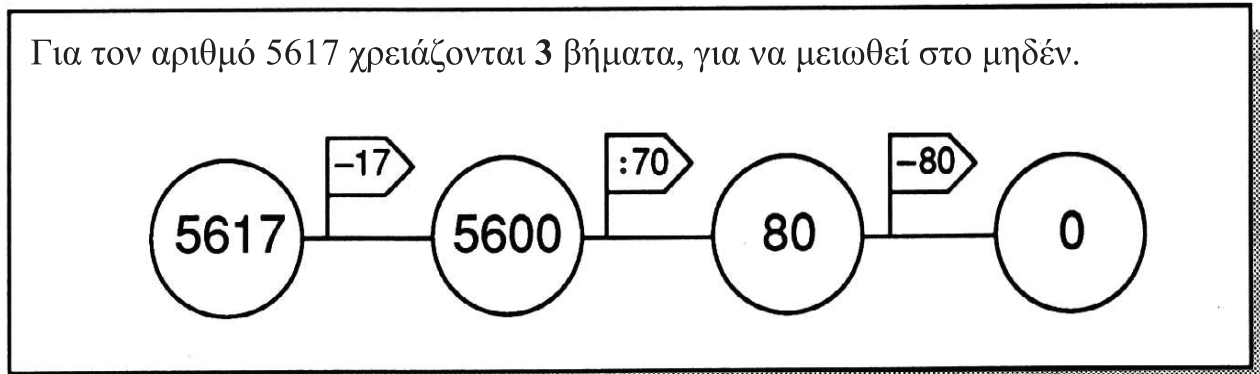
9 **25** **64** **79**

2. Να βρεις τέσσερις κανόνες που να κάνουν καθέναν από αυτούς τους αριθμούς με τη σειρά να «μην ταιριάζουν».

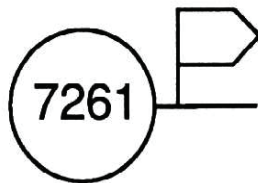
3. Να φτιάξεις μια δική σου ομάδα αριθμών και τους αντίστοιχους κανόνες του «δεν ταιριάζει».

Για να φθάσουμε γρήγορα στο μηδέν

Άρχισε με έναν τετραψήφιο αριθμό. Μείωσέ τον στο μηδέν με τη χρήση μόνο διψήφιων αριθμών.



Δοκίμασε με
τον αριθμό



Αναζήτησε το μικρότερο αριθμό βημάτων,
για να τον μειώσεις στο μηδέν.

Διερεύνησε αυτή τη διαδικασία με άλλους τετραψήφιους αριθμούς, με πενταψήφιους, εξαψήφιους...

Τροχιές

Το ένα τέταρτο της περιφέρειας της γης που διέρχεται από το Παρίσι είναι 10.000χμ.

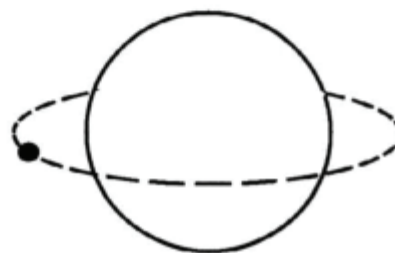
Να χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο π στο κομπιουτεράκι σου ή να θεωρήσεις το π ίσο με 3,14.

1. Ποιο είναι το μήκος περιφέρειας της γης;
2. Ποια είναι η διάμετρος της γης;
3. Ποια είναι η ακτίνα της γης;



-
4. Ένας δορυφόρος τίθεται σε τροχιά 8χμ (5 μίλια) πάνω από τη γη.

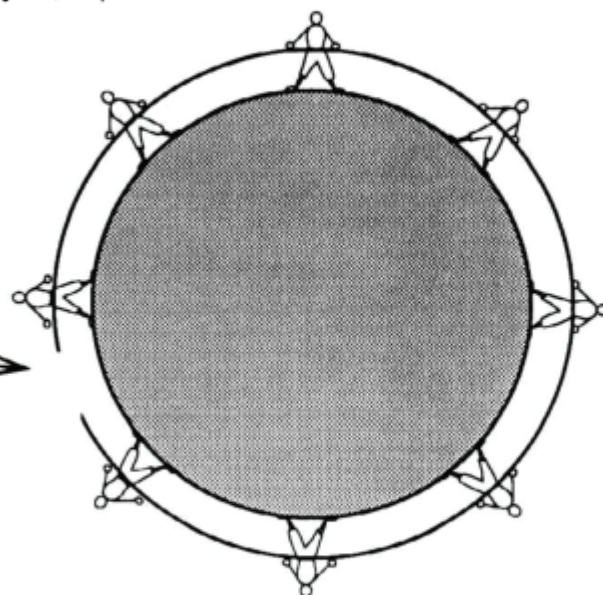
Θεωρώντας ότι η τροχιά είναι κυκλική, πόση απόσταση καλύπτει ο δορυφόρος, ολοκληρώνοντας μια τροχιά;



5. Αν ο δορυφόρος ταξιδεύει με 30.000χμ την ώρα περίπου, σε πόσο χρόνο θα κάνει το γύρο της γης;

-
6. Ένα σχοινί ταιριάζει απόλυτα γύρω από τον ισημερινό. Μια μεγάλη ομάδα ανθρώπων, στη συνέχεια, υψώνει το σχοινί ένα μέτρο πάνω από τη γη.

Το σχοινί τώρα αποδεικνύεται πολύ κοντό.



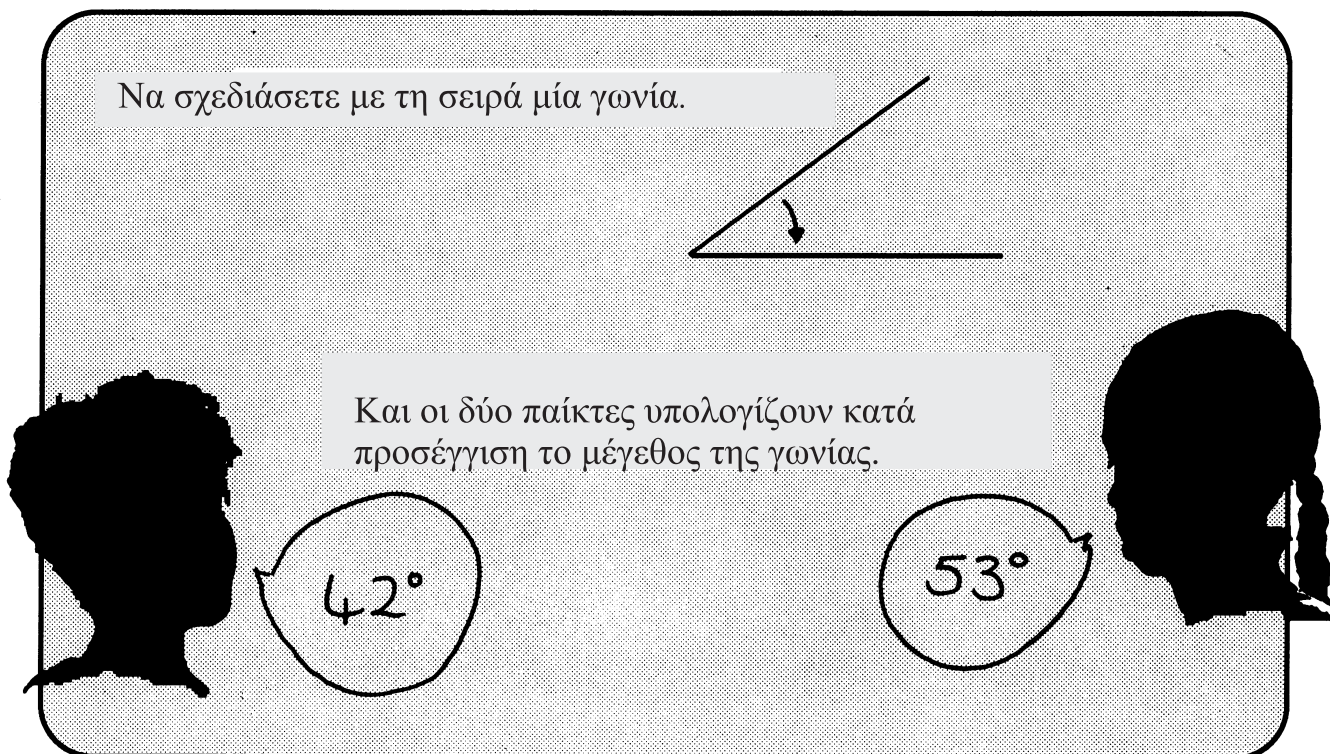
Πόσο περισσότερο σχοινί είναι απαραίτητο;

Θα χρειαστείς ένα μοιρογνώμονιο.

Smile 0772

Εκτίμηση γωνιών

Μια δραστηριότητα για δύο άτομα.



Να μετρήσετε τη γωνία.

Ο παίκτης με την πλησιέστερη προσέγγιση κερδίζει έναν πόντο.

Το παιχνίδι ολοκληρώνεται όταν ο ένας από τους δύο κερδίσει 20 πόντους.

Μπορείτε να θέσετε τους δικούς σας κανόνες βαθμολόγησης.

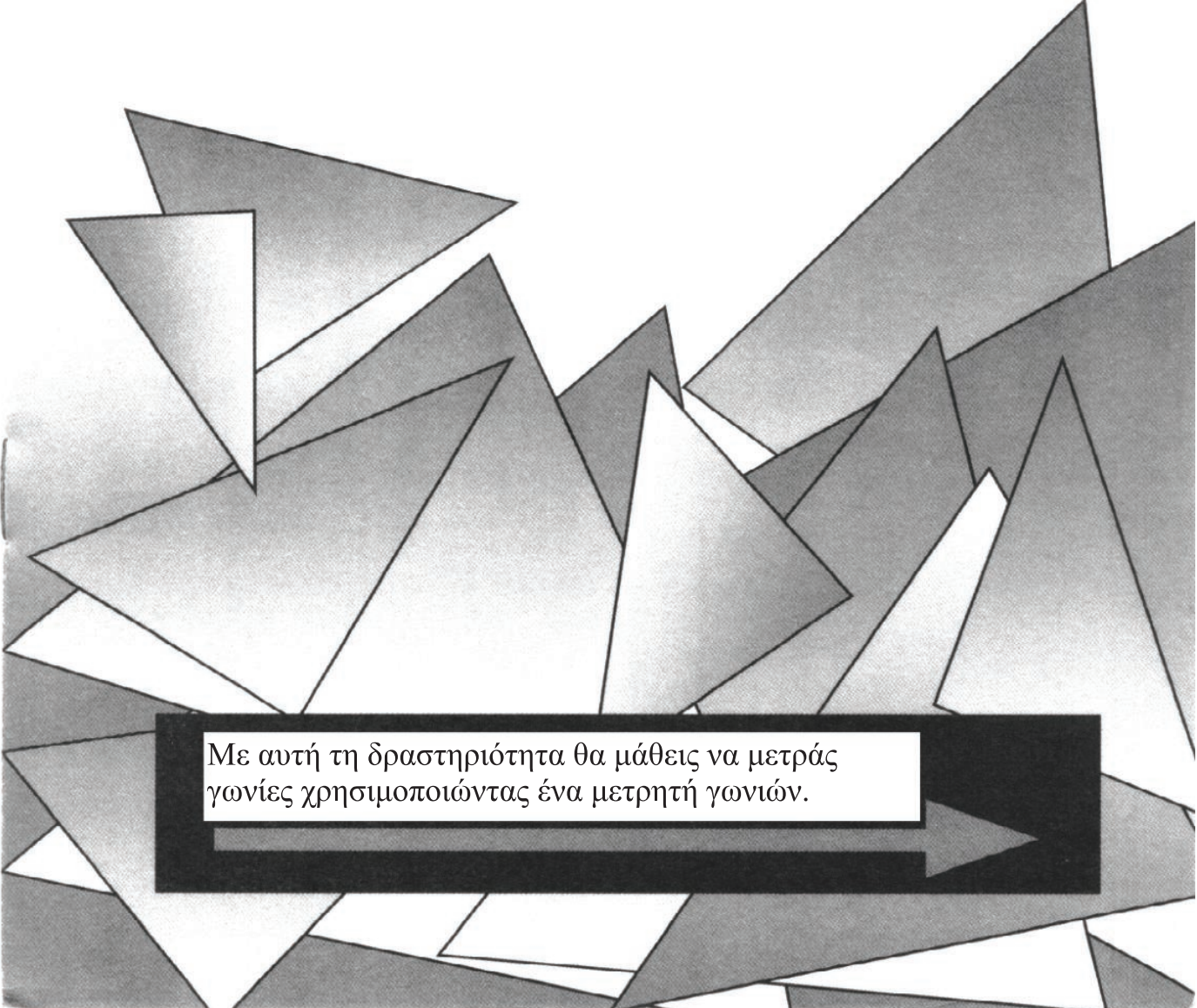
Smile 0775

Μετρώντας γωνίες

Θα χρειαστείς ένα μετρητή γωνιών.

Πολλές χιλιάδες χρόνια πριν, οι Βαβυλώνιοι χρειάστηκαν έναν ακριβή τρόπο μέτρησης των γωνιών.

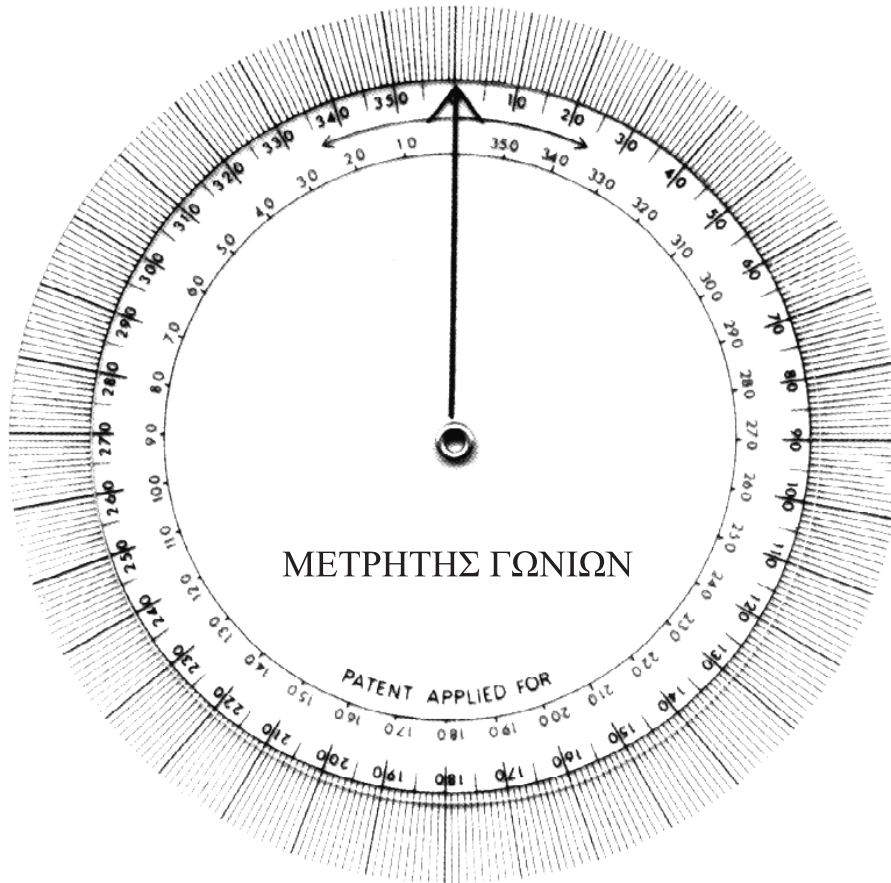
Επειδή υπάρχουν κατά μέσο όρο 360 ημέρες το χρόνο, λέγεται ότι αποφάσισαν να μοιράσουν μία πλήρη περιστροφή σε 360 κομμάτια, που τα ονόμασαν βαθμούς.



Με αυτή τη δραστηριότητα θα μάθεις να μετράς γωνίες χρησιμοποιώντας ένα μετρητή γωνιών.

Smile 0775

Το βέλος δείχνει μηδέν.



Να περιστρέψεις το βέλος κατά μία πλήρη περιστροφή.

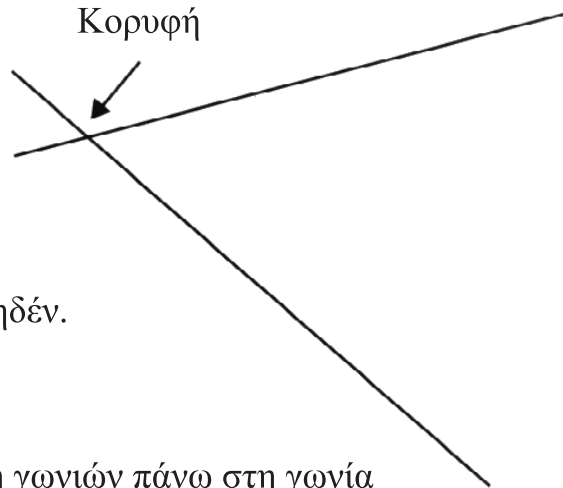
1. Κατά πόσες μοίρες το έχεις περιστρέψει;

Τώρα, να περιστρέψεις το βέλος κατά μία ορθή γωνία.

2. Κατά πόσες μοίρες το έχεις περιστρέψει;

Smile 0775

Για να μετρήσεις το μέγεθος αυτής της γωνίας:



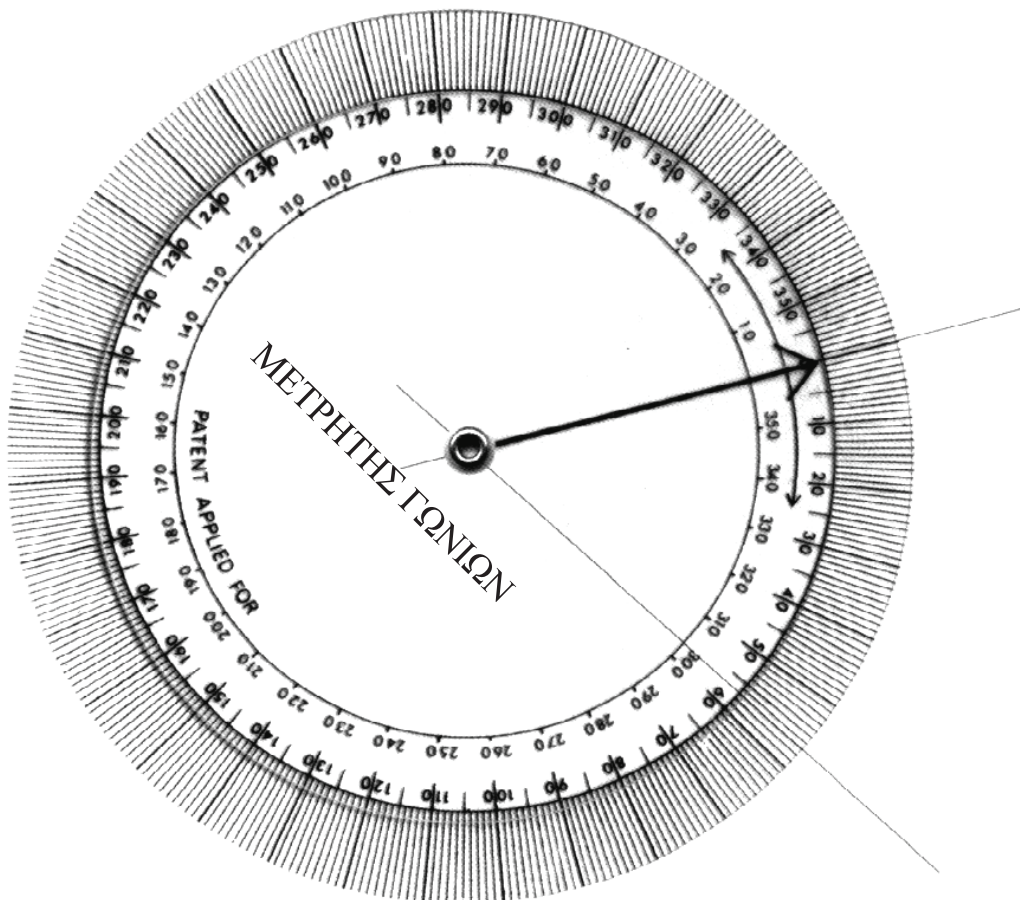
Βήμα 1

Βεβαιώσου ότι το βέλος στο μετρητή γωνιών είναι στο μηδέν.

Βήμα 2

Να τοποθετήσεις το μετρητή γωνιών πάνω στη γωνία με τέτοιο τρόπο, ώστε η γραμμή του μηδέν να συμπίπτει με τη μία από τις πλευρές της γωνίας.

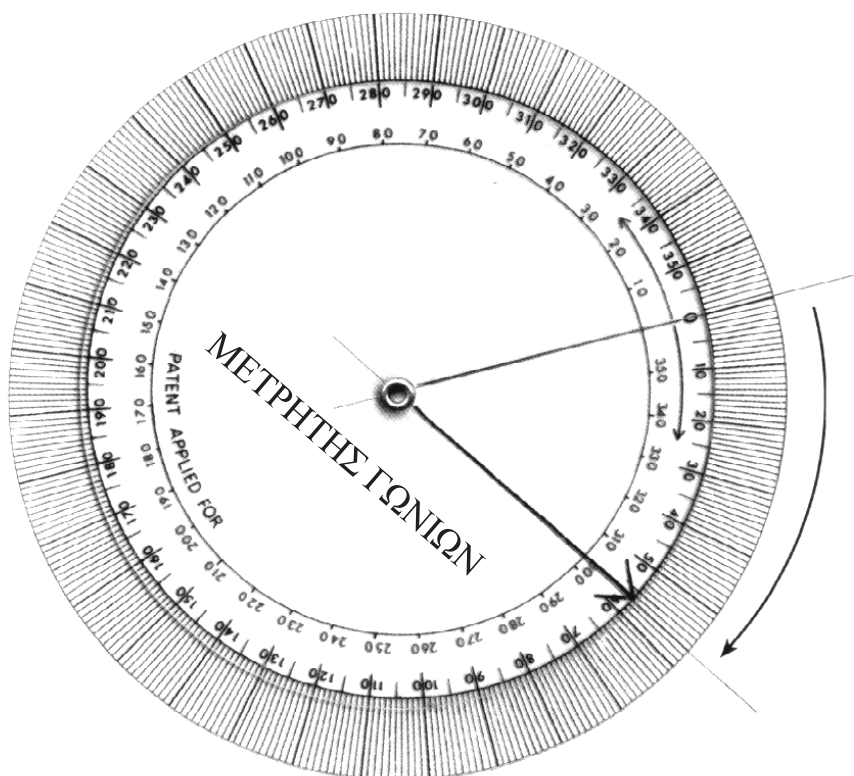
Να βεβαιωθείς ότι το κέντρο του μετρητή γωνιών συμπίπτει με την κορυφή.



Smile 0775

Βήμα 3

Να περιστρέψεις το βέλος μέχρι να συμπέσει με την άλλη πλευρά της γωνίας.


















Βήμα 4

Να σημειώσεις το μέγεθος της γωνίας.
Αυτή η γωνία είναι 57 μοίρες.

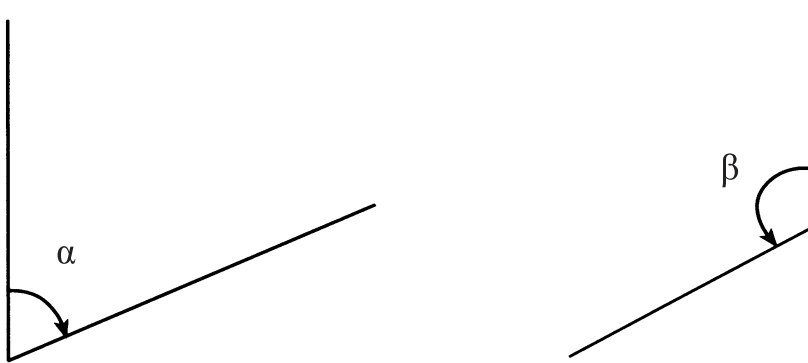
Smile 0775

3. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα.
 Ο πίνακας παρουσιάζει τρεις τρόπους για να μετρήσεις γωνίες.

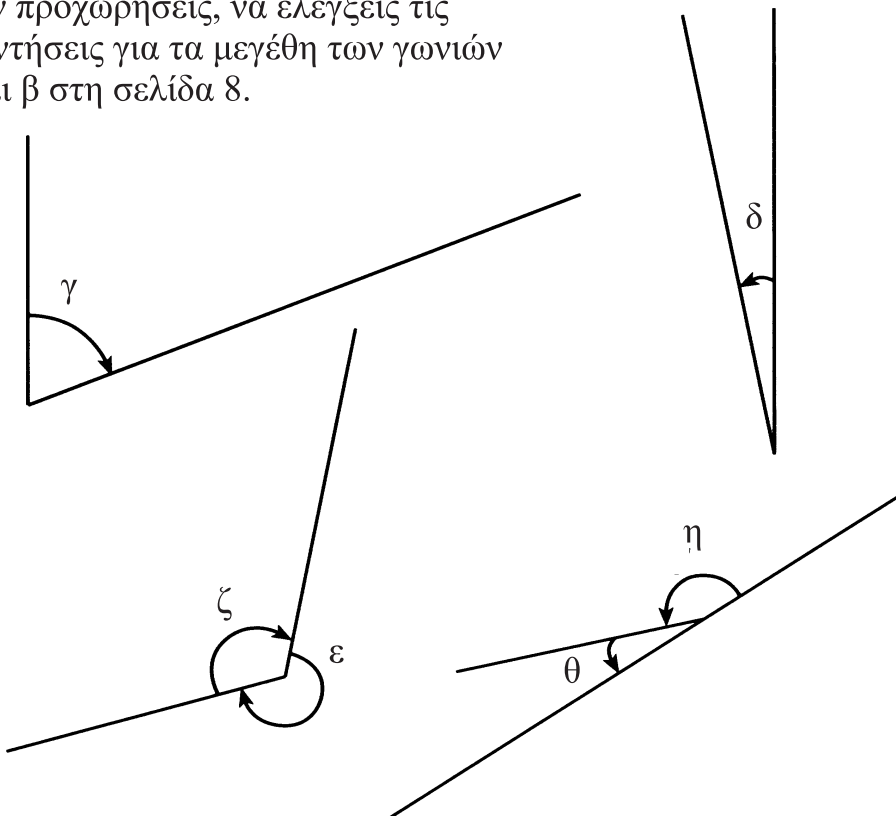
Γωνία	Μέγεθος (σε περιστρο- φές)	μέγεθος (σε μοίρες)	μέγεθος (σε ορθές γωνίες)
	1 περιστροφή	(360°)	4 ορθές γωνίες
	 περιστροφή	180°	 ορθές γωνίες
	 περιστροφή	 °	 ορθές γωνίες
	 περιστροφή	 °	 ορθές γωνίες
	$\frac{1}{8}$	 °	 ορθές γωνίες

Smile 0775

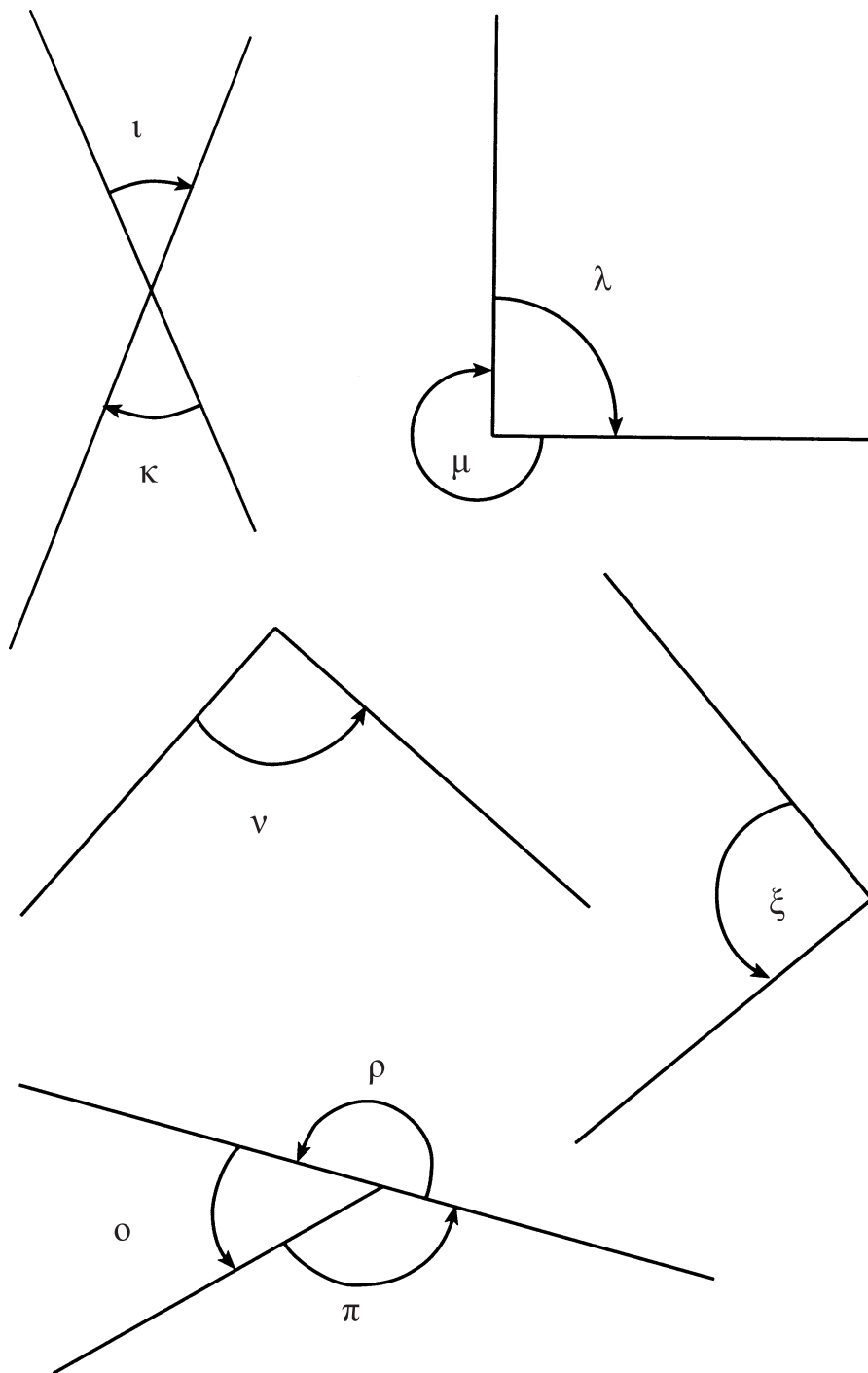
4. Να εκτιμήσεις τα μεγέθη των παρακάτω γωνιών και στη συνέχεια να τις μετρήσεις με ακρίβεια, χρησιμοποιώντας το μετρητή γωνιών.



Πριν προχωρήσεις, να ελέγξεις τις απαντήσεις για τα μεγέθη των γωνιών α και β στη σελίδα 8.



Smile 0775



Smile 0775

Απαντήσεις

Η γωνία α είναι 66 μοίρες.

Η γωνία β είναι 120 μοίρες.

Σχεδιάζοντας γωνίες

Μια δραστηριότητα για δύο άτομα.

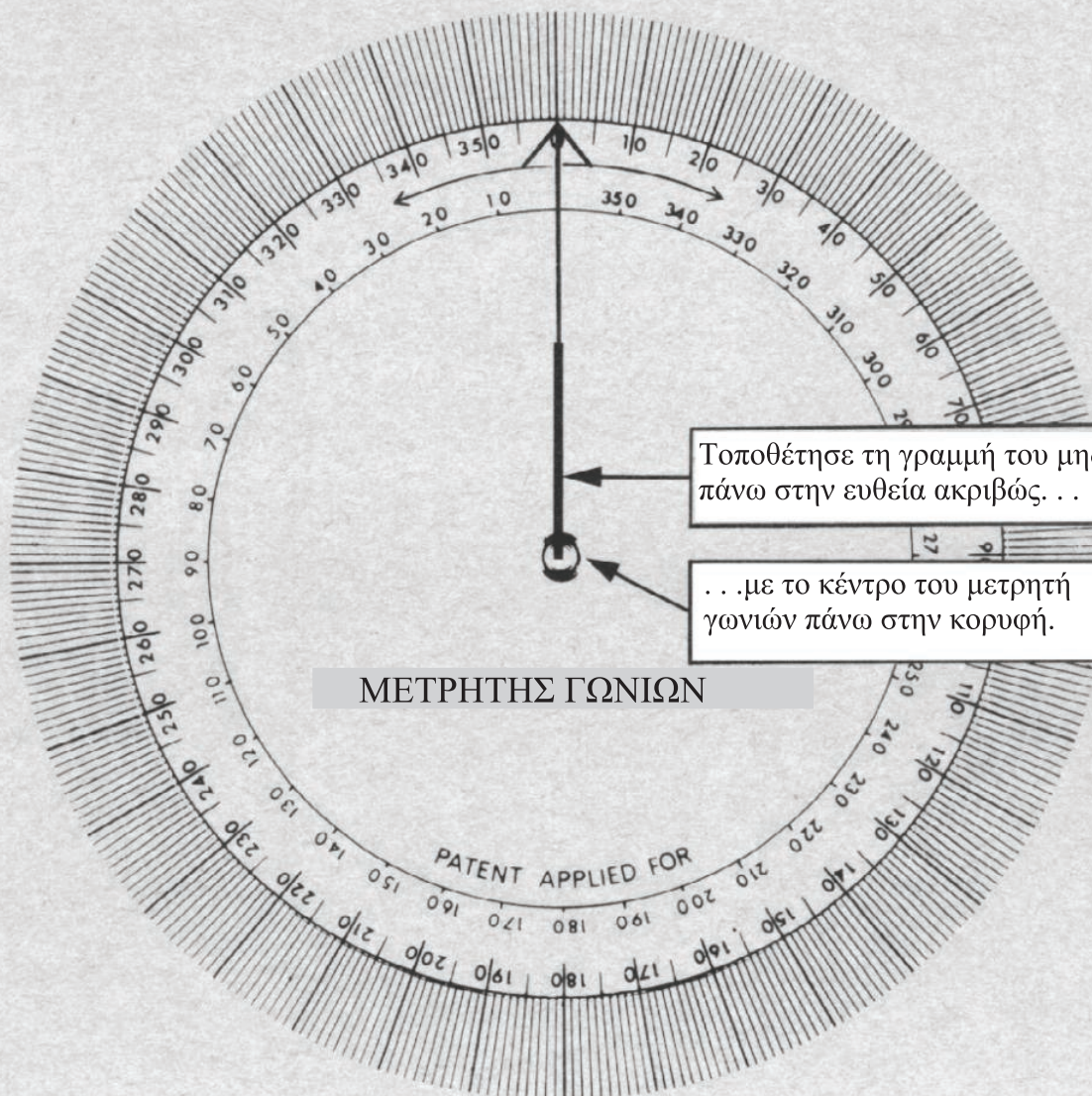


Πώς να σχεδιάσεις μια γωνία 60 μοιρών

1

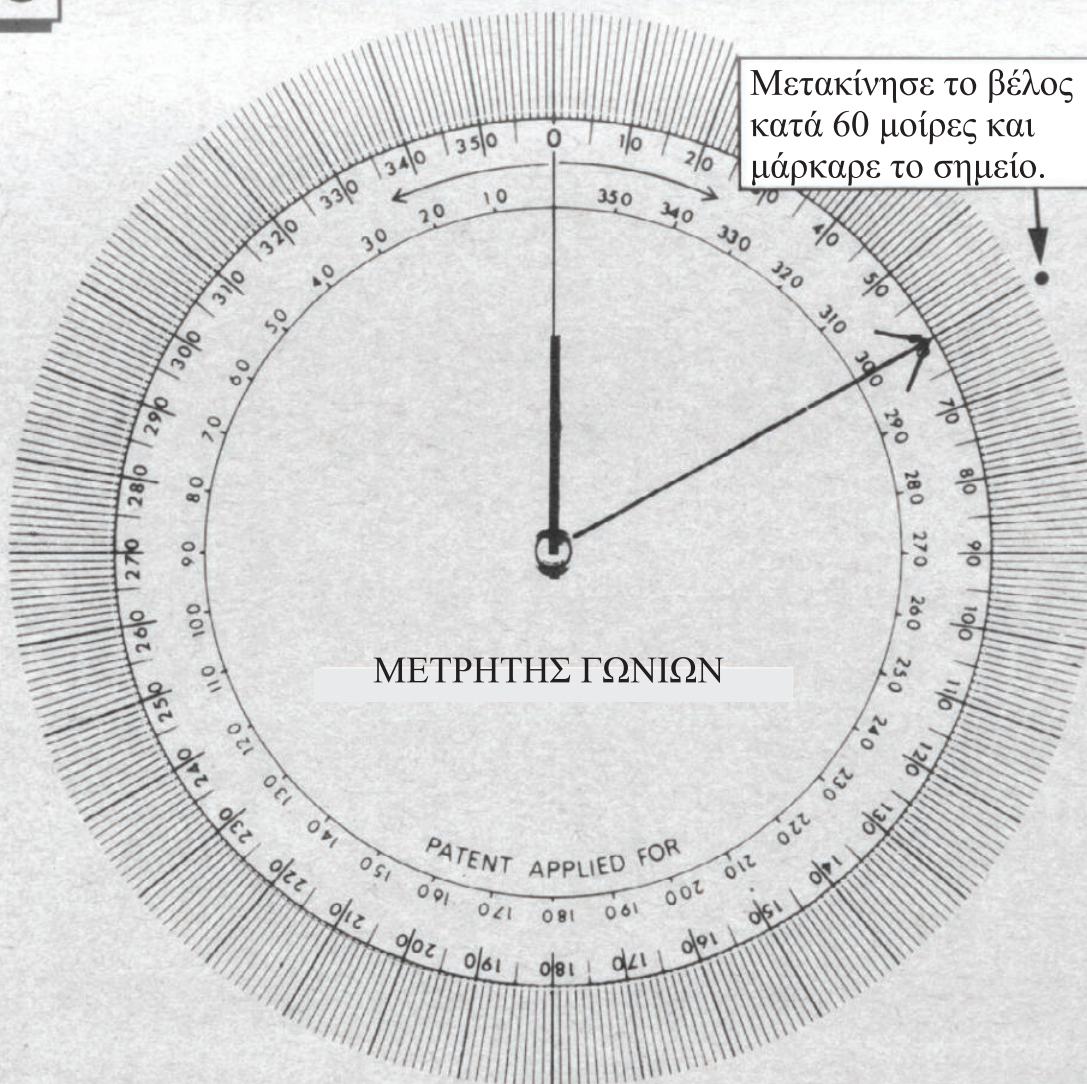
Χάραξε μια ευθεία γραμμή.
Επίλεξε ένα από τα δύο
άκρα της για κορυφή.

2



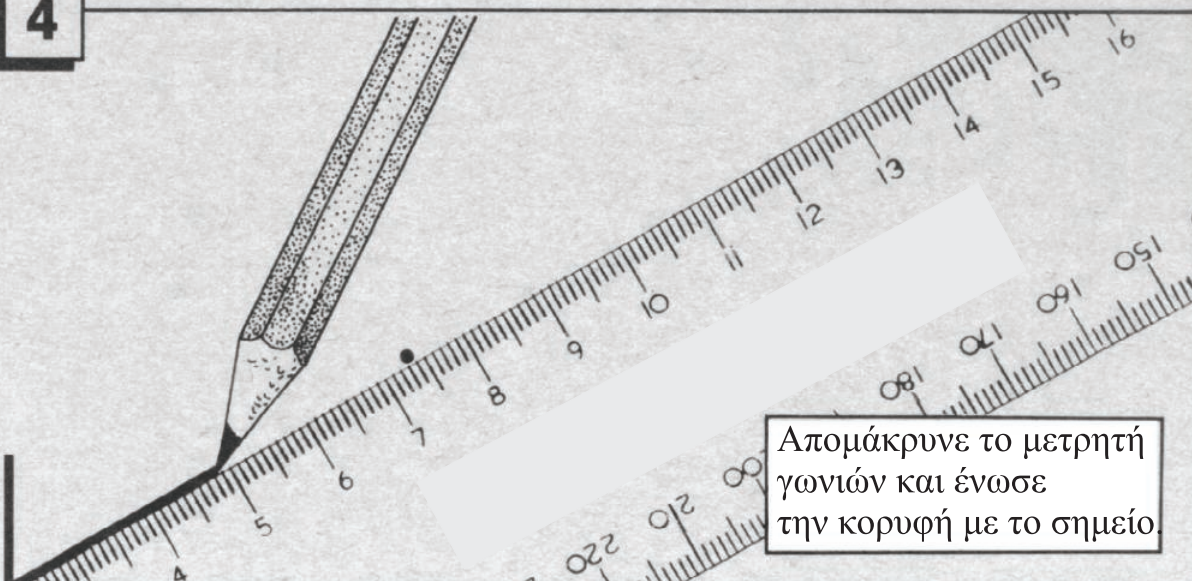
3

Smile 0776



Μετακίνησε το βέλος
κατά 60 μοίρες και
μάρκαρε το σημείο.

4



Απομάκρυνε το μετρητή
γωνιών και ένωσε
την κορυφή με το σημείο.

Γύρισε σελίδα

3

Να λύσει ο καθένας μόνος του τις παρακάτω ασκήσεις και να ελέγξει ο ένας τις απαντήσεις του άλλου με το μετρητή γωνιών:

1. Να σχεδιάσεις γωνίες με τα παρακάτω μεγέθη:

(α) 30° (β) 115° (γ) 160°

(δ) 330° (ε) 245° (στ) 200°

2. Στο ίδιο σχέδιο και χρησιμοποιώντας την ίδια γραμμή του μηδέν, να σχεδιάσεις τις γωνίες:

310° κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού και
 50° αντίστροφα προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού

Τι παρατηρείς;

3. Στην ερώτηση 1, ποια είναι η σχέση ανάμεσα:

Στο (α) και στο (β)

Στο (γ) και στο (δ)

Στο (ε) και στο (στ)

Smile 0779

Μέγιστο γινόμενο

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να εκφράσεις το 12 ως το άθροισμα ακέραιων αριθμών:

$$12 = 3 + 4 + 5$$

$$12 = 2 + 2 + 4 + 4, \text{ κ.λπ.}$$

Αν πολλαπλασιάσουμε αυτούς τους ακέραιους αριθμούς, τα γινόμενα διαφέρουν:

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

$$2 \times 2 \times 4 \times 4 = 64$$

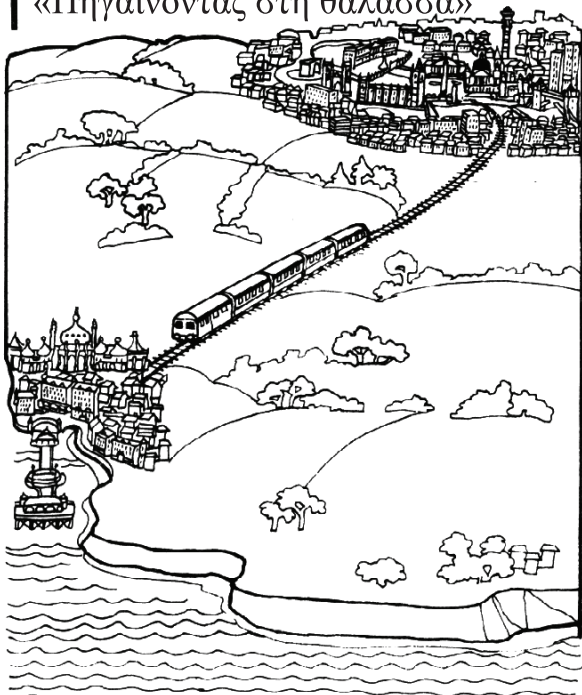
- (1) Να βρεις το μέγιστο γινόμενο ακέραιων αριθμών που έχουν άθροισμα το 12.
- (2) Να κάνεις το ίδιο και για άλλους αριθμούς. Μπορείς να διατυπώσεις ένα γενικό κανόνα;

Αντιστροφή

Smile 0781

Η αντιστροφή μιας ενέργειας σε επαναφέρει πίσω, στο σημείο από το οποίο ξεκίνησες.

1 «Πηγαίνοντας στη θάλασσα»



Η δραστηριότητα αυτή έχει αντιστροφή;
Αν ναι, ποια είναι;

2 «Δανείζοντας 5 ευρώ»



Ποια είναι η αντιστροφή;

3 «Σπάζοντας ένα αυγό»



Υπάρχει αντιστροφή;

Οι παρακάτω δραστηριότητες έχουν αντιστροφές; Αν ναι, ποιες είναι;

4 Φουσκώνω μια ρόδα

8 Ανάβω ένα σπέρτο

5 Προσθέτω το 6 σε έναν αριθμό

9 Διαιρώ έναν αριθμό με το 2

6 Γεμίζω ένα φλιτζάνι τσαγιού

10 Αναποδογυρίζω μια άδεια κούπα

7 Περιστρέφω κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού

11 Αναποδογυρίζω μια γεμάτη κούπα

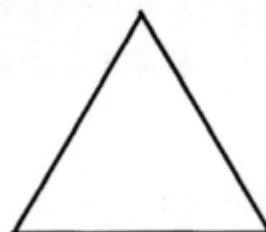
12 Πολλαπλασιάζω έναν αριθμό με το 0

13 Να φτιάξεις τη δική σου λίστα με ενέργειες.

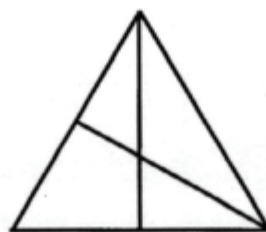
Ποιες από τις ενέργειες αυτές αντιστρέφονται; Ποιες είναι οι αντιστροφές;

Δημιουργία κύβων από τρίγωνα

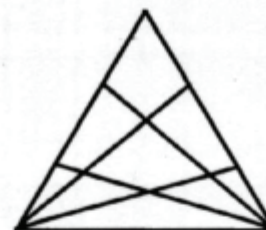
Υπάρχει μόνο ένα τρίγωνο στη διπλανή εικόνα.



Πόσα τρίγωνα υπάρχουν στη διπλανή εικόνα;
(Υπάρχουν περισσότερα από 3.)

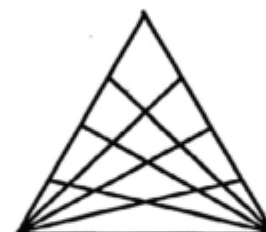


Πόσα τρίγωνα υπάρχουν σε αυτήν την εικόνα;



Να εξετάσεις τις απαντήσεις σου μέχρι τώρα.

Σε βοηθούν να βρεις την απάντηση για τη διπλανή περίπτωση;



Να ελέγξεις την απάντησή σου μετρώντας τα τρίγωνα.

Να χρησιμοποιήσεις τα αποτελέσματά σου για να βρεις τη σχετική σχέση.

Η προπαίδια του 142.857

Smile 0784

1. Να χρησιμοποιήσεις μια αριθμομηχανή ή ένα λογιστικό φύλλο στον υπολογιστή, για να πολλαπλασιάσεις τον αριθμό 142.857 επί 1 μέχρι 7.

x	142 857
1	142 857
2	285 714
3	
4	
5	
6	
7	
.	
.	
.	

2. Τι παρατηρείς στα γινόμενα μέχρι τώρα;

3. Να χρησιμοποιήσεις την αριθμομηχανή ή το λογιστικό φύλλο στον υπολογιστή, για να συμπληρώσεις τις επόμενες δύο σειρές του πίνακά σου.

7	999 999	
8		
9		

4. Να αναζητήσεις τον κανόνα που ισχύει για τους αριθμούς στον πίνακά σου.

Να συμπληρώσεις τις επόμενες πέντε σειρές του πίνακά σου, **χωρίς** τη χρήση της αριθμομηχανής ή του υπολογιστή.

5. Αν θέλεις, μπορείς να ελέγξεις τα αποτελέσματά σου.

6. Τώρα, να χρησιμοποιήσεις την αριθμομηχανή ή τον υπολογιστή, για να εργαστείς ανάλογα με τους παρακάτω αριθμούς:

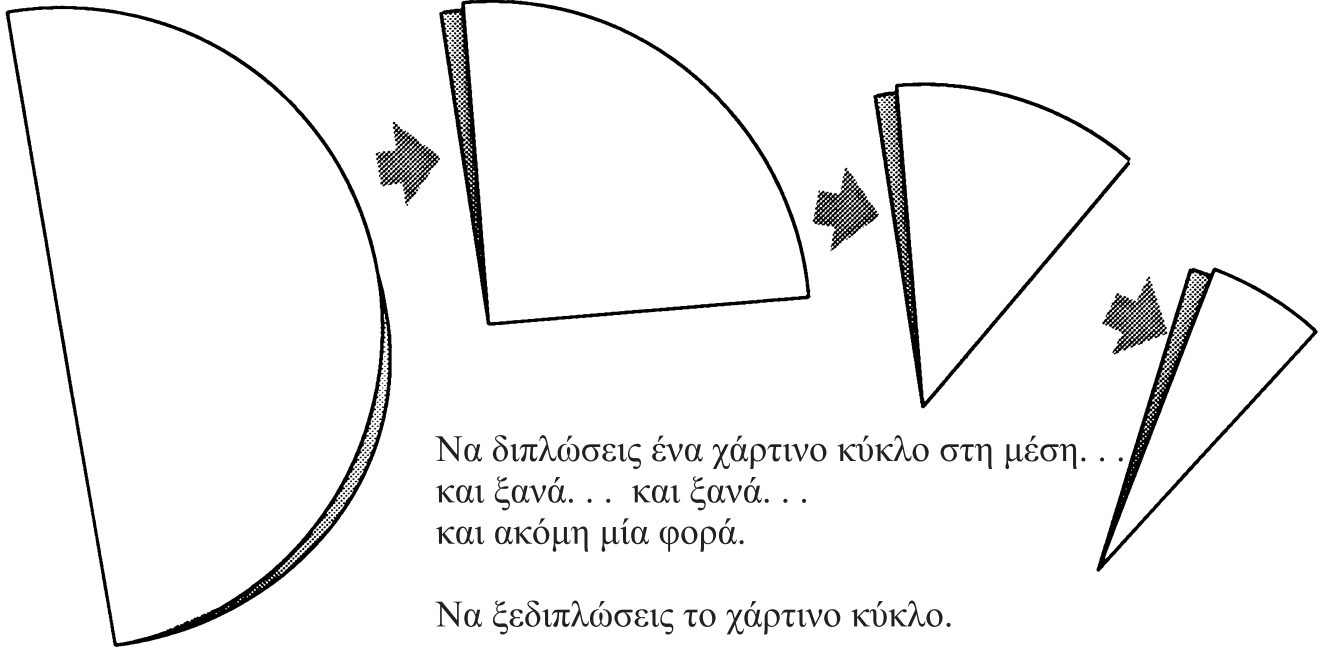
$$\frac{1}{7}, \quad \frac{2}{7}, \quad \frac{3}{7}, \quad \dots$$

Έχεις να κάνεις κάποιο σχόλιο για τα αποτελέσματά σου;

Κατασκευή γωνιών με το χέρι

Smile 0788

Θα χρειαστείς χάρτινους κύκλους και ένα μοιρογνωμόνιο.



Να χαράξεις γραμμές σε κάθε τσάκιση.

Smile 0788

Αν έχεις διπλώσει προσεκτικά το χάρτινο κύκλο, η γωνία α θα πρέπει να είναι 90° (μία ορθή γωνία).

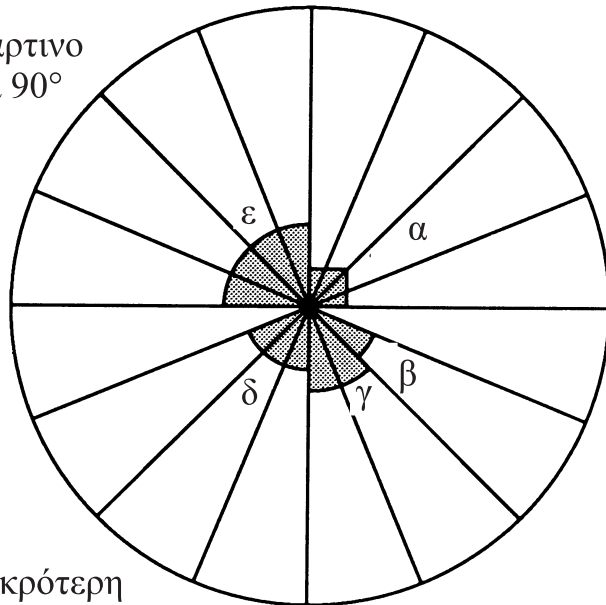
1. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

$$\hat{\beta}(\text{γωνία } \hat{\beta}) = 22,5^\circ$$

$$\hat{\gamma} = \blacksquare^\circ$$

$$\hat{\delta} = \blacksquare^\circ$$

$$\hat{\varepsilon} = \blacksquare^\circ$$

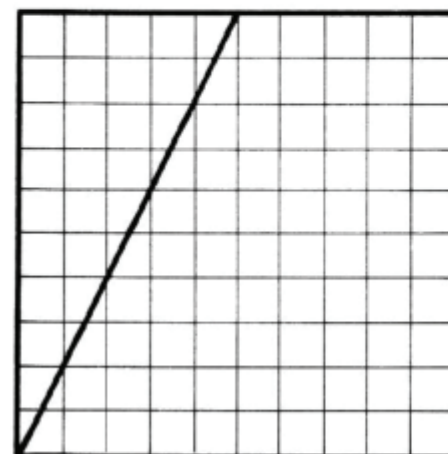
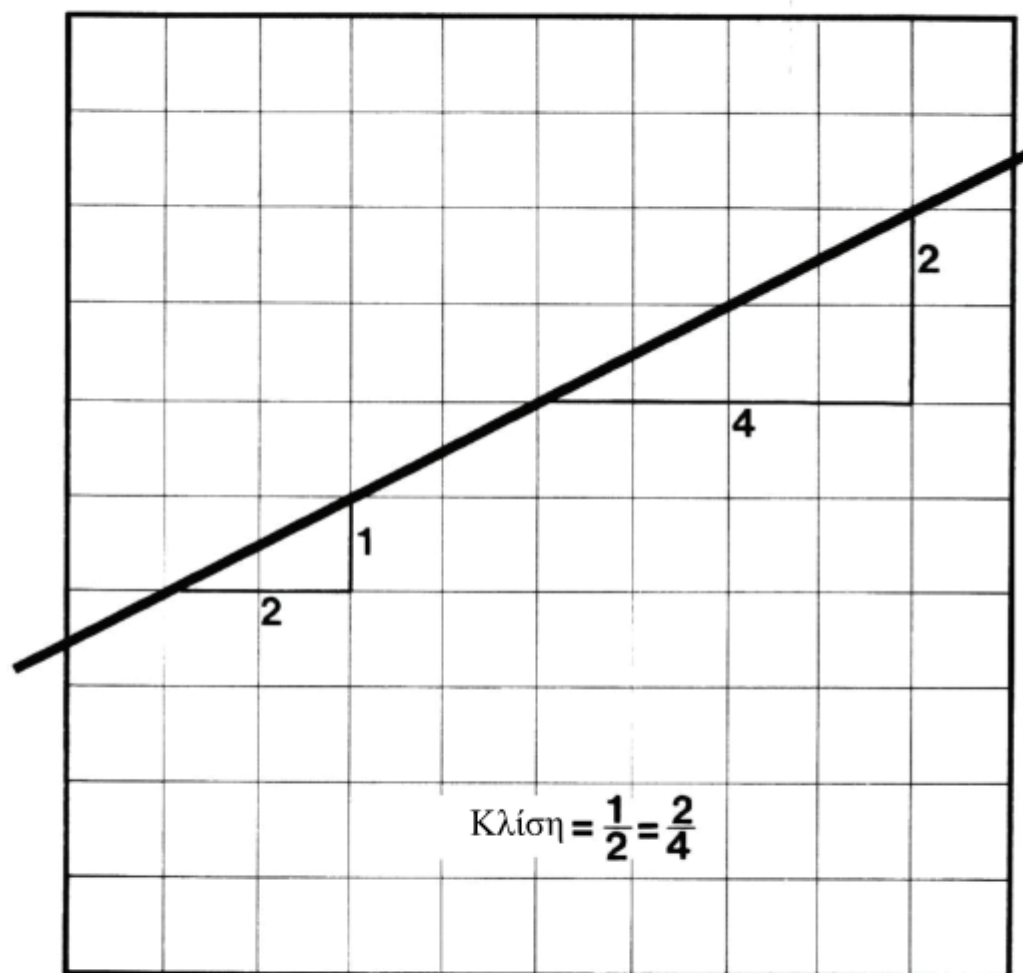


2. Μια γωνία 20° είναι ελάχιστα μικρότερη από τη γωνία $\hat{\beta}$ ($\hat{\beta} = 22,5^\circ$)

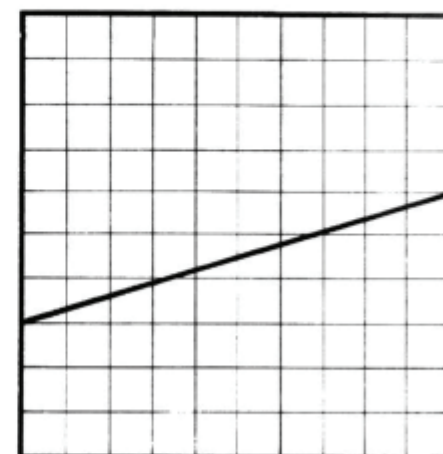
Να φτιάξεις ένα σχέδιο μόνο με χάρακα και μολύβι για καθεμία από τις παρακάτω γωνίες: $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots, 350^\circ$

Να ελέγξεις τις γωνίες σου με ένα μοιρογνωμόνιο.

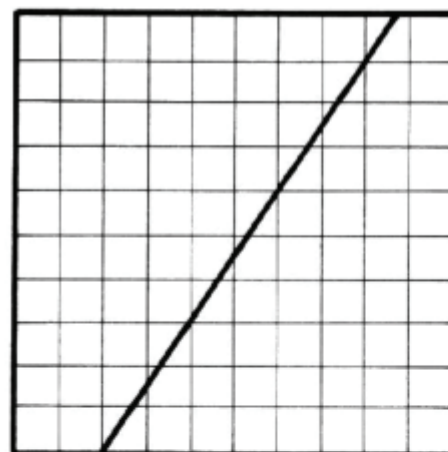
Στα μαθηματικά η λέξη "κλίση" έχει συγκεκριμένο νόημα Κ Λ Ι Σ Η = $\frac{\text{κατακόρυφη απόσταση}}{\text{οριζόντια απόσταση}}$



Κλίση = 2



Κλίση = $\frac{3}{10}$



Κλίση = ;



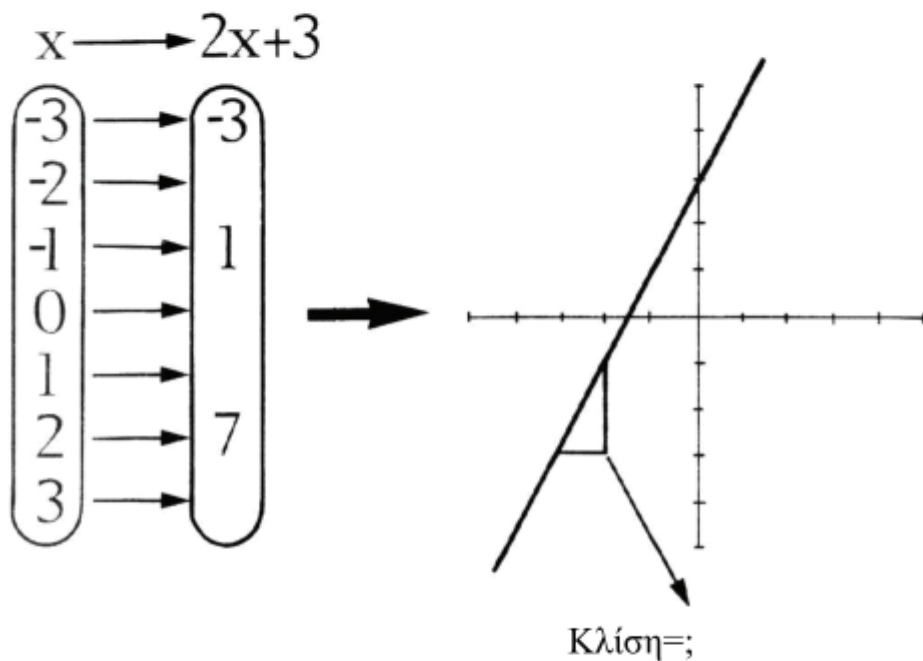
Κλίση = ;

1. Στο παραπάνω διάγραμμα η κλίση μετρήθηκε σε δύο θέσεις.
Το αποτέλεσμα ήταν το ίδιο. ΑΥΤΟ ΙΣΧΥΕΙ ΠΑΝΤΑ;
Να χρησιμοποιήσεις διαφανές χαρτί αντιγραφής
και τα διαγράμματα στην απέναντι σελίδα.

2. Σε τετραγωνισμένο χαρτί να σχεδιάσεις γραμμές με κλίση:

α) $\frac{2}{3}$ β) 1 γ) 3 δ) -2

3. Μια έρευνα - Πώς μπορείς να βρεις την κλίση μιας γραμμής από ένα σχεδιάγραμμα;



Να δοκιμάσεις μερικά από τα παρακάτω:

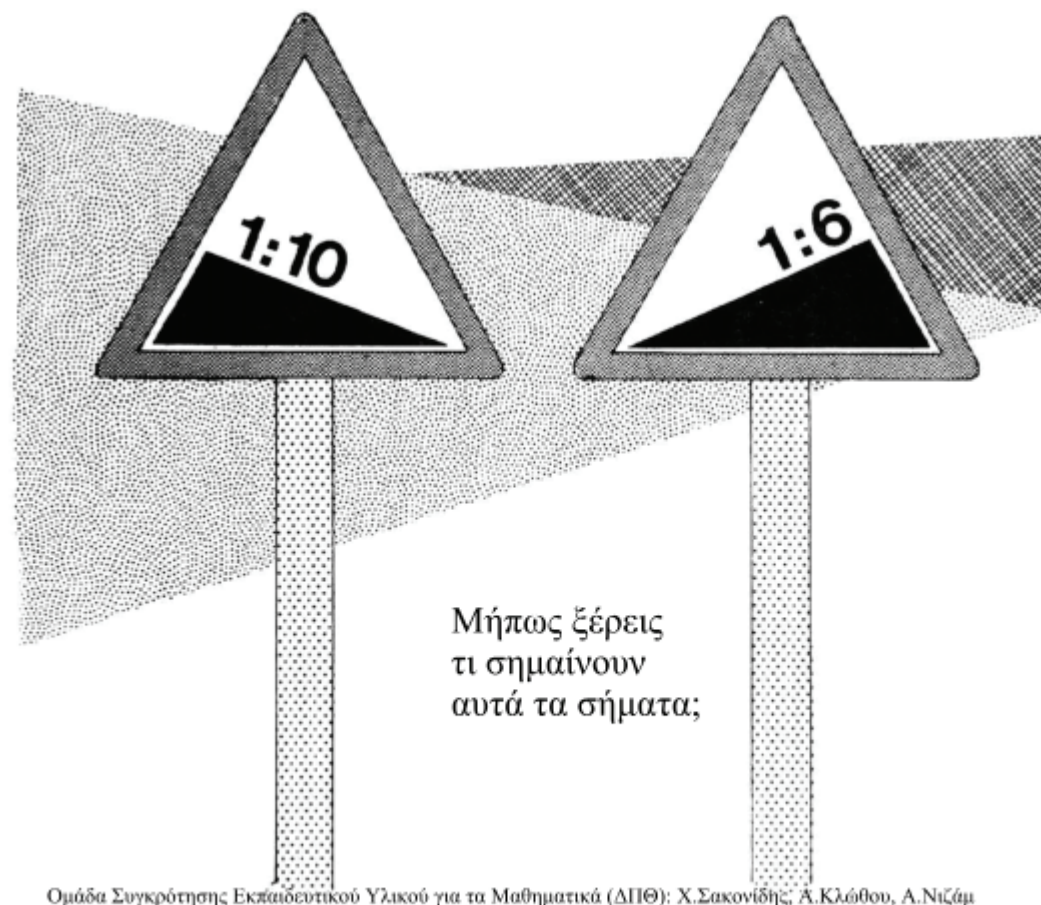
Να διατηρήσεις τον ίδιο συντελεστή του x .

$$\begin{aligned}x &\rightarrow 2x + 1 \\x &\rightarrow 2x + 4 \\x &\rightarrow 2x + 3\end{aligned}$$

Να διατηρήσεις την ίδια σταθερά.

$$\begin{aligned}x &\rightarrow 2x + 3 \\x &\rightarrow x + 3 \\x &\rightarrow 4x + 3\end{aligned}$$

Κ Λ Ι Σ Η



Smile 0790

ΠΑΝΟΡΑΜΑ ΤΟΥ ΛΟΝΔΙΝΟΥ

Ο Πύργος αυτός λέγεται Πύργος του Ταχυδρομείου και είναι ένα από τα ψηλότερα κτίρια του Λονδίνου. Στους τουρίστες αρέσει να ανεβαίνουν στην κορυφή του πύργου, γιατί μπορούν να δουν από εκεί ολόκληρη την πόλη.

Για να μπορούν οι επισκέπτες να αναγνωρίζουν τα διάφορα κτίρια χρειάζονται ένα ακριβές σχέδιο της θέας (του πανοράματος) από την κορυφή του Πύργου.

4) Να φτιάξεις ένα ακριβές σχέδιο αυτού του πανοράματος. Το σχέδιό σου θα πρέπει να δείχνει τις παρακάτω τοποθεσίες:

Το Βρετανικό Μουσείο
Τα ανάκτορα του Μπάκιγχαμ
Το ναό του Γουέστμινστερ
Το Μουσείο της Μαντάμ Τισό
Την Τράπεζα της Αγγλίας
Το Πανεπιστήμιο του Λονδίνου

5) Να γράψεις μερικές προτάσεις, οι οποίες να περιλαμβάνουν:

- α) Τις πληροφορίες που περιέχουν αυτών των ειδών τα σχέδια.
- β) Τις πληροφορίες που δεν περιέχουν αυτών των ειδών τα σχέδια.

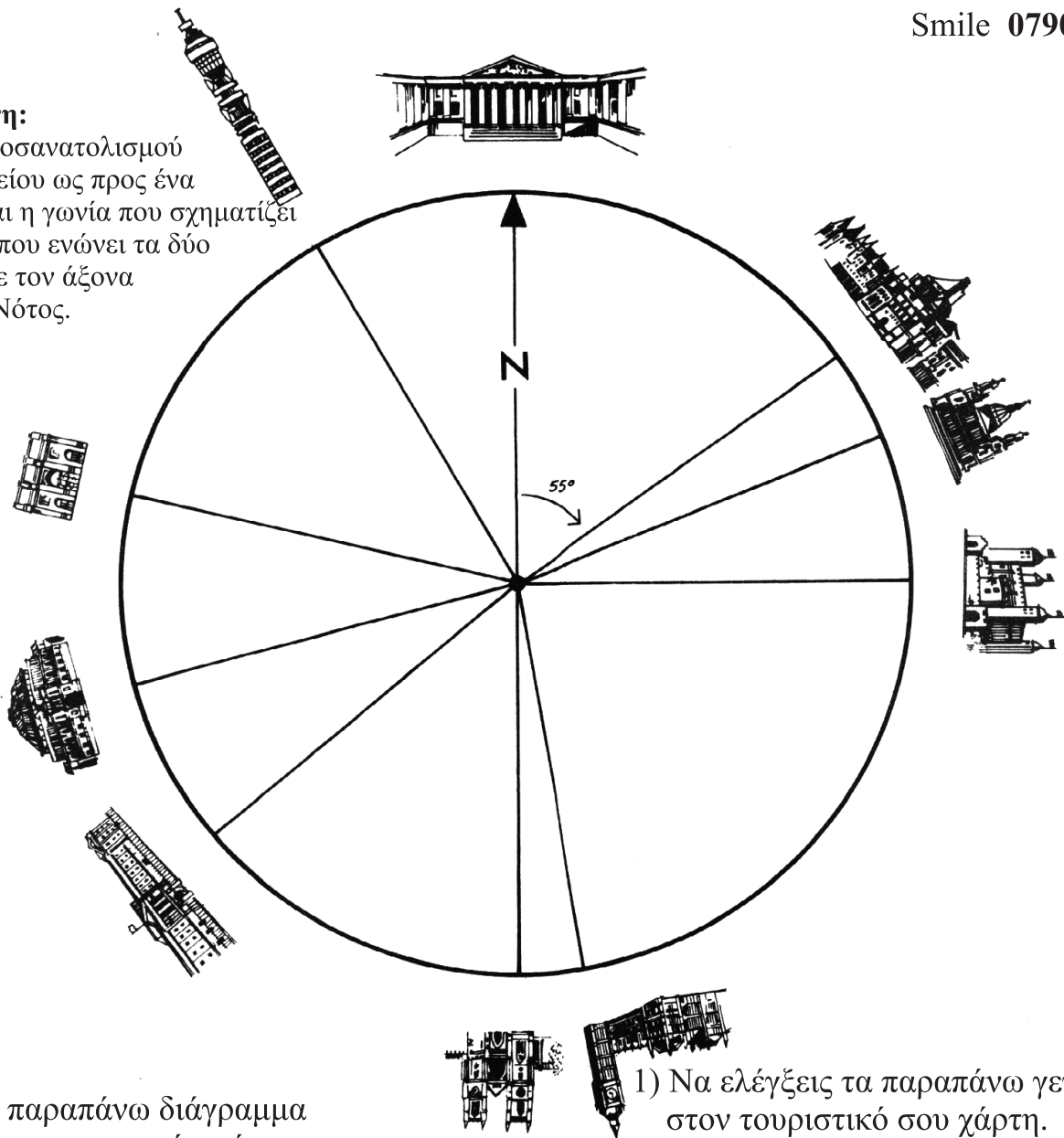


Θα χρειαστείς ένα μοιρογνωμόνιο και ένα χάρτη του Λονδίνου.

Smile 0790

Σημείωση:

Γωνία προσανατολισμού ενός σημείου ως προς ένα άλλο είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία που ενώνει τα δύο σημεία με τον άξονα Βορράς-Νότος.



Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνονται μερικά από τα κτίρια που μπορεί να δει ένα πουλί από την κορυφή της στήλης του Νέλσονα στην πλατεία Τραφάλγκαρ του Λονδίνου.

Το Βρετανικό Μουσείο βρίσκεται στα Βόρεια (γωνία προσανατολισμού 000°) της στήλης του Νέλσονα. Η γωνία προσανατολισμού των Δικαστηρίων από τη στήλη του Νέλσονα είναι 055° .

1) Να ελέγξεις τα παραπάνω γεγονότα στον τουριστικό σου χάρτη.

Θυμήσου: η γωνία προσανατολισμού μετράται πάντοτε κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, αρχίζοντας από το Βορρά.

2) Να χρησιμοποιήσεις το πανόραμα στο παραπάνω σχήμα και το μοιρογνωμόνιο, για να βρεις τη γωνία προσανατολισμού από τη στήλη του Νέλσονα των παρακάτω:

- Μαρμάρινη Αψίδα
- Κοινοβούλιο
- Καθεδρικός Ναός του Αγίου Παύλου

3) Να ελέγξεις τις απαντήσεις σου στον τουριστικό χάρτη.

Εκατομμυριούχος

Smile 0791

Θα χρειαστείς μια σημερινή εφημερίδα και ένα κομπιουτεράκι.

ΙΣΟΤΙΜΙΕΣ ΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ (Ποσότητα νομίσματος ανά 1 ευρώ)	
 ΔΡΑΧΜΗ	340,75000
 ΜΑΡΚΟ ΓΕΡΜΑΝΙΑΣ	1,95583
 ΦΡΑΓΚΟ ΓΑΛΛΙΑΣ	6,55957
 ΛΙΡΑ ΔΗΜ. ΙΡΛΑΝΔΙΑΣ	0,787564
 ΦΡΑΓΚΟ ΒΕΛΓΙΟΥ	40,3399
 ΦΡΑΓΚΟ ΛΟΥΞΕΜΒΟΥΡΓΟΥ	40,3399
 ΦΙΟΡΙΝΙ ΟΛΛΑΝΔΙΑΣ	2,20371
 ΛΙΡΕΤΑ ΙΤΑΛΙΑΣ για 100 μον.	1936,27000
 ΣΕΛΛΙΝΙ ΑΥΣΤΡΙΑΣ	13,76030
 ΜΑΡΚΟ ΦΙΛΑΝΔΙΑΣ	5,94573
 ΠΕΣΕΤΑ ΙΣΠΑΝΙΑΣ	166,386
 ΕΣΚΟΥΔΟ ΠΟΡΤΟΓΑΛΙΑΣ	200,48200
 ΔΟΛΛΑΡΙΟ Η.Π.Α.	1,2344
 ΛΙΡΑ ΑΓΓΛΙΑΣ	0,6735

Σε μια σημερινή εφημερίδα μπορείς να βρεις τον πίνακα ξένου συναλλάγματος, ο οποίος θα σε πληροφορήσει για τις ισοτιμίες συναλλάγματος.

1. Είναι ένας εκατομμυριούχος στις Η.Π.Α το ίδιο πλούσιος με έναν εκατομμυριούχο στην Αγγλία;
2. Πόση είναι η περιουσία ενός Ιταλού εκατομμυριούχου;
3. Πόσα περισσότερα χρήματα θα χρειαζόταν ένας Γάλλος εκατομμυριούχος, για να θεωρηθεί εκατομμυριούχος στην Αγγλία; Ένας Έλληνας;
4. Αν ένα φορτίο πετρελαίου κοστίζει 1.000.000 ευρώ, πόσο θα κοστίσει σε ένα Βρετανό αγοραστή;



Η διαπραγμάτευση του μισθού

Ποια είναι η γνώμη σου;

1. Να βρεις πόσα χρήματα θα έπαιρνε ο καθένας, αν οι μισθοί τους αυξάνονταν κατά 10%.
 2. Να βρεις πόσα χρήματα θα έπαιρνε ο καθένας, αν μοιράζονταν τα 6.000 ευρώ εξίσου μεταξύ τους.
 3. Ποιον τρόπο θα επέλεγες αν ήσουν
(α) ο διευθυντής;
(β) ένας ειδικευμένος εργάτης;
- Γιατί;
4. Ποιον τρόπο πιστεύεις ότι θα υποστήριζαν οι περισσότεροι;



Είμαι ο διευθυντής μιας μικρής εταιρείας. Έχω έξι εργαζόμενους. Κερδίζω 22.000 ευρώ το χρόνο.

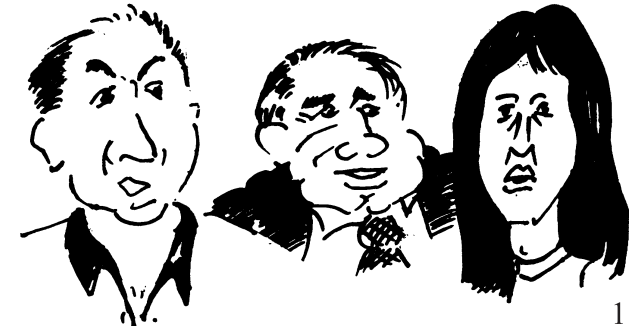


Είμαι ο προϊστάμενος και κερδίζω 15.600 ευρώ το χρόνο.



Είμαστε ειδικευμένοι εργάτες και κερδίζουμε 11.800 ευρώ το χρόνο.

Είμαστε ανειδίκευτοι εργάτες και κερδίζουμε 8.100 ευρώ το χρόνο.



1. Στη συνάντηση του σωματείου, στο ισόγειο του μαγαζιού:



Το κόστος ζωής είναι
πάρα πολύ υψηλό.

Πρέπει να ζητήσουμε
περισσότερα χρήματα.

2. Την επόμενη μέρα, στο γραφείο του διευθυντή:

Υπάρχουν μόνο
8260 ευρώ για να τα
διαθέσουμε στο προσωπικό
αυτήν τη χρονιά. Θα πρέπει
να τα μοιραστούμε
μεταξύ μας.



3. Πίσω στο ισόγειο του μαγαζιού:



Ως προϊστάμενος προτείνω
να έχουμε όλοι 10% αύξηση
στους μισθούς μας.

Τι λέτε, παιδιά;

***** !!!

Τα χρήματα θα πρέπει να
μοιραστούν εξίσου μεταξύ
των εργαζομένων. Δεν θα
πρέπει να δοθούν στη
διοίκηση.



Δεν συμφωνώ.

Ναι! Ναι!
Αλλά να δοθεί
αύξηση.

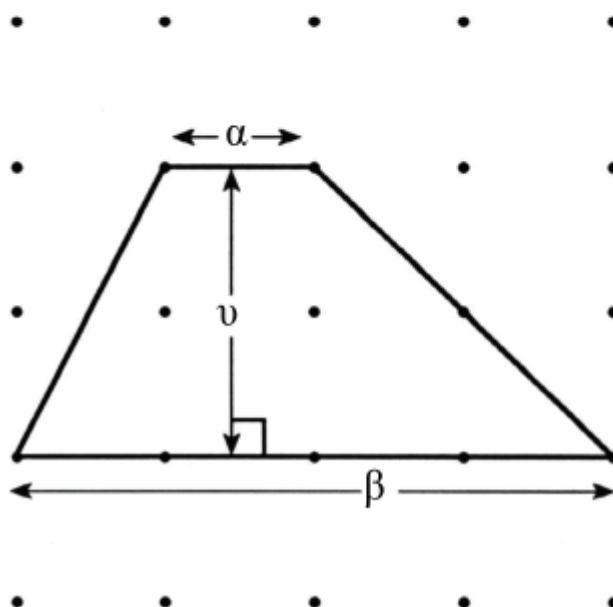
Ας
ψηφίσουμε!

Το τραπέζιο

Θα χρειαστείς έναν πίνακα με καρφάκια, ένα λαστιγάκι και χαρτί με βούλες.

Το τραπέζιο είναι ένα τετράπλευρο με δύο από τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.

1. Να κατασκευάσεις το τραπέζιο της εικόνας σε έναν πίνακα με καρφάκια.



2. Να ονοματίσεις τα μήκη των παράλληλων πλευρών α και β και την απόσταση μεταξύ τους (το ύψος) υ .

Να σημειώσεις: $\alpha = \blacksquare$ μονάδα $\beta = \blacksquare$ μονάδες $\upsilon = \blacksquare$ μονάδες

3. Να βρεις το εμβαδόν του τραπέζιου.

4. Να κατασκευάσεις τουλάχιστον 5 ακόμη τραπέζια στον πίνακα με τα καρφάκια που έχεις.

Να τα σχεδιάσεις στο χαρτί με τις βούλες, να βρεις το εμβαδόν τους και να σημειώσεις σε πίνακα τα αποτελέσματα.

1	4	5	2	5

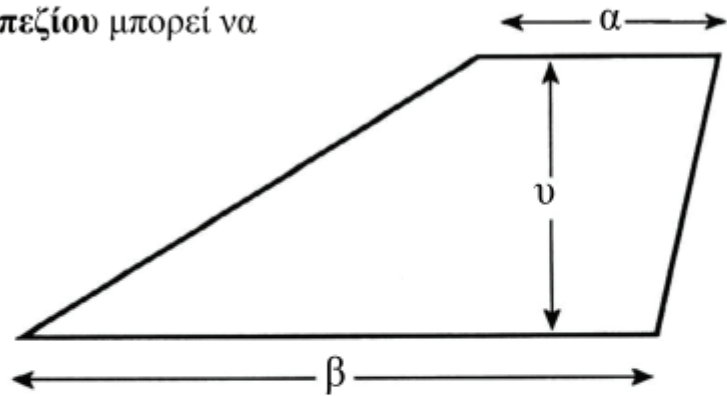
5. Μπορείς να διακρίνεις κάποιον κανόνα στον πίνακά σου; Αν όχι, τότε πρόσθεσε μερικά ακόμη αποτελέσματα στον πίνακα και εξέτασέ τον ξανά.

6. Να εξηγήσεις με λέξεις πώς μπορείς να υπολογίσεις το εμβαδόν ενός τραπέζιου.

Γύρισε σελίδα

Ο τύπος για το **εμβαδόν ενός τραπεζίου** μπορεί να

γραφεί ως εξής: $\frac{(\alpha + \beta) \upsilon}{2}$



7. Να βρεις το εμβαδόν των τραπεζίων με τις ακόλουθες διαστάσεις:

- | | | |
|-----------------|-------------|----------------|
| α) $\alpha = 4$ | $\beta = 2$ | $\upsilon = 2$ |
| β) $\alpha = 3$ | $\beta = 1$ | $\upsilon = 4$ |
| γ) $\alpha = 3$ | $\beta = 4$ | $\upsilon = 3$ |

8. Να σχεδιάσεις 2 διαφορετικά τραπέζια για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις. Θα ήταν ίσως χρήσιμο να χρησιμοποιήσεις τον πίνακα με τα καρφάκια πρώτα.

9. Να σχεδιάσεις ένα τραπέζιο στο οποίο η πλευρά α να είναι πολύ μικρή.

Αν $\alpha = 0$, σε τι σχήμα μετατρέπεται το τραπέζιο;

Να θεωρήσεις ότι $\alpha = 0$ στον τύπο για το υπολογισμό του εμβαδού του τραπεζίου.

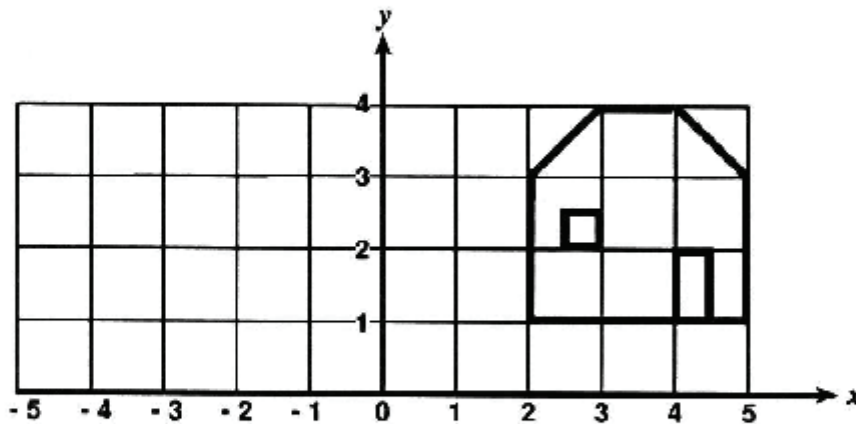
Είναι αυτό σύμφωνο με όσα ξέρεις ήδη;

10. Να περιγράψεις τις ειδικές περιπτώσεις που προκύπτουν όταν:

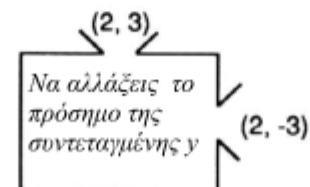
- α) $\beta = 0$
- β) $\upsilon = 0$
- γ) $\alpha = \beta$
- δ) $\alpha = \beta = \upsilon$

Να βρεις και να διατυπώσεις τον τύπο για τον υπολογισμό του εμβαδού σε κάθε περίπτωση.

Πίνακες και μετασχηματισμοί



Αυτή η μηχανή αλλάζει το σημείο $(2,3)$ σε $(2,-3)$.

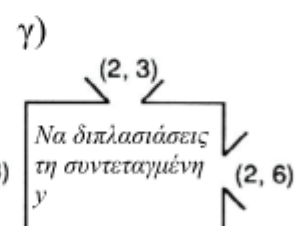
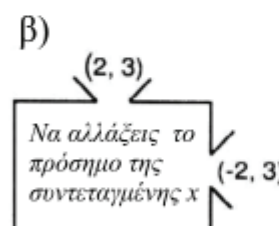
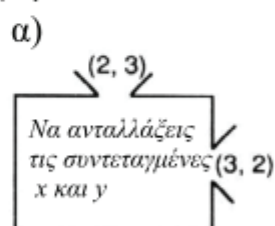


1. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις για τις γωνίες του σπιτιού:

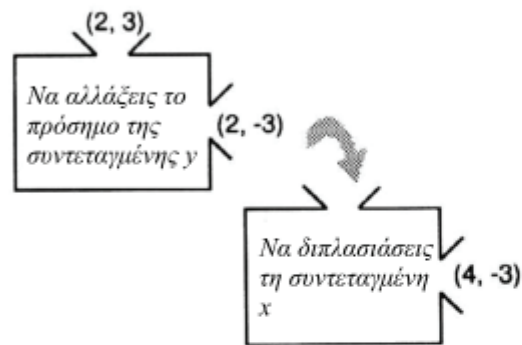
$(2, 3) \longrightarrow (2, -3)$	$(5, 3) \longrightarrow (\blacksquare, \blacksquare)$
$(3, 4) \longrightarrow (\blacksquare, \blacksquare)$	$(5, 1) \longrightarrow (\blacksquare, \blacksquare)$
$(4, 4) \longrightarrow (\blacksquare, \blacksquare)$	$(2, 1) \longrightarrow (\blacksquare, \blacksquare)$

2. Σε τετραγωνισμένο χαρτί να σχεδιάσεις το σπίτι όπως ήταν αρχικά και το σπίτι μετά από τις αλλαγές που προκλήθηκαν από τη μηχανή. Να περιγράψεις το μετασχηματισμό του σπιτιού.

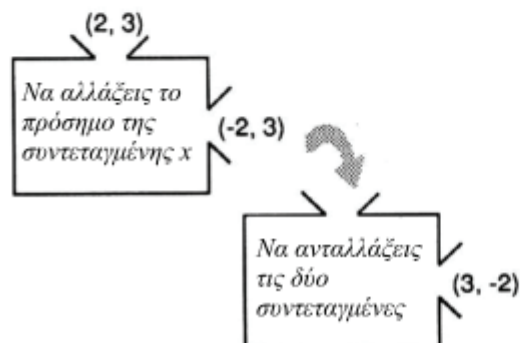
3. Να επαναλάβεις τις ερωτήσεις 1 και 2 για τις παρακάτω μηχανές, σχεδιάζοντας μόνο το καινούργιο σπίτι κάθε φορά.



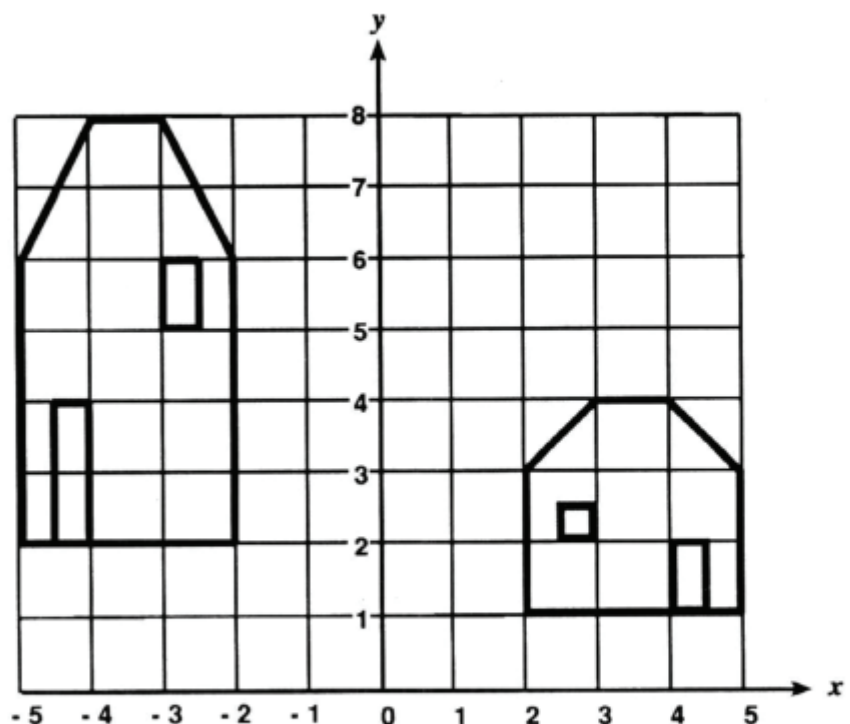
4. Να τροφοδοτήσεις τις δύο μηχανές που ακολουθούν με τις συντεταγμένες των γωνιών του αρχικού σπιτιού και να σχεδιάσεις το σπίτι που προκύπτει. Να περιγράψεις την αλλαγή.



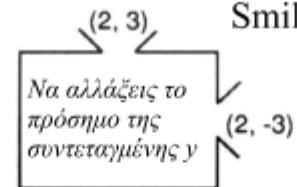
5. Να επαναλάβεις την ερώτηση 4 για τις παρακάτω μηχανές:



6. Τι μηχανές χρειάζονται για να προκύψει η παρακάτω αλλαγή; Θα σε διευκολύνει, αν ξεχωρίσεις τη διαδικασία μετασχηματισμού σε δύο στάδια.



7. Αυτή η μηχανή μπορεί να αντικατασταθεί από πολλαπλασιασμό με πίνακα.



Για να γίνει αυτό, οι συντεταγμένες πρέπει να γραφούν ως διάνυσμα σε στήλη.

$$\begin{pmatrix} * & * \\ * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

α) Να βρεις ποιοι αριθμοί πρέπει να αντικαταστήσουν τους αστερίσκους.

Υπόδειξη:

Δύο από τους αστερίσκους θα αντικατασταθούν με το 0.

β) Να ελέγξεις αν ο πίνακάς σου μεταβάλλει το $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ σε $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

8. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω, για να δείξεις την επίδραση

του $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ στο σπίτι.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

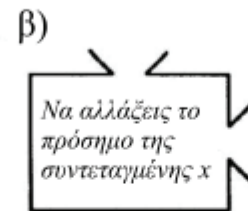
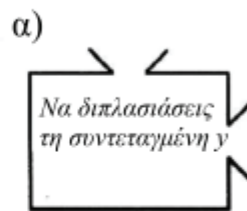
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

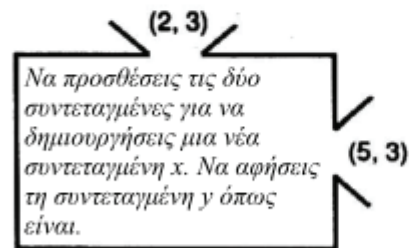
Να περιγράψεις το μετασχηματισμό.



9. Να βρεις έναν πίνακα που να αντιστοιχεί σε καθεμία από τις παρακάτω μηχανές



10. α) Να βρεις ποιες αλλαγές συμβαίνουν στο σπίτι, όταν το επεξεργαστεί η παρακάτω μηχανή.

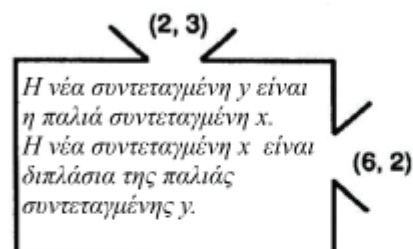


β) Να σχεδιάσεις το καινούργιο σπίτι.

γ) Ο πίνακας που αντιστοιχεί σε αυτή τη μηχανή αποτελείται από τρία 1 και ένα 0.

Να βρεις τον πίνακα και να ελέγξεις αν: $\begin{pmatrix} * & * \\ * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

11. α) Να βρεις ποιες αλλαγές συμβαίνουν στο σπίτι μετά την επεξεργασία από αυτή τη μηχανή και να σχεδιάσεις το καινούργιο σπίτι.

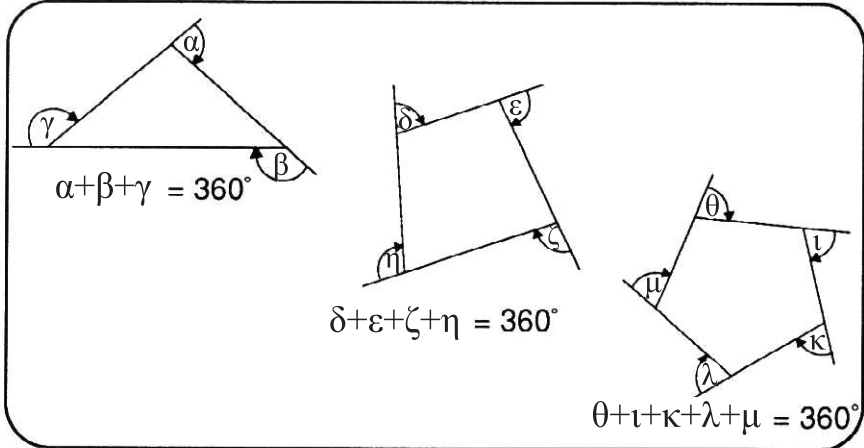


β) Ποιος από τους παρακάτω πίνακες αντιστοιχεί σε αυτή τη μηχανή;

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

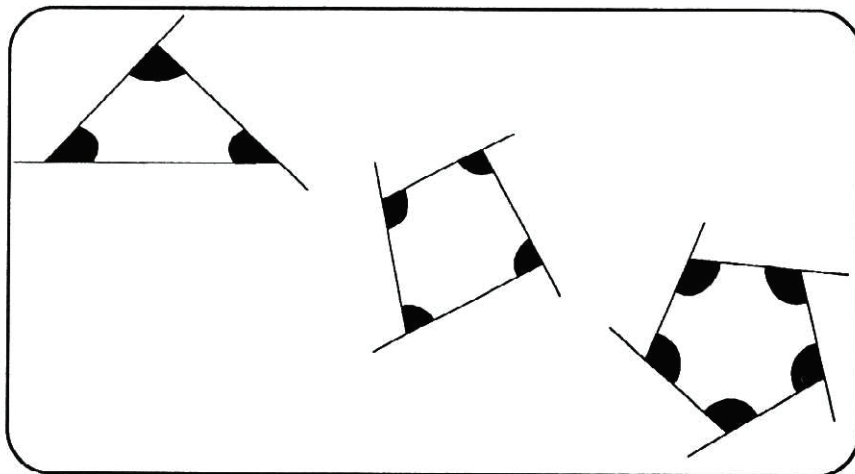
Smile 0800

Πολύγωνα: εσωτερικές γωνίες



Ξέρουμε ότι οι **εξωτερικές** γωνίες ενός οποιουδήποτε πολυγώνου έχουν άθροισμα **360°**...

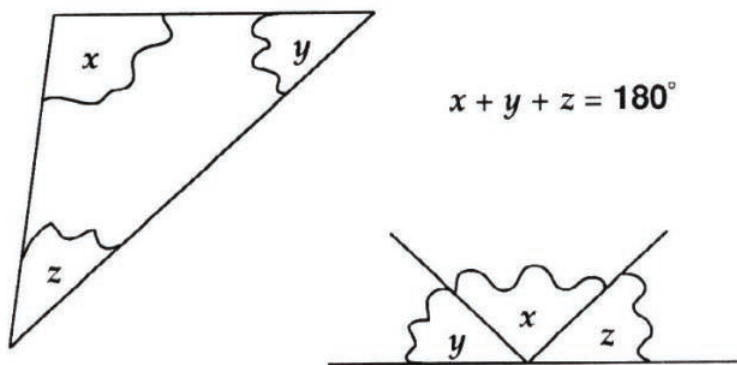
...αλλά ποιο είναι το άθροισμα των **εσωτερικών** γωνιών.;



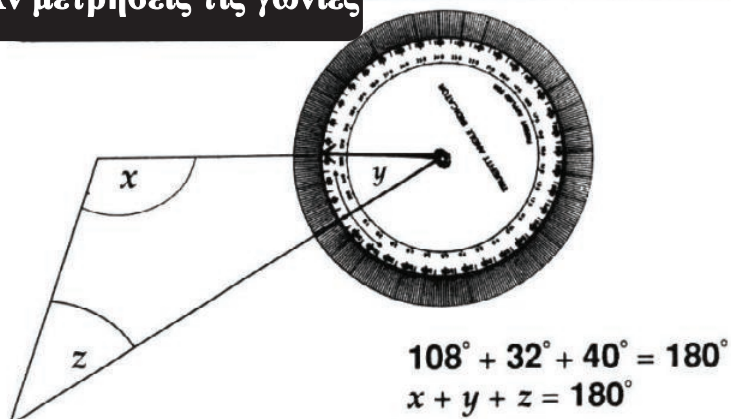
Αρχίζουμε με ένα τρίγωνο

Ασφαλώς, γνωρίζεις ήδη ότι οι εσωτερικές γωνίες ενός τριγώνου έχουν άθροισμα 180° .

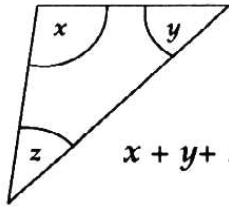
Αν κόψεις και κολλήσεις τις τρεις γωνίες



Αν μετρήσεις τις γωνίες



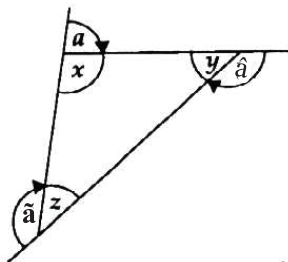
Μαθηματική απόδειξη



Αυτή είναι μια μαθηματική απόδειξη, η οποία μας δείχνει γιατί οι εσωτερικές γωνίες οποιουδήποτε τριγώνου έχουν άθροισμα 180° .

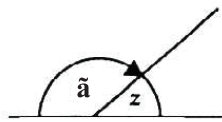
$x + y + z = ;$ Να τη διαβάσεις προσεκτικά.

Να την αντιγράψεις και να τη συμπληρώσεις στο τετράδιό σου.



• Γνωρίζουμε ότι:
Οι εξωτερικές γωνίες ενός πολυγώνου έχουν άθροισμα 360° .

Έτσι, $a + b + c =$



• Γνωρίζουμε ότι:
Οι γωνίες που σχηματίζουν ευθεία γραμμή έχουν άθροισμα 180° .

Έτσι, $x + a =$
 $y + b =$
 $z + c =$

• Προσθέτουμε όλες τις γωνίες $x + a + y + b + z + c =$

• Τις γράφουμε με διαφορετική σειρά $z + y + z + a + b + a =$

• Αφαιρούμε $(a + b + c)$ από $x + y + z + a + b + c$

$$\begin{array}{r} x + y + z + a + b + c = \text{input} \\ - \quad \quad \quad a + b + c = \text{input} \\ \hline z + y + z = \text{input} \end{array}$$

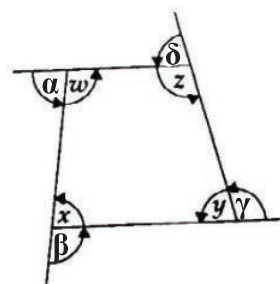
Αυτή η απόδειξη θα σε βοηθήσει να βρεις το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών οποιουδήποτε πολυγώνου.

Smile 0800

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω, για να βρεις το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών ενός **τετραπλεύρου**.

1) εξωτερικές γωνίες $\alpha + \beta + \gamma + \delta$

= ████



α)

$\alpha + \omega$

= ████

$\beta + \chi$

= ████

$\gamma + \psi$

= ████

$\delta + \zeta$

= ████

$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \omega + \chi + \psi + \zeta =$ ████████████

β) $\omega + \chi + \psi + \zeta =$ ████████

γ) Το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών ενός **τετραπλεύρου** είναι = ████████

2. Να βρεις το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών:

α) ενός **πενταγώνου**

β) ενός **οκταγώνου**

3. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Πολύγωνο	Αριθμός πλευρών	Άθροισμα εσωτερικών γωνιών
Τρίγωνο	3	$(3 \times 180^\circ) - 360^\circ = 180^\circ$
	4	$(4 \times 180^\circ) - 360^\circ = 360^\circ$
Πεντάγωνο	5	$(5 \times 180^\circ) - 360^\circ =$ ████████
	6	████████████████
	8	████████████████████
Δεκάγωνο		██████████████████████
-	22	██████████████████████████
-	n	████████████████████████████

Πληθωρισμός

Πληθωρισμός είναι η μέτρηση του ρυθμού αύξησης των τιμών.

Ο πληθωρισμός μετριέται με βάση την τιμή ενός συνηθισμένου "καλαθιού" τροφίμων και άλλων υπηρεσιών.

Παρατήρησε το διπλανό πίνακα για τα έτη 1991-1993. Ο πληθωρισμός το 1992

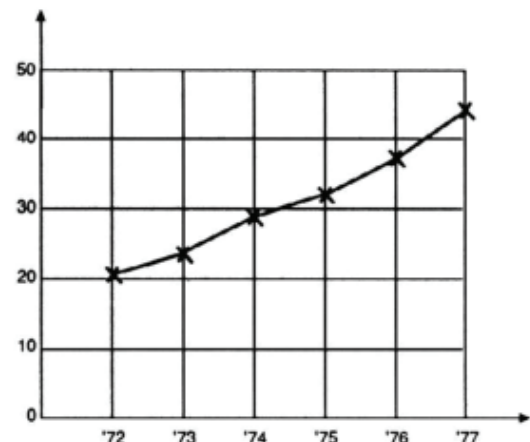
ήταν 3,7%, επομένως το μέσο "καλάθι" που κόστιζε 100 € το 1991, θα κόστιζε 103,70 € το 1992. Το 1993, ο πληθωρισμός μειώθηκε στο 1,6%. Οι πραγματικές τιμές σημείωσαν και άλλη αύξηση, αλλά μικρότερη. Όταν ο πληθωρισμός μειώνεται, οι τιμές συνεχίζουν να αυξάνονται. Ο ρυθμός αύξησης των τιμών είναι μικρότερος.

Έτος	Ποσοστό πληθωρισμού	Πραγματική τιμή
1991		100
1992	4,3%	103,70
1993	3,8%	105,36

Ο διπλανός πίνακας δίνει τις τιμές επτά ειδών τροφίμων για έξι συνεχή χρόνια στη διάρκεια της δεκαετίας του 1970 (οι τιμές δίνονται σε λεπτά).

Τρόφιμα	1972	1973	1974	1975	1976	1977
1 κιλό λουκάνικα	21	24	29	32	37	44
50 γρ. καφές	29	30	32	40	41	72
1κιλό πατάτες	2	2	2	3	7	12
12 αυγά	20	20	47	31	39	48
2 κιλά ζάχαρη	10	9	10	29	23	21
1 λίτρο γάλα	6	6	6	5	9	10
1κιλό καρότα	3	4	5	7	7	14

Αυτή η γραφική παράσταση δείχνει την ετήσια αλλαγή των τιμών για ένα κιλό λουκάνικα. Τα σημεία συνδέονται με ευθείες γραμμές επειδή δεν υπάρχουν πληροφορίες για τη διαφοροποίηση των τιμών στη διάρκεια του έτους.



1. Να σχεδιάσεις γραφικές παραστάσεις, για να δείξεις τις ετήσιες αλλαγές στις τιμές των υπόλοιπων έξι ειδών διατροφής που συμπεριλαμβάνονται στον πίνακα.
2. Να χρησιμοποιήσεις τις γραφικές παραστάσεις σου, για να απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις που αναφέρονται στις τιμές από το 1972 ως το 1977.
 - α) Ποιο είδος δεν σημείωσε αύξηση στην τιμή του από το 1975 ως το 1976;
 - β) Ποια είδη δεν σημείωσαν τις ψηλότερες τιμές τους το 1977; Ποια είδη δεν σημείωσαν τις χαμηλότερες τιμές τους το 1972; Να αιτιολογήσεις τις απαντήσεις σου.
3. α) Η αύξηση της τιμής για ένα κιλό λουκάνικα από το 1972 ως το 1977 είναι 23 λεπτά, για δύο κιλά ζάχαρη είναι μόνο 11 λεπτά. Πώς το εξηγείς;
 - β) Να βρεις την αύξηση των τιμών για τα άλλα είδη.
4. Σε ποιο είδος πιστεύεις ότι η τιμή αυξήθηκε περισσότερο από το 1972 ως το 1977; Σε ποιο είδος πιστεύεις ότι η τιμή αυξήθηκε λιγότερο την ίδια χρονική περίοδο;



Οι τιμές των λουκάνικων και της ζάχαρης αυξήθηκαν, αλλά κατά διαφορετικό ποσό. Ωστόσο, η αύξηση της τιμής στο κάθε είδος είναι περίπου ίδια με την αρχική τιμή του είδους το 1972.

Είδος	τιμή το 1972	τιμή το 1977	αύξηση τιμής	(αύξηση τιμής) : (τιμή το 1972)	ποσοστό αύξησης
1 κιλό λουκάνικα	21	44	23	$\frac{23}{21} = 1,095$	$1,095 \times 100\% = 109,5\%$
50 γρ. καφέ	29	72			
1 κιλό πατάτες	2	12			
12 αυγά	20	48			
2 κιλά ζάχαρη	10	21	11	$\frac{11}{10} = 1,1$	$1,1 \times 100\% = 110\%$
1 λίτρο γάλα	6	10			
1 κιλό καρότα	3	14			

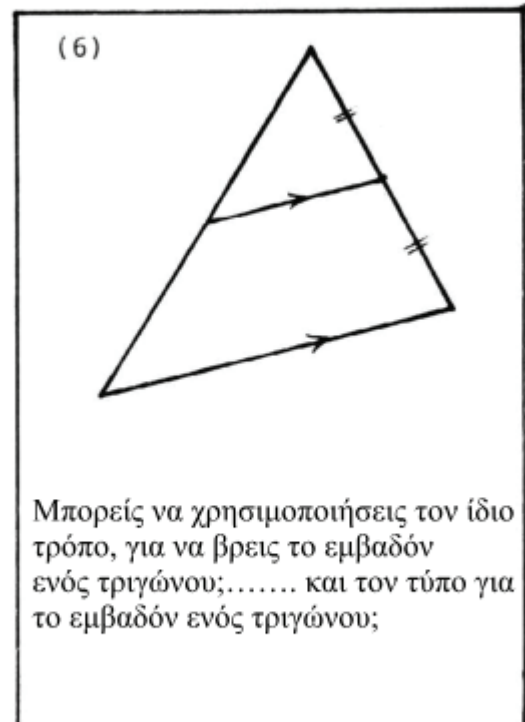
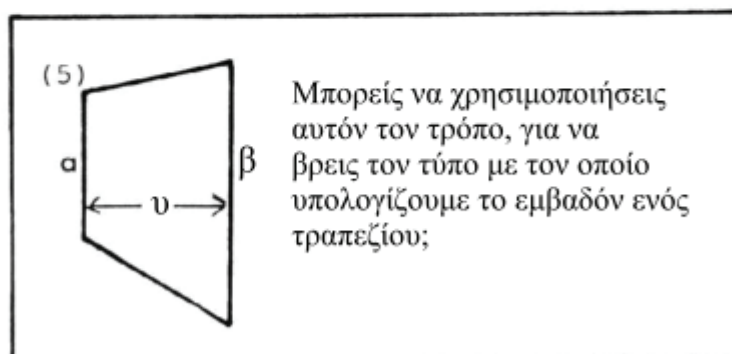
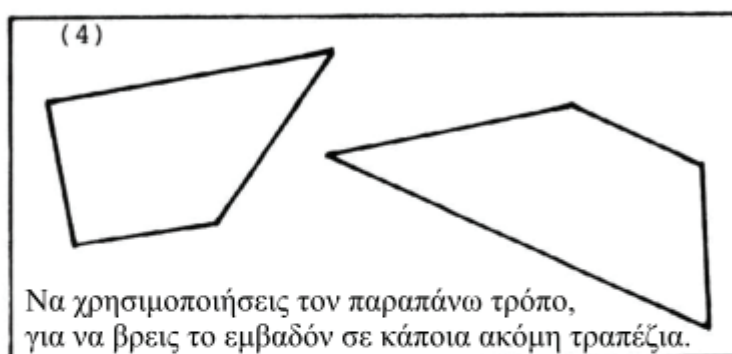
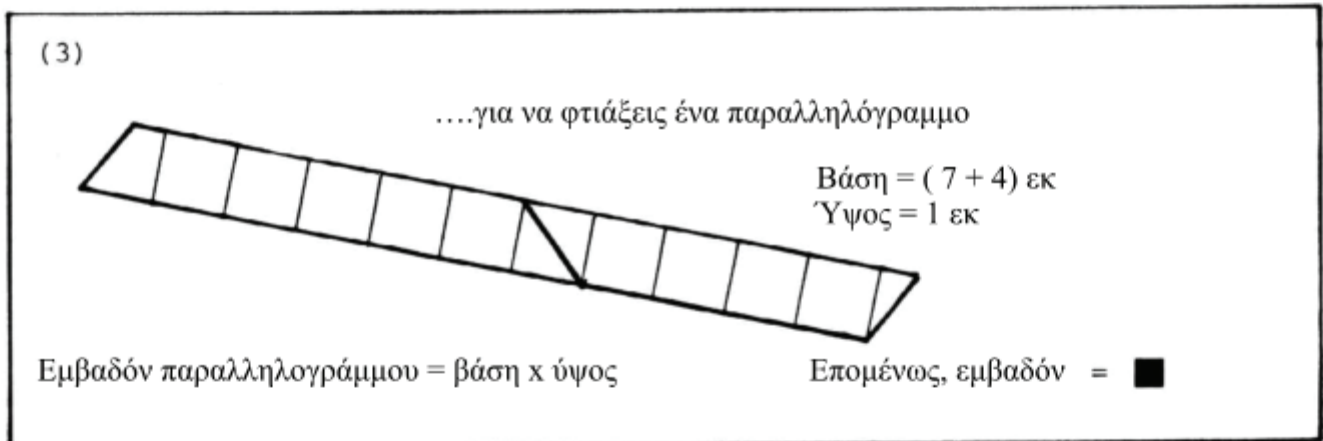
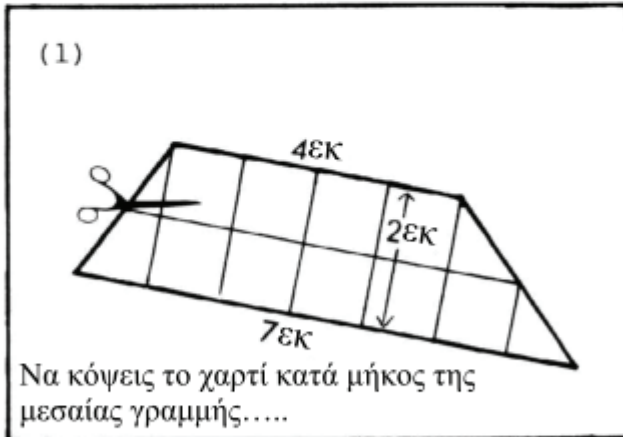
5. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παραπάνω πίνακα, ο οποίος συγκρίνει την αύξηση τιμής με την αρχική τιμή του 1972.
6. Ποιο είδος πιστεύεις *τόρα* ότι έχει σημειώσει τη μεγαλύτερη αύξηση τιμής;
7. Να συγκρίνεις τις απαντήσεις σου στις ερωτήσεις 4 και 6. Να τις σχολιάσεις.
8. Η παρακάτω λίστα με ψώνια μιας οικογένειας είναι η ίδια κάθε χρόνο.

1 κιλό λουκάνικα
200 γρ. καφέ
5 κιλά πατάτες
6 αυγά
3 λίτρα γάλα
1 κιλό καρότα

- α) Πόσο πλήρωνε η οικογένεια για τα είδη αυτά το 1972;
 - β) Πόσο πλήρωνε το 1977;
 - γ) Ποιο είναι το ποσοστό αύξησης που πληρώνει η οικογένεια για τα ψώνια;
 - δ) Μήπως η απάντηση στην ερώτηση γ) δίνει μια ακριβή τιμή για τον πληθωρισμό μεταξύ του 1972 και του 1977;
Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.
9. Να βρεις την τιμή που έχουν κάποια από τα είδη τροφίμων.
Να βρεις το ποσοστό πληθωρισμού σήμερα.
Να υπολογίσεις την τιμή που είναι πιθανό να έχουν τα είδη σε ένα χρόνο.

Από τραπέζιο σε παραλληλόγραμμο

Θα χρειαστείς: τετραγωνισμένο χαρτί και ψαλίδι.



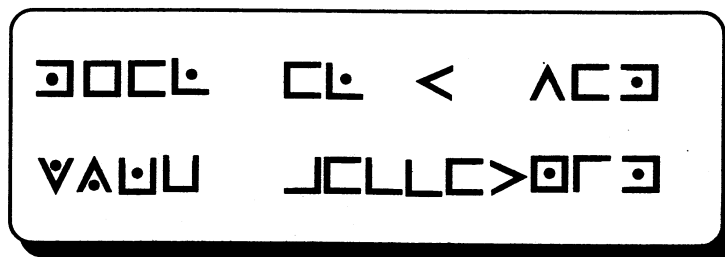
Υποδείξεις

Smile 0808

- Το **V** πρέπει να είναι το **A** ή το **I**. Γιατί;
- Το **E** είναι το πιο κοινό γράμμα στα Αγγλικά.
Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας **0808α**, για να βρεις ποιο σύμβολο εμφανίζεται πιο συχνά.
- Τα πιο συνηθισμένα γράμματα στο μήνυμα είναι το **E**, το **T**, το **A**, το **H**, το **I** και τα **S**, **O** - με αυτή τη σειρά.

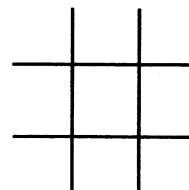
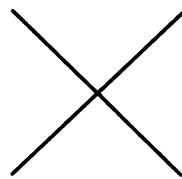
Εργασία

- Να αποκωδικοποιήσεις αυτό το μήνυμα:



Αυτός ο πρωτότυπος κώδικας δημιουργήθηκε 200 χρόνια πριν. Μπορείς να βρεις πώς επιλέχθηκαν τα σύμβολα;

Υπόδειξη

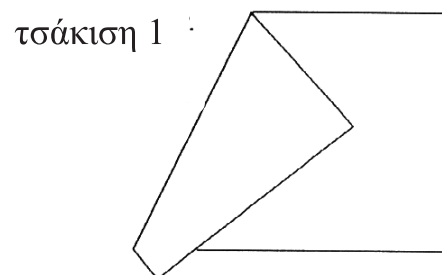


Smile 0809

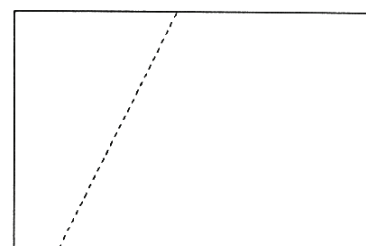
ΔΙΠΛΩΣΕ ΤΟ

Θα χρειαστείς ένα μοιρογνωμόνιο.

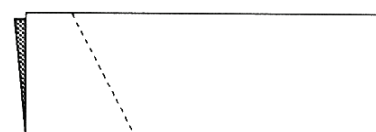
1. Να διπλώσεις ένα φύλλο χαρτί.



2. Να το ξεδιπλώσεις.

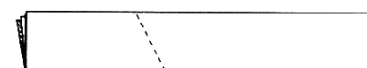


3. Να διπλώσεις το κάτω μέρος στο επάνω μέρος.



τσάκιση 2

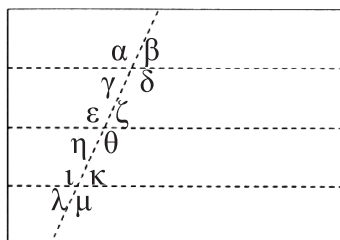
4. Να διπλώσεις ξανά, με τον ίδιο τρόπο, το διπλωμένο φύλλο χαρτιού και μετά να το ξεδιπλώσεις.



τσάκιση 3

Smile 0809

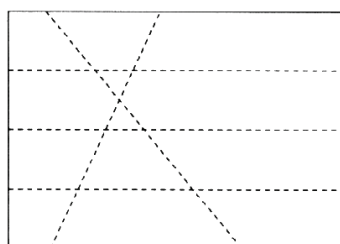
5. Να χρησιμοποιήσεις ένα χάρακα για να χαράξεις γραμμές κατά μήκος των τσακίσεων.
 Να ονομάσεις τις γωνίες.



Να χρησιμοποιήσεις το μοιρογνωμόνιο για να βρεις ζεύγη ίσων γωνιών.
 $\alpha = \theta = \dots$
 $\beta = \dots$

6. Να σχολιάσεις τα ζεύγη των ίσων γωνιών και τις τσακίσεις.

7. Να διπλώσεις το χαρτί ξανά και να το ξεδιπλώσεις για να δημιουργήσεις το παρακάτω.



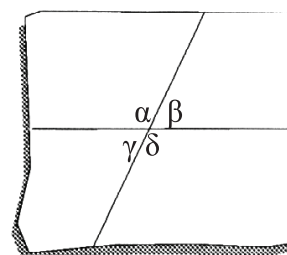
8. Να ονομάσεις μερικές από τις γωνίες που σχηματίστηκαν και να σημειώσεις ποιες από αυτές νομίζεις ότι είναι ίσες.
 Να τις ελέγξεις με ένα μοιρογνωμόνιο.

9. Γωνίες σε ευθεία γραμμή δίνουν άθροισμα 180° .

Να γράψεις όλα τα ζεύγη γωνιών που έχουν άθροισμα 180° .

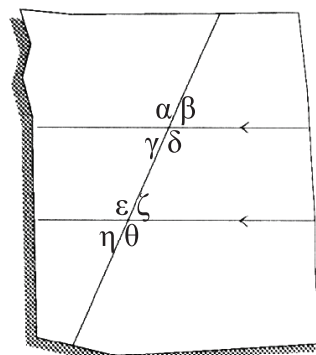
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

\vdots
 \vdots



Χρησιμοποιώντας αυτήν την πληροφορία, να εξηγήσεις γιατί:
 $\alpha = \delta$ και $\beta = \gamma$

Οι οριζόντιες τσακίσεις είναι παράλληλες.



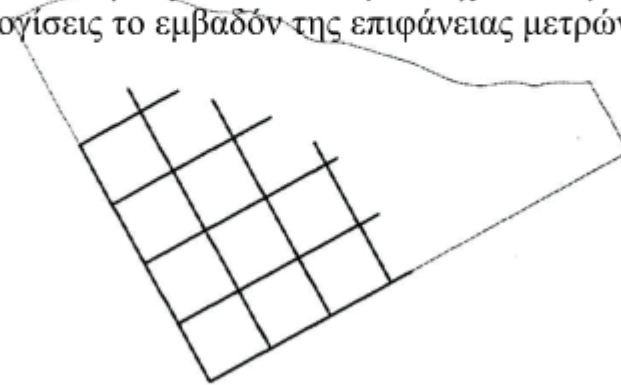
Να γράψεις τη σημασία της λέξης «παράλληλος» και να την ελέγξεις σε ένα λεξικό μαθηματικών όρων.

Χρησιμοποιώντας την πληροφορία ότι οι οριζόντιες τσακίσεις είναι παράλληλες μεταξύ τους, να εξηγήσεις γιατί

$$\alpha = \epsilon \text{ και } \beta = \zeta$$

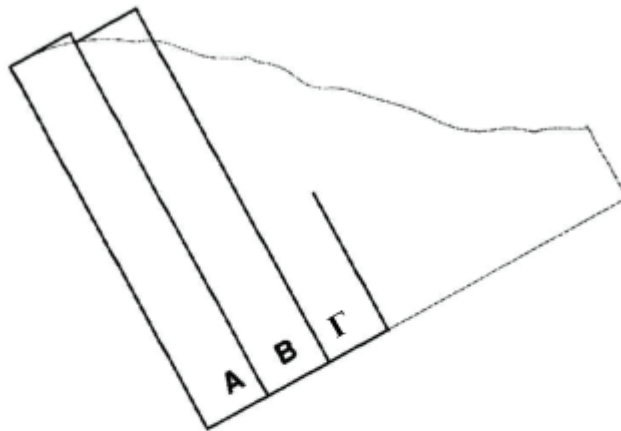
Χρησιμοποιώντας τετράγωνα Smile 0812

1. Να αποτυπώσεις το χάρτη σε διαφανές χαρτί.
Να τοποθετήσεις το αποτύπωμα σε χιλιοστομετρικό χαρτί και να υπολογίσεις το εμβαδόν της επιφάνειας μετρώντας τετράγωνα.



Χρησιμοποιώντας ορθογώνια

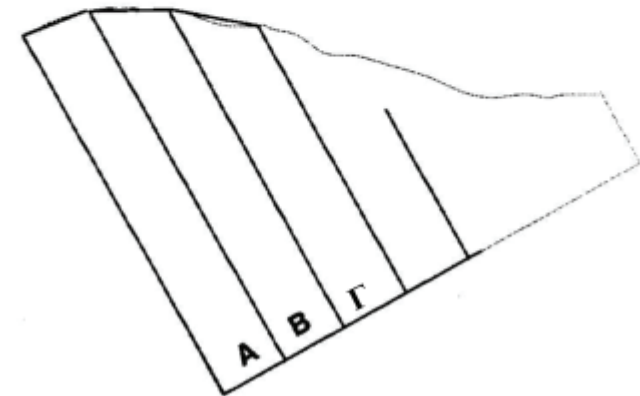
2. Να αποτυπώσεις το χάρτη σε διαφανές χαρτί. Στη συνέχεια, να σχεδιάσεις ορθογώνια με πλάτος 1εκ. στο χαρτί αντιγραφής.



- α) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του κάθε ορθογωνίου χωριστά και, στη συνέχεια, να τα προσθέσεις όλα μαζί.
- β) Γιατί ο υπολογισμός του εμβαδού της συγκεκριμένης επιφάνειας με αυτή τη μέθοδο δεν είναι ακριβής;

Χρησιμοποιώντας τραπέζια Smile 0812

- Αυτή η μέθοδος είναι πιο ακριβής.
Χρησιμοποιεί τραπέζια με πλάτος 1εκ.



Εμβαδόν του
τραπέζιου **A** = $\frac{1}{2} \times 100 (600 + 580)$
= 50×1180
= 59000m^2

Εμβαδόν του
τραπέζιου **B** = $\frac{1}{2} \times 100 (580 + 530)$
= ...

3. Ποιο είναι το εμβαδόν της συνολικής επιφάνειας της Άνω Εξοχής;

(Γύρισε σελίδα για να δεις ένα
συντομότερο τρόπο)



Η μέθοδος με τα τραπέζια είναι η ακριβέστερη, αλλά χρειάζεται πολύ χρόνο κάποιος για να υπολογίσει το εμβαδόν του κάθε τραπέζιου χωριστά. Αν η κάθε λωρίδα έχει το ίδιο πλάτος, ο υπολογισμός μπορεί να γίνει γρηγορότερα με την παρακάτω μέθοδο:

$$\frac{1}{2} \times 100 (600 + 580) + \frac{1}{2} \times 100 (580 + 530) + \frac{1}{2} \times 100 (530 + \dots)$$

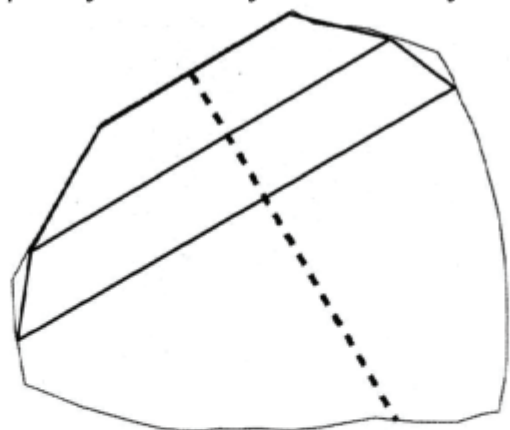
Πρώτα να βρεις το άθροισμα μέσα στις παρενθέσεις

$$\frac{1}{2} \times 100 (1180) + \frac{1}{2} \times 100 (1110) + \dots$$

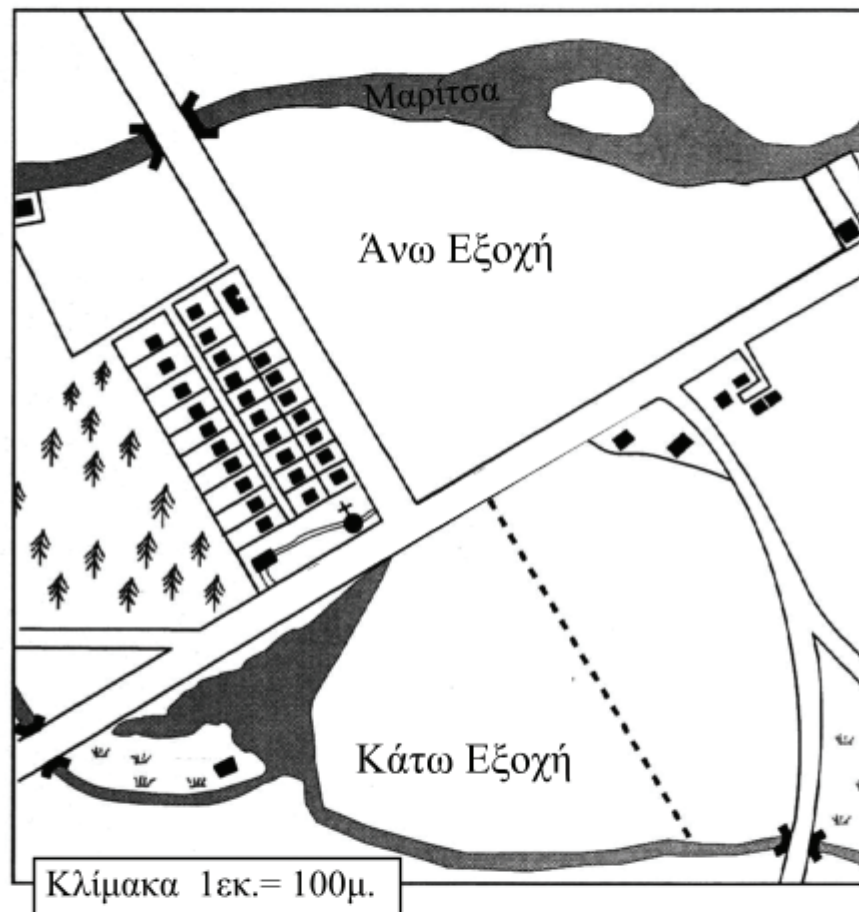
Στη συνέχεια,

$$\frac{1}{2} \times 100 (1180 + 1110 + \dots)$$

4. Να βρεις το εμβαδόν της επιφάνειας της Κάτω Εξοχής, σχεδιάζοντας τραπέζια πλάτους 1εκ. και στις δύο πλευρές του μονοπατιού.



Μη κανονικές επιφάνειες



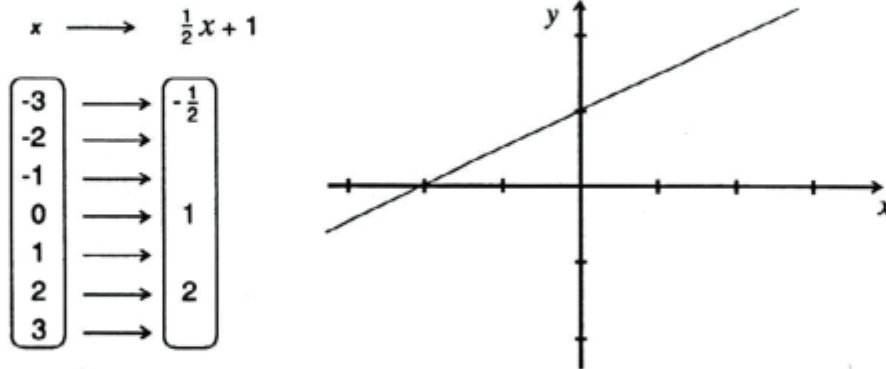
Η περιοχή Άνω Εξοχή περικλείεται από δύο δρόμους που σχηματίζουν ορθή γωνία και από ένα ποτάμι.

- Πώς θα μπορούσες να βρεις το εμβαδόν της συγκεκριμένης περιοχής;

Γραφικές παραστάσεις ευθειών

Smile 0817

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις αριθμομηχανή γραφικών παραστάσεων.



1. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις το διάγραμμα απεικόνισης και τη γραφική παράσταση για $x \longrightarrow \frac{1}{2}x + 1$

2. Να κάνεις το ίδιο για $x \longrightarrow \frac{1}{2}x + 3$ και $x \longrightarrow \frac{1}{2}x + 5$.

Να χρησιμοποιήσεις τους ίδιους άξονες.

3. Τι παρατηρείς για το σημείο όπου η κάθε ευθεία τέμνει τον άξονα y;

4. Τι άλλο παρατηρείς για τις τρεις ευθείες;

5. Να σχεδιάσεις τις γραφικές παραστάσεις γι' αυτές τις τρεις απεικονίσεις σε διαφορετικό σύστημα αξόνων:

$$x \longrightarrow 2x + 1$$

$$x \longrightarrow 2x - 3$$

$$x \longrightarrow 2x + 3$$

Να σημειώσεις τις παρατηρήσεις σου.

Σε τι διαφέρουν και σε τι μοιάζουν αυτές οι ευθείες από τις προηγούμενες;

6. $x \longrightarrow x + 1$

$$x \longrightarrow 2x + 1$$

$$x \longrightarrow 3x + 1$$

Πώς θα είναι οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω απεικονίσεων;
Θα είναι παράλληλες; Πού τέμνουν τον κάθετο άξονα;

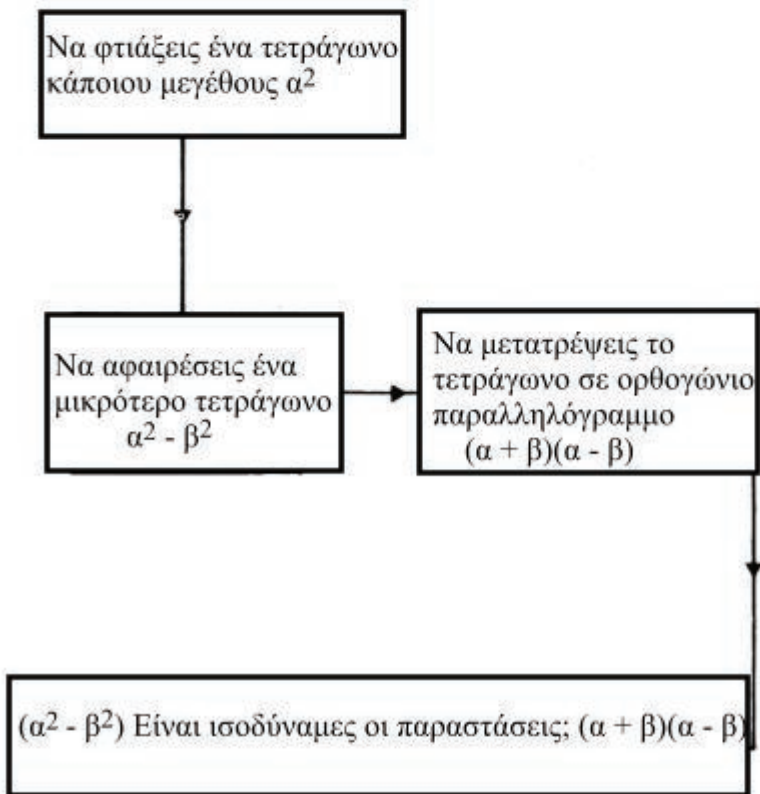
Να σχεδιάσεις τις γραφικές παραστάσεις, για να ελέγξεις τις απαντήσεις σου.
Πώς θα είναι η γραφική παράσταση της:

$$x \longrightarrow \frac{5}{2}x + 1$$

7. Πώς θα είναι η γραφική παράσταση της παρακάτω απεικόνισης;

$$x \longrightarrow 5x + 3$$

Ακολουθεί η περίληψη των όσων έκανες στις σελίδες 2, 4, 6:



Να επιλέξεις ένα τυχαίο ζεύγος αριθμών για τα a και β (να επιλέξεις $\beta < a$), για να ελέγξεις αν ισχύει:
 $a^2 - \beta^2 = (a + \beta)(a - \beta)$

Αν διαπιστώσεις ότι η ταυτότητα ισχύει, να τη διατυπώσεις με δικά σου λόγια.

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις έναν πίνακα με καρφάκια.

$$\frac{1}{4+2j} = \frac{1}{4+2j} \times \frac{4-2j}{4-2j}$$

$$= \frac{(4-2j)}{(4+2j)(4-2j)}$$
 Χρησιμοποιώντας τη σχέση $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, η παράσταση γίνεται

$$\frac{4-2j}{16-4j^2}$$

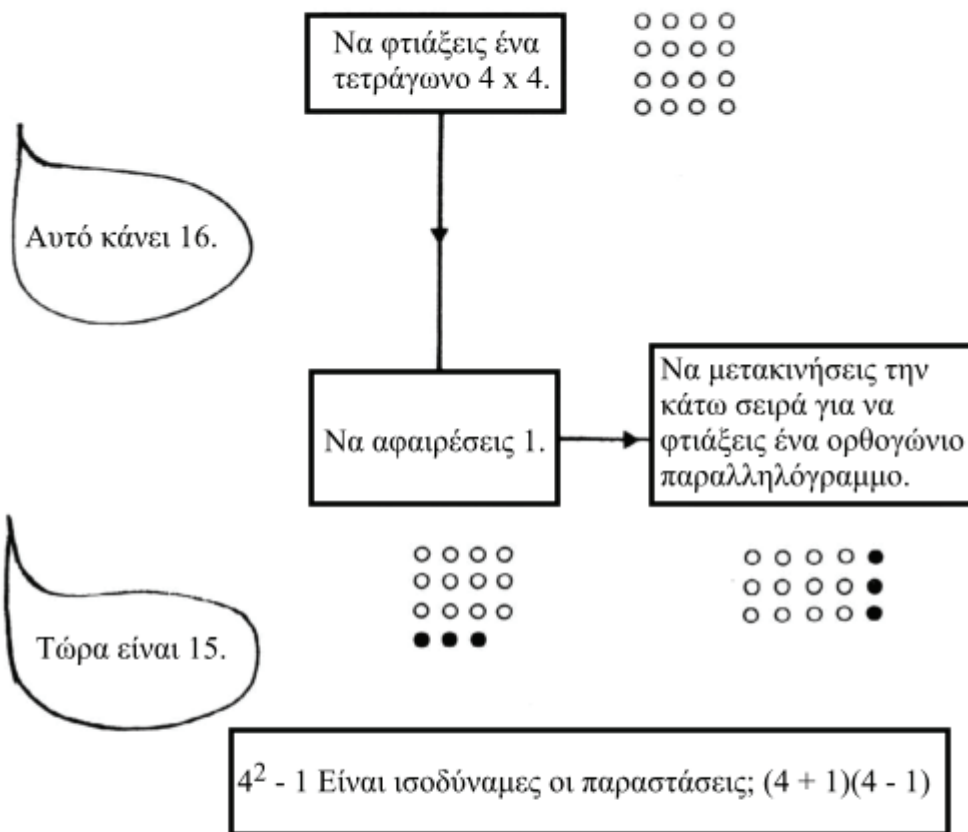
$$= \frac{4-2j}{20}$$

$$= \frac{2-j}{10}$$
 ή $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}j$
 Αν $z = a+bj$, τότε ο αριθμός $a-bj$ είναι σίγουρα σημαντικός, καλείται συζυγής του z και συμβολίζεται ως \bar{z} . Ακολουθεί ένα ακόμη παράδειγμα:

$$\frac{1-j}{3+2j} = \frac{(1-j)(3-2j)}{(3+2j)(3-2j)} = \frac{3-5j+2j^2}{9-4j^2}$$

$$= \frac{1-5j}{13} = \frac{1}{13} - \frac{5}{13}j$$

Διαφορές τετραγώνων



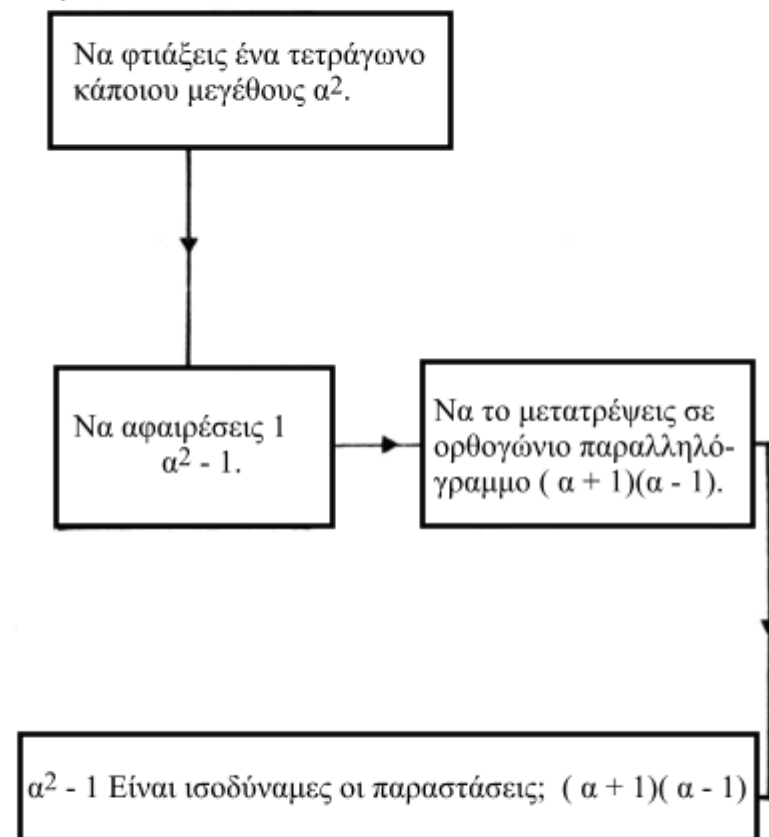
Και οι δύο έχουν αποτέλεσμα 15.

Να επιχειρήσεις το ίδιο με τετράγωνα διαφορετικού μεγέθους αφαιρώντας 1 κάθε φορά.

Να καταγράψεις τα αποτελέσματα που προκύπτουν:

$$\begin{aligned} 4^2 - 1 &= (4+1)(4-1) \\ 5^2 - 1 &= (5+1)(5-1) \\ 6^2 - 1 &= (6+1)(6-1) \end{aligned}$$

Τα παρακάτω αποτελούν περίληψη των όσων έκανες στη σελίδα 2.

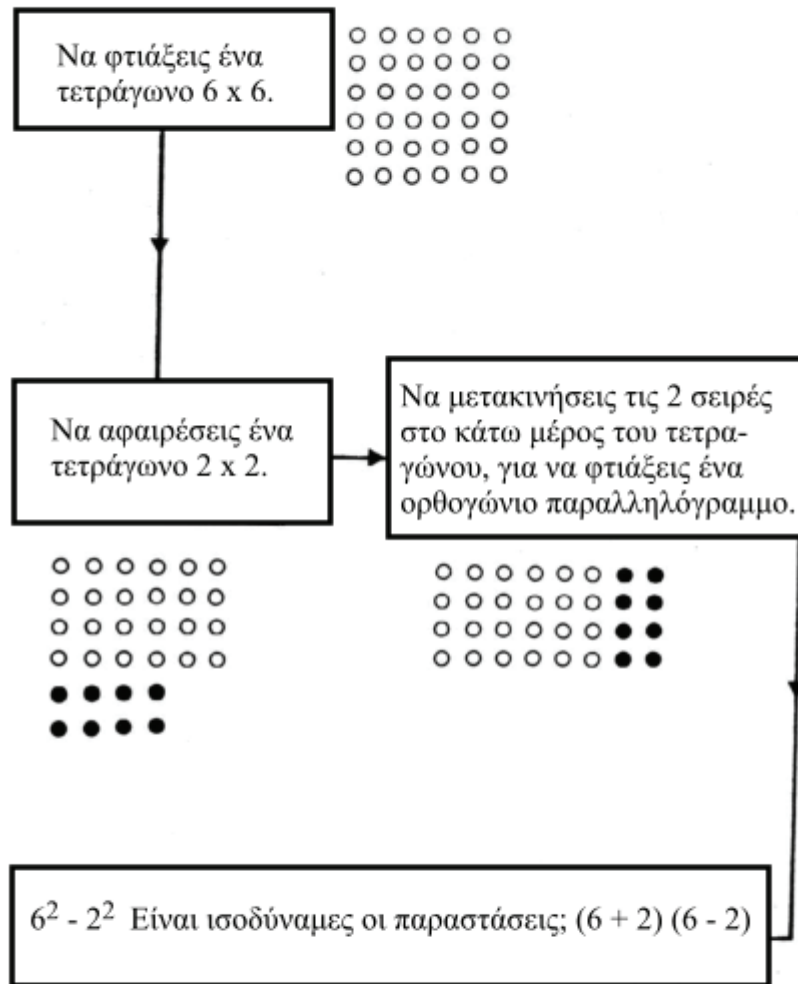


Να αντικαταστήσεις $a = 10$ στην ισότητα $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$, για να ελέγξεις αν η συγκεκριμένη ταυτότητα ισχύει.

Να χρησιμοποιήσεις τη συγκεκριμένη ταυτότητα,

για να υπολογίσεις 21×19

$$\begin{aligned} &= (20 + 1)(20 - 1) \\ &= \dots \end{aligned}$$



Na επιχειρήσεις το ίδιο με τετράγωνα διαφορετικού μεγέθους, αφαιρώντας 2^2 κάθε φορά.

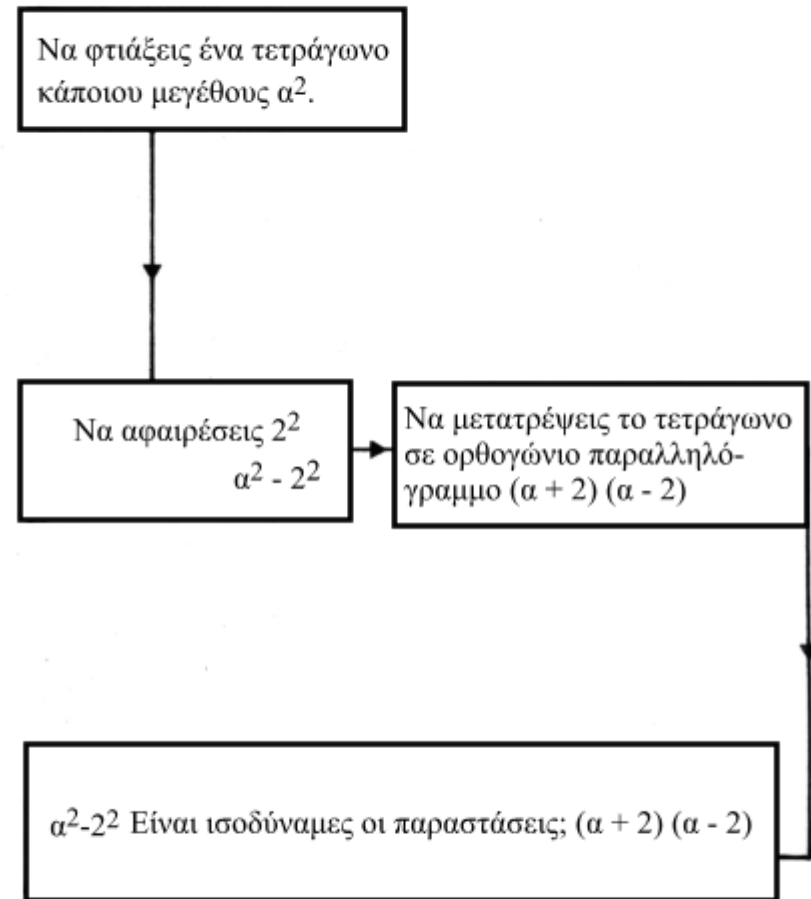
Na καταγράψεις τα αποτελέσματα

$$6^2 - 2^2 = (6+2)(6-2)$$

$$3^2 - 2^2 =$$

$$\vdots$$

Ακολουθεί η περίληψη των όσων έκανες στη σελίδα 4:



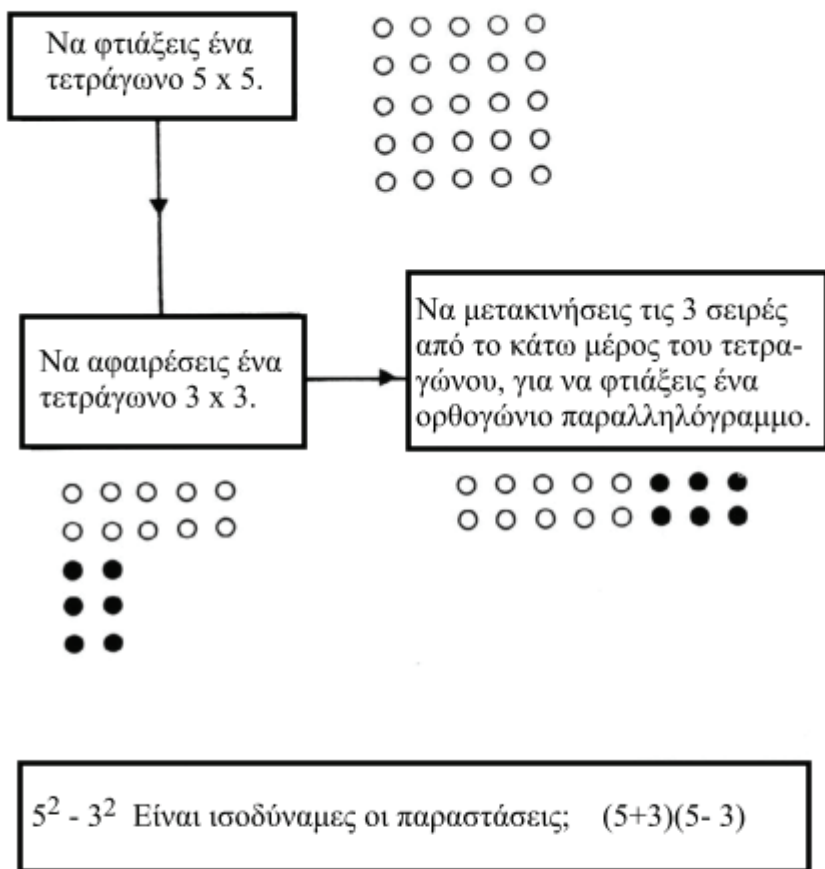
Na αντικαταστήσεις $a = 2 \frac{1}{2}$ στην παράσταση $a^2 - 2^2 = (a + 2)(a - 2)$, για να ελέγξεις αν η συγκεκριμένη ταυτότητα ισχύει.

Na χρησιμοποιήσεις τη συγκεκριμένη ταυτότητα, για να υπολογίσεις

$$32 \times 28$$

$$= (30+2)(\dots)$$

$$= \dots$$



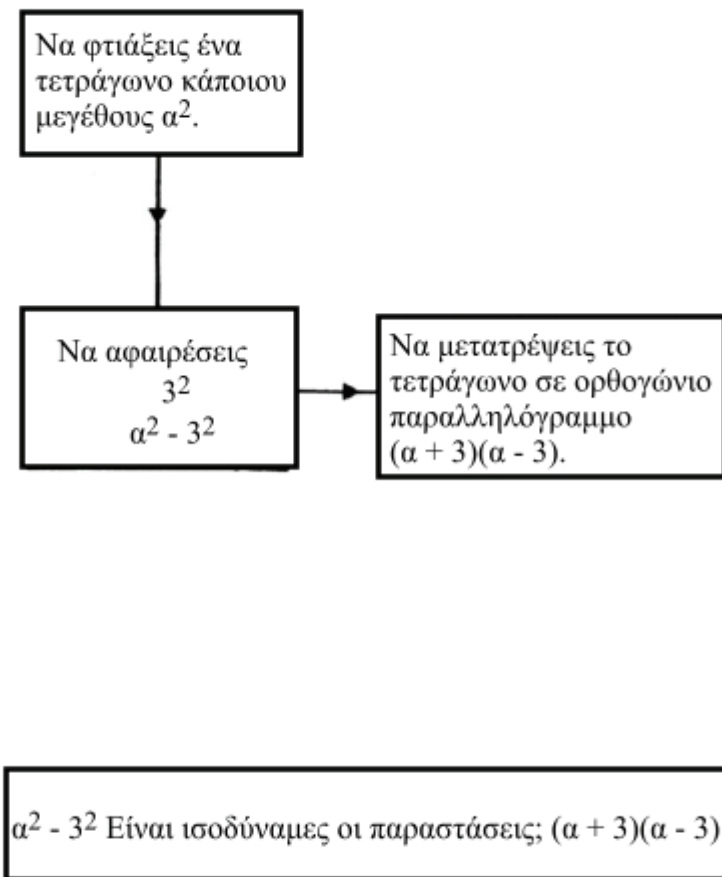
Na επιχειρήσεις το ίδιο με τετράγωνα διαφορετικού μεγέθους, αφαιρώντας κάθε φορά 3^2 .

Na καταγράψεις τα αποτελέσματα

που προκύπτουν $5^2 - 3^2$ $(5+3)(5-3)$

⋮
⋮
⋮

Ακολουθεί περίληψη των όσων έκανες στη σελίδα 6:



Ποια ταυτότητα μπορείς να σημειώσεις;

Na ελέγξεις αν η συγκεκριμένη ταυτότητα ισχύει

..... για ακέραιους

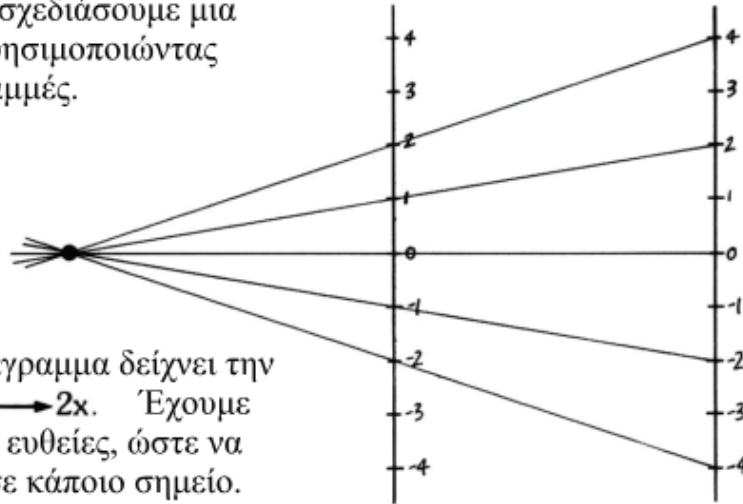
..... για κλάσματα

Ισχύει όταν $a = 3$;

Τομή σε ένα σημείο

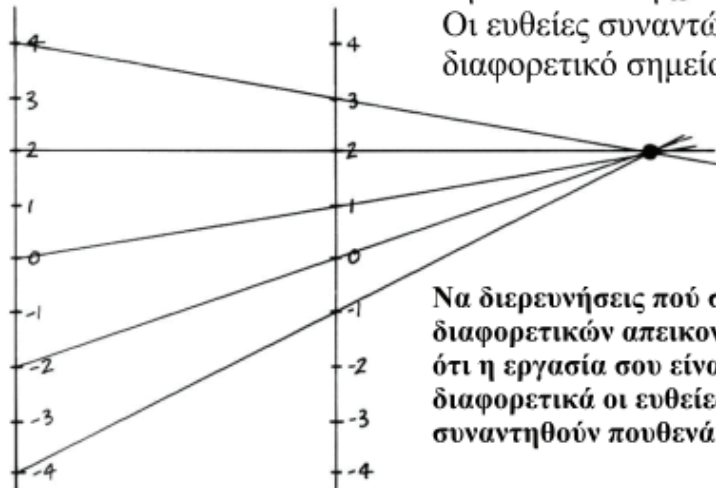
Θα χρειαστείς χλιοστομετρικό χαρτί.

Μπορούμε να σχεδιάσουμε μια απεικόνιση, χρησιμοποιώντας δύο αριθμογραμμές.

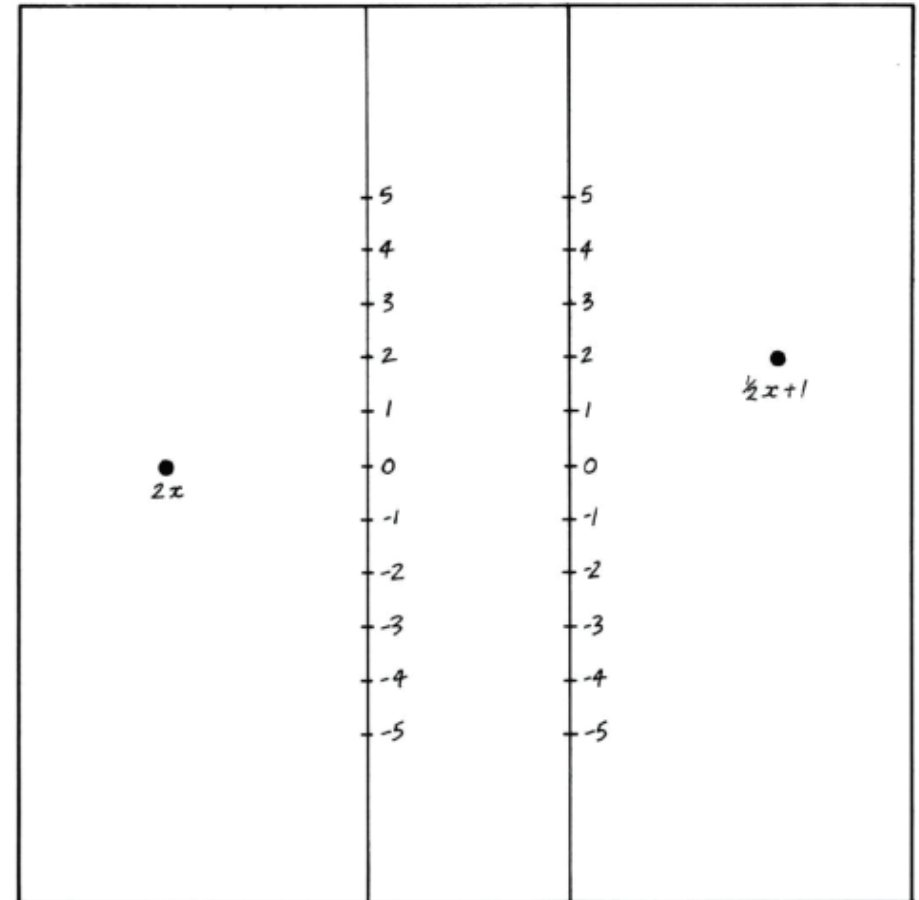


Το διπλανό διάγραμμα δείχνει την απεικόνιση $x \rightarrow 2x$. Έχουμε προεκτείνει τις ευθείες, ώστε να συναντηθούν σε κάποιο σημείο.

Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει την απεικόνιση $x \rightarrow \frac{1}{2}x + 1$. Οι ευθείες συναντώνται σε διαφορετικό σημείο.



Να διερευνήσεις πού συναντώνται οι ευθείες διαφορετικών απεικονίσεων. (Βεβαιώσου ότι η εργασία σου είναι ακριβής, διαφορετικά οι ευθείες μπορεί να μη συναντηθούν πουθενά!)



Να χρησιμοποιήσεις ένα παρόμοιο διάγραμμα. Να σημειώσεις οποιεσδήποτε κανονικότητες ή κανόνες.

Ίσως χρειαστείς το φύλλο 0823Α.

Συμπληρώνοντας διαγράμματα ροής

Ένας υπολογιστής μπορεί να κάνει πολλές διαφορετικές εργασίες. . .



Δεδομένα. . . αποθήκευση πληροφοριών. . . υπολογισμούς. . . αποθήκευση οδηγιών
. . . έλεγχο.

Για να προγραμματίσεις έναν υπολογιστή να λύσει ένα πρόβλημα, θα πρέπει να μελετήσεις το πρόβλημα και στη συνέχεια να δώσεις στον υπολογιστή πολύ απλές, βήμα προς βήμα, οδηγίες. Οι οδηγίες θα πρέπει . . . να είναι πλήρεις,

- . . . να είναι στη σωστή σειρά,
- . . . καθεμία να περιλαμβάνει μόνο μία εντολή.

Μπορείς να
βάλεις τις οδηγίες
στη σωστή σειρά;

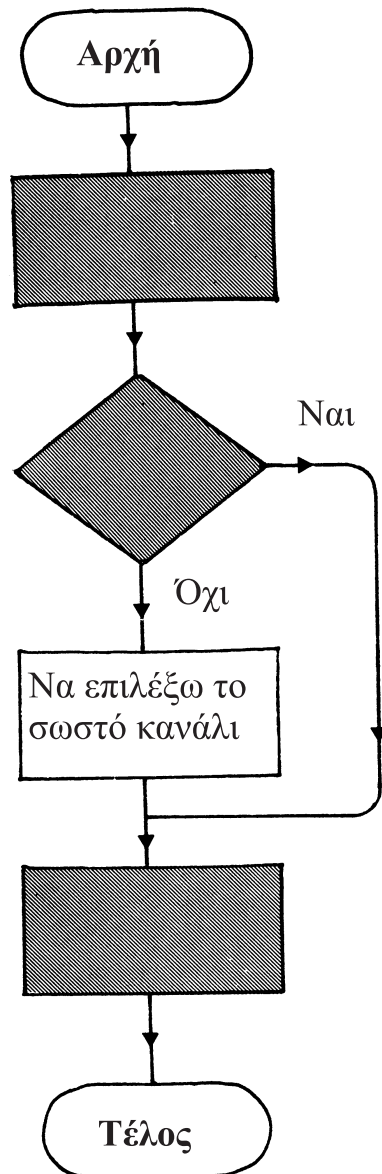
Παρακάτω, παρουσιάζονται τέσσερις απλές εργασίες που κάνεις συχνά. Η καθεμία τους περιλαμβάνει εντολές και αποφάσεις τις οποίες εκτελείς χωρίς να τις σκέφτεσαι.

Μπορείς να
αναγνωρίσεις το κάθε
βήμα σε αυτές τις
εργασίες;

Για να προγραμματίσεις έναν υπολογιστή, θα πρέπει να αναγνωρίσεις την κάθε εντολή και απόφαση.

Σε καθένα από τα τέσσερα διαγράμματα ροής να τοποθετήσεις τις προτάσεις που λείπουν μέσα στο σωστό πλαίσιο.

Ίσως θα είναι χρήσιμο να κόψεις τις προτάσεις από το φύλλο εργασίας 0823Α.



(1) Παρακολούθω τηλεόραση

- ▷ είναι η συσκευή στο σωστό κανάλι;

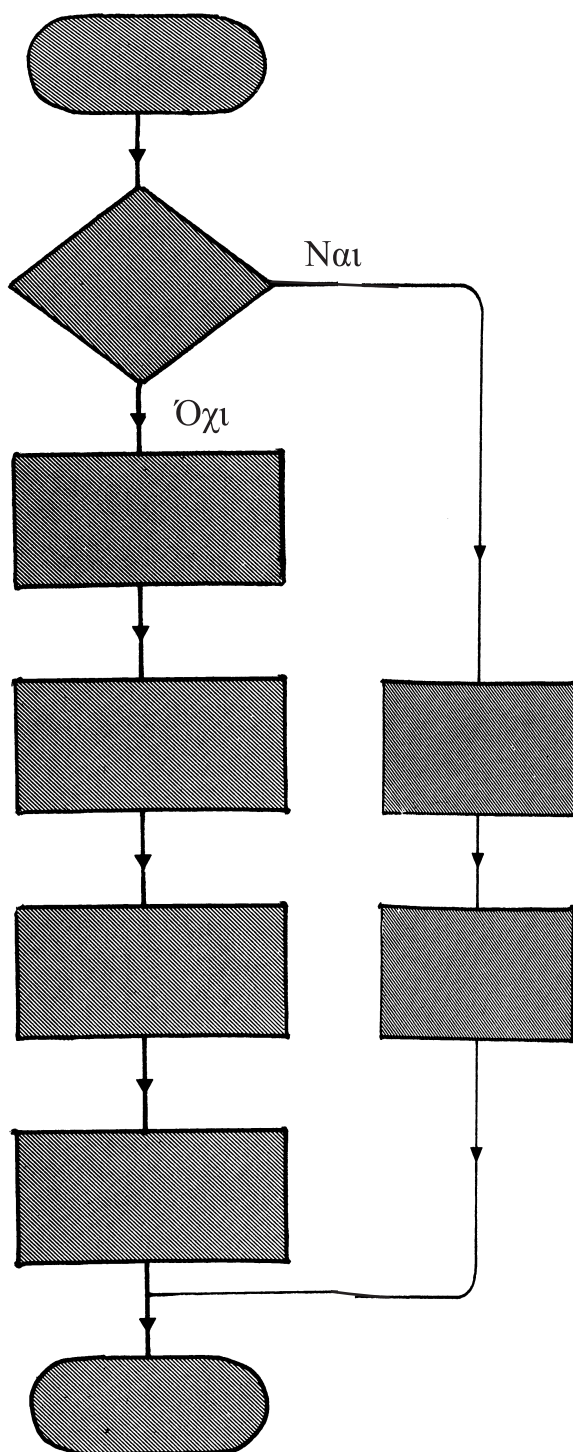
- ▷ ανοίγω την τηλεόραση

- ▷ κάθομαι

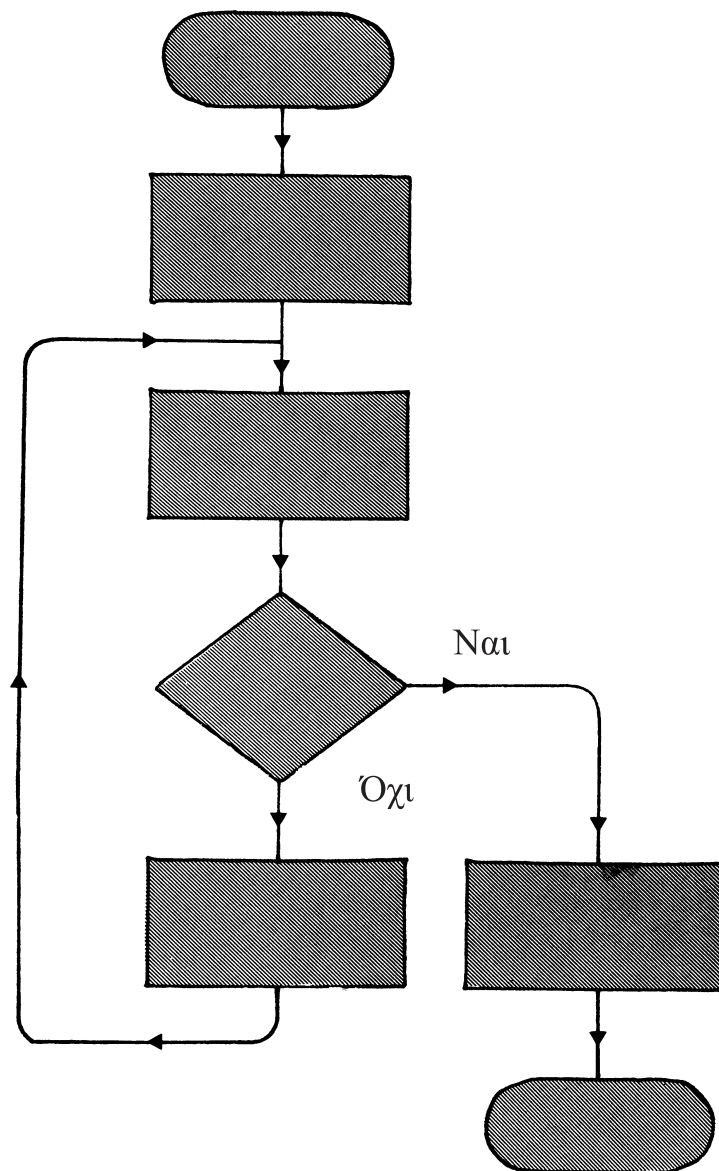
(2) Διασχίζω ένα ποτάμι

- ▷ Βάζω παπούτσια και κάλτσες
- ▷ Στεγνώνω τα πόδια μου
- ▷ Φαίνεται κάποια γέφυρα;

- ▷ Περπατώ προς τη γέφυρα
- ▷ Διασχίζω το ποτάμι
- ▷ Σταματώ
- ▷ Ξεκινώ
- ▷ Βγάζω τα παπούτσια και τις κάλτσες
- ▷ Διασχίζω τη γέφυρα



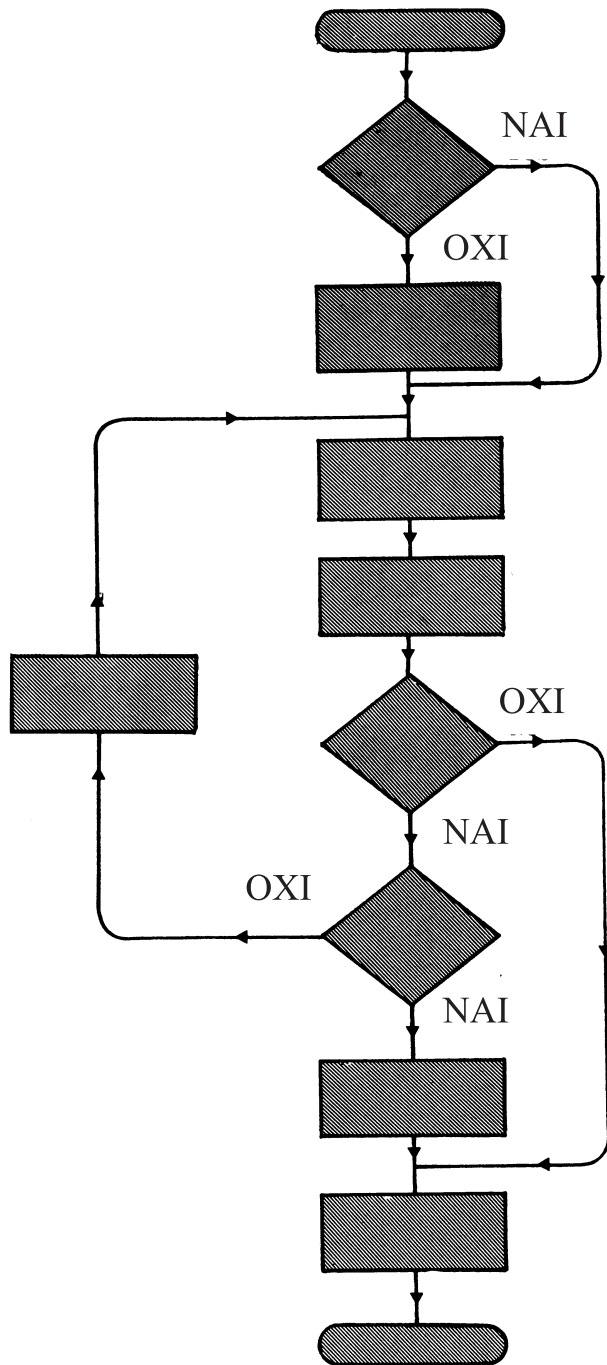
Smile 0823



(3) Διασχίζω το δρόμο

- ▷ Σταματώ
- ▷ Υπάρχουν αυτοκίνητα στο δρόμο;
- ▷ Περιμένω λίγο
- ▷ Διασχίζω το δρόμο
- ▷ Κοιτάζω και από τις δύο πλευρές
- ▷ Ξεκινώ
- ▷ Σταματώ στο πεζοδρόμιο

(4) Τηλεφωνώ σε ένα φίλο



Τοποθετώ το ακουστικό στη θέση του
Απαντήθηκε η κλήση;

Αρχή

Βρίσκω τον αριθμό

Συζητώ

Γνωρίζεις τον αριθμό;

Τέλος

Σηκώνω το ακουστικό

Πληκτρολογώ τον αριθμό

Είναι σωστός ο αριθμός;

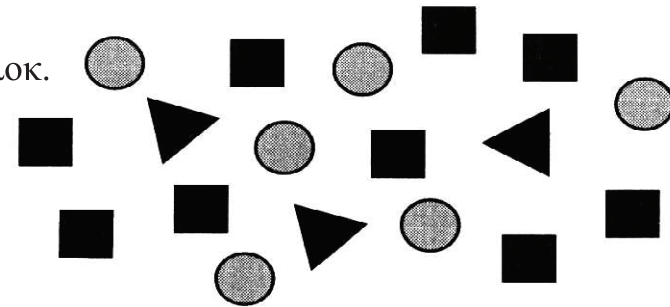
(5) Να κατασκευάσεις ένα διάγραμμα ροής, για να περιγράψεις με ακρίβεια τις παρακάτω δραστηριότητες:

- ... την επιλογή και την ακρόαση ενός CD
- ... την αναζήτηση μιας λέξης στο λεξικό.

Ομαδοποιήσεις από την αρχή

Θα χρειαστείς μικρά τρίγωνα, τετράγωνα και κύκλους από τα λογικά μπλοκ.

- ♦ Να ξεχωρίσεις **3** τρίγωνα
9 τετράγωνα και
6 κύκλους



Αυτό μπορεί να γραφεί με συντομία ως: $3Tρ + 9Tε + 6Kυ$

- ♦ Μοίρασε τα σχήματα σε τρεις μικρότερες όμοιες ομάδες.



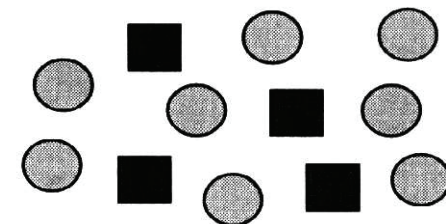
$$(Tρ + 3Tε + 2Kυ) + (Tρ + 3Tε + 2Kυ) + (Tρ + 3Tε + 2Kυ) = 3(Tρ + 3Tε + 2Kυ)$$

- ♦ Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις την ταυτότητα: $3Tρ + 9Tε + 6Kυ = 3(Tρ + 3Tε + 2Kυ)$
- ♦ Πόσα τρίγωνα, τετράγωνα και κύκλοι χρειάζονται για $4(Tρ + 3Tε + 2Kυ)$;

- ♦ Να ξεχωρίσεις **4** τετράγωνα και
8 κύκλους

- ♦ Να μοιράσεις τα σχήματα σε **4** μικρότερες όμοιες ομάδες.

- ♦ Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:



$$4Tε + 8Kυ = (■ + ■) + (■ + ■) + (■ + ■) + (■ + ■)$$

$$4Tε + 8Kυ = 4(■ + ■)$$

2. Να μοιράσεις **12** τετράγωνα και **18** κύκλους σε:

- ♦ 3 μικρότερες όμοιες ομάδες.
Να συμπληρώσεις την ταυτότητα $12Tε + 18Kυ = 3 (■ + ■)$
- ♦ 6 μικρότερες όμοιες ομάδες.
Να συμπληρώσεις την ταυτότητα $12Tε + 18Kυ = 6 (■ + ■)$
- ♦ 2 μικρότερες όμοιες ομάδες.
Να συμπληρώσεις την ταυτότητα $12Tε + 18Kυ = 2 (■ + ■)$

Υπάρχουν **τρεις** διαφορετικές ταυτότητες για την $12Tε + 18Kυ$.

3. Να βρεις όσες περισσότερες ταυτότητες μπορείς για την $8Tρ + 12Kυ$
Να τις γράψεις στο τετράδιό σου.

Πόσες διαφορετικές ταυτότητες βρήκες;

4. Να μοιράσεις $32Kυ + 8Tρ + 24Tε$ σε όμοιες ομάδες και να γράψεις τις ταυτότητες που τις περιγράφουν.
Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός όμοιων ομάδων που μπορείς να σχηματίσεις για την $32Kυ + 8Tρ + 24Tε$;
Να συμπληρώσεις την ταυτότητα

$$32K + 8T + 24Tε = ■ (■ + ■ + ■)$$

Ο αριθμός αυτός πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος

5. Παρακάτω, υπάρχουν μερικές άλλες ομάδες.

Για καθεμία από αυτές, να βρεις το μεγαλύτερο αριθμό όμοιων ομάδων που μπορούν να μοιραστούν και να γράψεις τις ταυτότητες.

α. $4Kυ + 12Tρ$

β. $6Tε + 12Tρ + 8Kυ$

γ. $7Z + 14Λ$

δ. $10x + 15ψ$

ε. $16α + 4β + 8γ + 8δ$

6. Να γράψεις πώς αποφάσισες για τον αριθμό των ομάδων που μπορείς να σχηματίσεις.

Θα χρειαστείς κυβάρια.

Σύντομη διαίρεση

Smile 0832

$$69 : 3$$

$$\begin{array}{r} 69 \quad 3 \\ \underline{\quad} \\ \quad \end{array}$$

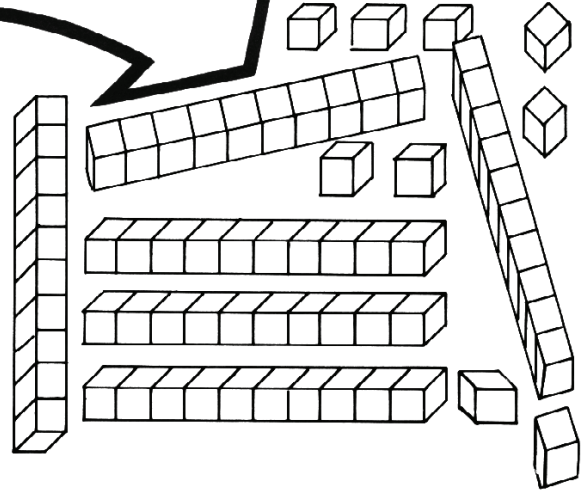
Πόσες φορές χωράει το 3 στο 6;

$$\begin{array}{r} 69 \quad 3 \\ \underline{2\quad} \\ \quad \end{array}$$

Πόσες φορές χωράει το 3 στο 9;

$$\begin{array}{r} 69 \quad 3 \\ \underline{23} \\ \quad \end{array}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
 $69 : 3 = 23$



Να τα μοιράσεις σε 3 ίσες ομάδες.

69 . . . Δηλαδή, 60 + 9
 Δηλαδή, 6 δεκάδες
 και 9 μονάδες

Να μοιράσεις τις 6 δεκάδες σε 3 ομάδες.
 Δηλαδή, 2 δεκάδες σε κάθε ομάδα

Να μοιράσεις τις 9 μονάδες σε 3 ομάδες.
 Δηλαδή, 3 μονάδες σε κάθε ομάδα

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
 2 δεκάδες 3 μονάδες ή 23

Να βρεις:

- | | | |
|-----------|------------|------------|
| 1) 84 : 2 | 4) 63 : 3 | 7) 840 : 4 |
| 2) 77 : 7 | 5) 80 : 8 | 8) 693 : 3 |
| 3) 84 : 4 | 6) 286 : 2 | 9) 404 : 4 |

Θα χρειαστείς ξυλάκια μέτρησης.

Σύντομη διαίρεση-μεταφορά

Smile 0833

68 : 4


Πόσες φορές χωράει το 4 στο 6; 1 φορά και μένουν 2

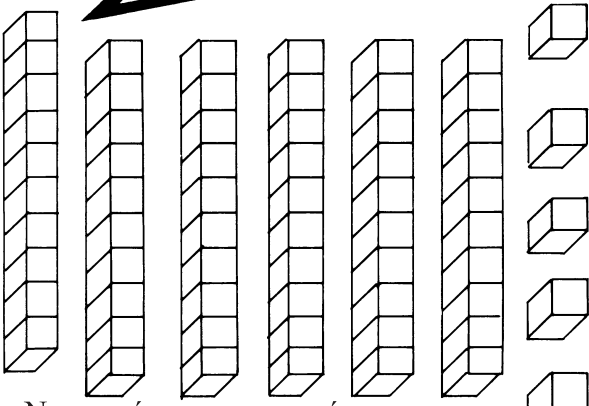
$$\begin{array}{r} 68 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 2 \end{array}$$

Πόσες φορές χωράει το 4 στο 28; 7

$$\begin{array}{r} 68 \overline{) 4} \\ \underline{1} \\ 17 \end{array}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
68 : 4 = 17





Να μοιράσεις τα παραπάνω με τέσσερις τρόπους.

Να μοιράσεις τις δεκάδες. . . 1 δεκάδα για καθένα από τα 4 και μένουν 2 δεκάδες

Να μετατρέψεις τις 2 δεκάδες σε 20 μονάδες. . . γίνονται 28 μονάδες όλες μαζί

Τώρα, να μοιράσεις τις 28 μονάδες . . . 7 μονάδες για καθένα από τα 4

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
1 δεκάδα, 7 μονάδες ή 17

Προσπάθησε να λύσεις τα παρακάτω:

- | | | | |
|-----------|------------|------------|-------------|
| 1) 72 : 3 | 4) 84 : 3 | 7) 906 : 6 | 10) 158 : 6 |
| 2) 91 : 7 | 5) 934 : 3 | 8) 253 : 7 | 11) 289 : 4 |
| 3) 56 : 4 | 6) 812 : 4 | 9) 486 : 4 | |

Θα χρειαστείς αυτοκόλλητο χαρτί.

Smile 0834

ΔΙΑΙΡΟΥΜΕΝΕΣ ΛΩΡΙΔΕΣ

1 $24 : 4$
Να κόψεις μια λωρίδα
σε δύο κομμάτια
μήκους 24 εκ.

Να τη διπλώσεις στα 4.



Πόσο είναι το μήκος των τμημάτων που προκύπτουν;

Να κολλήσεις το $\frac{1}{4}$ των 24 εκ. στο βιβλίο σου. Να γράψεις πάνω σε αυτό:
 $24 \text{ εκ.} : 4 = 6 \text{ εκ.}$

2 $16 : 8$
Να κόψεις μια
λωρίδα με μήκος
16 εκ.

Να τη διπλώσεις στα 8.



Πόσο είναι το μήκος των τμημάτων που προκύπτουν;

Να κολλήσεις το $\frac{1}{8}$ των 16 εκ. στο βιβλίο σου. Να γράψεις πάνω σε αυτό:
 $16 \text{ εκ.} : 8 =$

3 $18 : 3$
Είναι πιο δύσκολο να
διπλώσεις τη λωρίδα
στα 3.



Να κολλήσεις το $\frac{1}{3}$ των 18 εκ. στο βιβλίο σου: $\blacksquare : \blacksquare = \blacksquare$

Να χρησιμοποιήσεις λωρίδες από αυτοκόλλητο χαρτί για να κάνεις τις διαιρέσεις:

4) $15 : 3$

8) $10 : 4$

5) $20 : 4$

9) $52 : 4$

6) $32 : 8$

10) $24 : 6$ (Πώς θα διπλώσεις αυτή τη λωρίδα;)

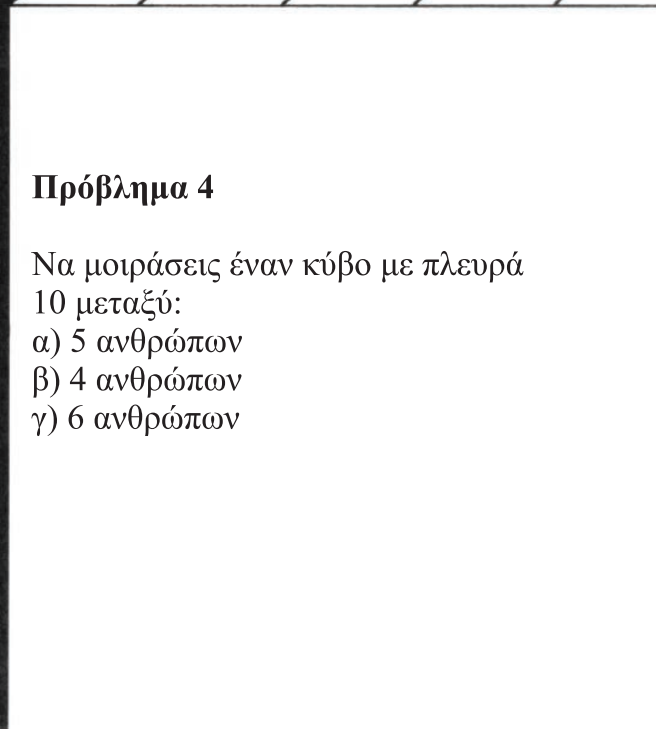
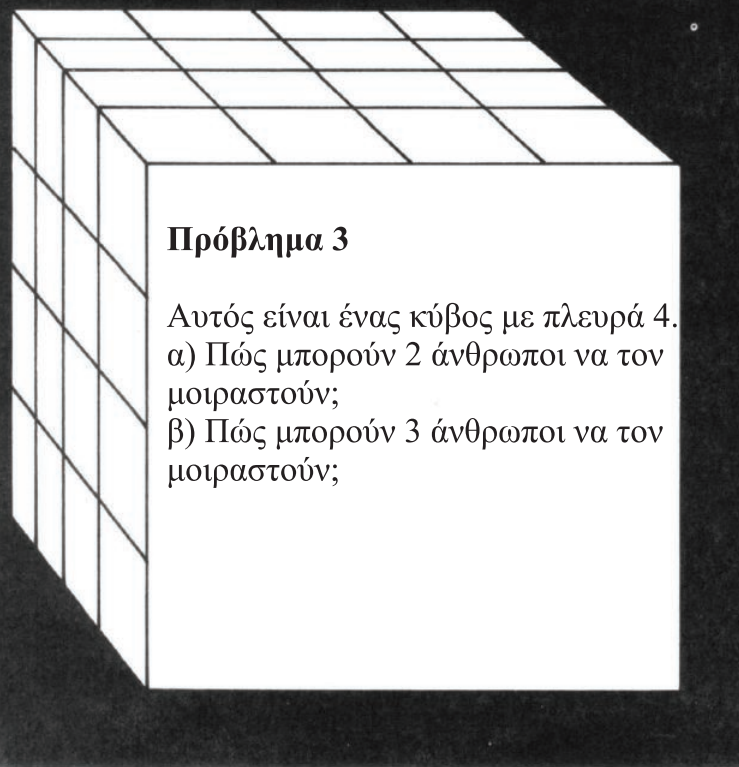
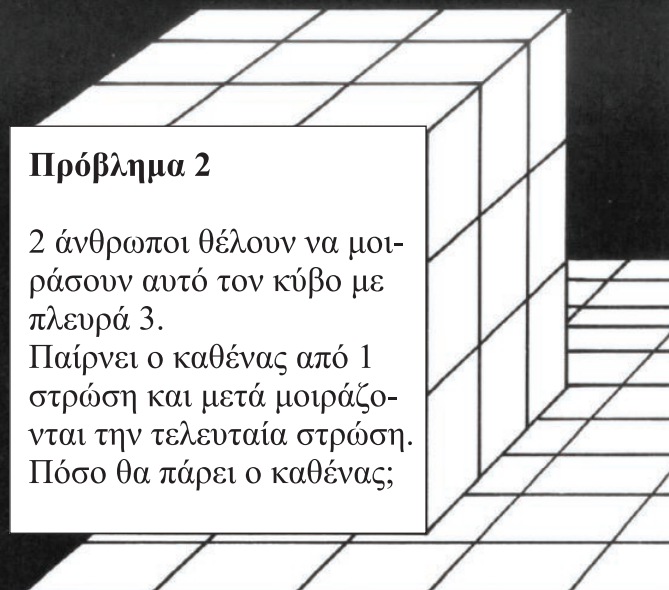
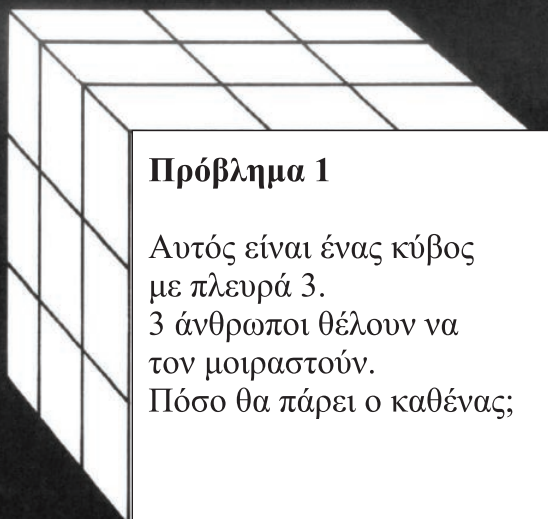
7) $20 : 8$

Smile 0835

Μοιραζόμαστε

έναν κύβο

Θα χρειαστείς : έναν κύβο με πλευρά 3 εκ.
έναν κύβο με πλευρά 4 εκ. και
έναν κύβο με πλευρά 10 εκ.



8. Να χρησιμοποιήσεις διαγράμματα απεικονίσεων με 3 γραμμές αριθμών, για να βρεις ποια από τα παρακάτω ζεύγη αποτελούν αντίστροφες απεικονίσεις:

α) $x \longrightarrow 3x$ και $x \longrightarrow \frac{x}{3}$

β) $x \longrightarrow 7 + x$ και $x \longrightarrow 7 - x$

γ) $x \longrightarrow 6 - x$ και $x \longrightarrow 6 - x$

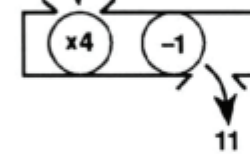
δ) $x \longrightarrow \frac{x}{2} + 3$ και $x \longrightarrow \frac{x}{2} - 3$

9. Σε δύο από τα τέσσερα παραδείγματα της ερώτησης 8, οι απεικονίσεις δεν είναι μεταξύ τους αντίστροφες. Να βρεις τη σωστή αντίστροφη απεικόνιση για κάθε μία από αυτές τις απεικονίσεις.

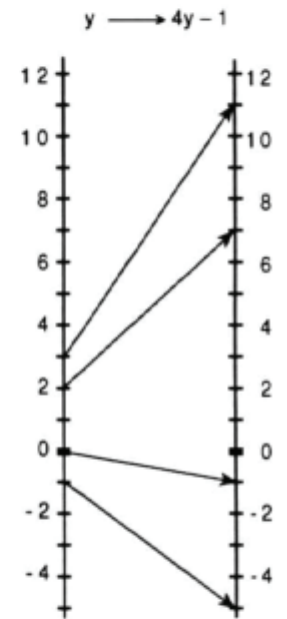
10. Αν $x \longrightarrow 2x - 7$ είναι η αντίστροφη της $x \longrightarrow \frac{x + 7}{2}$, τότε ποια είναι η αντίστροφη απεικόνιση της $x \longrightarrow 2x - 7$;

Αντίστροφες απεικονίσεις

Η μηχανή 3 αναπαριστά την απεικόνιση $y \longrightarrow 4y - 1$

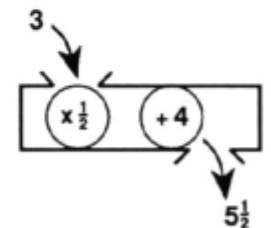


Το διάγραμμα απεικόνισης δείχνει τι συμβαίνει στους αριθμούς $-1, 0, 2$ και 3 ως αποτέλεσμα της συγκεκριμένης απεικόνισης.

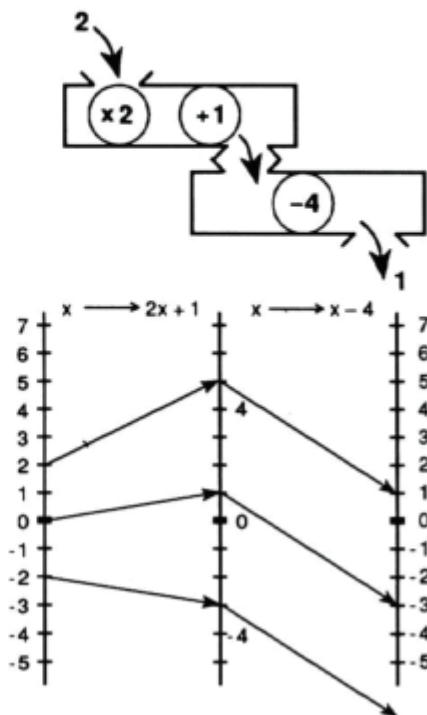


1. Η απεικόνιση $k \longrightarrow \frac{1}{2}k + 4$ αναπαριστάται από τη μηχανή της διπλανής εικόνας.

Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα απεικόνισης και να δείξεις τι συμβαίνει στους αριθμούς $-4, 0, 4, 6, 8, 10$ και 12 ως αποτέλεσμα της συγκεκριμένης απεικόνισης.



2. Στη διπλανή εικόνα, οι αριθμοί εισάγονται στη συγκεκριμένη σύνθετη μηχανή:



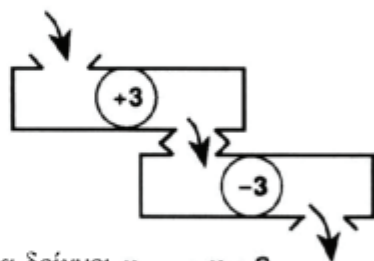
Να αντιγράψεις το διάγραμμα απεικόνισης και να παρουσιάσεις το αποτέλεσμα εισαγωγής κάποιων άλλων αριθμών στη συγκεκριμένη σύνθετη μηχανή.

3. Σε τι χρησιμεύει η κεντρική γραμμή του διαγράμματος απεικόνισης;

4. $x \rightarrow 2x + 1$ περιγράφει την αριστερή απεικόνιση.
 $x \rightarrow x - 4$ περιγράφει τη δεξιά απεικόνιση.

Ποια μοναδική απεικόνιση θα μπορούσε να αντικαταστήσει τη συγκεκριμένη σύνθετη απεικόνιση;

5. Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα απεικόνισης με 3 ευθείες αριθμών για τη συγκεκριμένη σύνθετη μηχανή.



6. Η αριστερή σου απεικόνιση θα πρέπει να δείχνει $x \rightarrow x + 3$

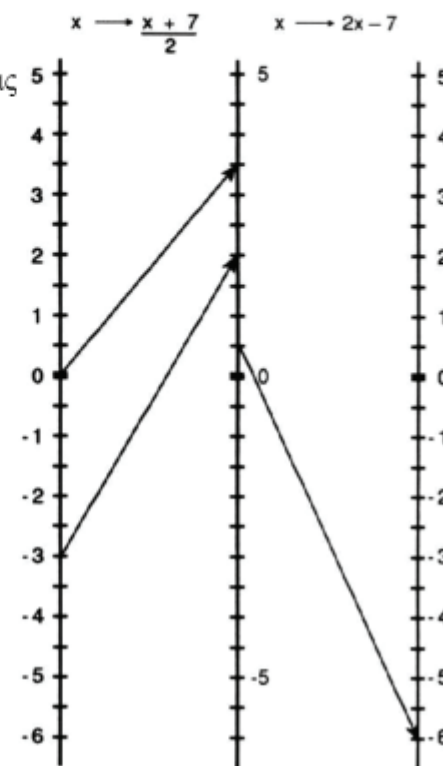
Η δεξιά απεικόνιση θα πρέπει να δείχνει $x \rightarrow x - 3$

Ποια μοναδική απεικόνιση θα μπορούσε να αντικαταστήσει τη σύνθετη απεικόνιση;

7. Το διάγραμμα στη διπλανή εικόνα παρουσιάζει τις απεικονίσεις $x \rightarrow \frac{x+7}{2}$ και $x \rightarrow 2x-7$

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις το διάγραμμα και να τοποθετήσεις κάποιους επιπλέον αριθμούς στη σύνθετη απεικόνιση.

Ποιο είναι το αποτέλεσμα της σύνθετης απεικόνισης;



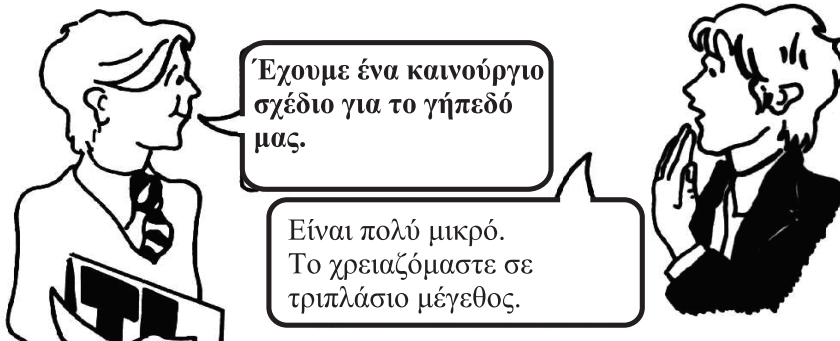
Θα πρέπει να έχεις διαπιστώσει ότι στις ερωτήσεις 6 και 7 τα βέλη είναι συμμετρικά- οτιδήποτε γίνεται στην αριστερή απεικόνιση ακυρώνεται στη δεξιά απεικόνιση.

$x \rightarrow x + 3$ και $x \rightarrow x - 3$ είναι αντίστροφες απεικονίσεις.

$x \rightarrow \frac{x+7}{2}$ και $x \rightarrow 2x-7$ είναι αντίστροφες απεικονίσεις.

Smile 0838

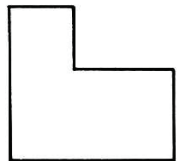
Συντελεστής κλίμακας



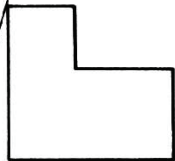
Έχουμε ένα καινούργιο σχέδιο για το γήπεδό μας.

Είναι πολύ μικρό. Το χρειαζόμαστε σε τριπλάσιο μέγεθος.

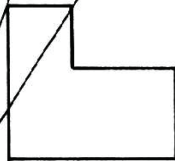
...Αυτό είναι πολύ εύκολο. Ακολούθησε την εξής διαδικασία:



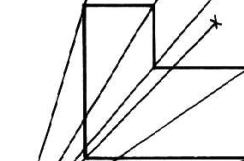
• Όρισε ένα σημείο κοντά στο σχήμα.



...μέτρησε την απόσταση από το σημείο μέχρι τη μία από τις κορυφές... τριπλασίασε την απόσταση... βάλε ένα σημάδι

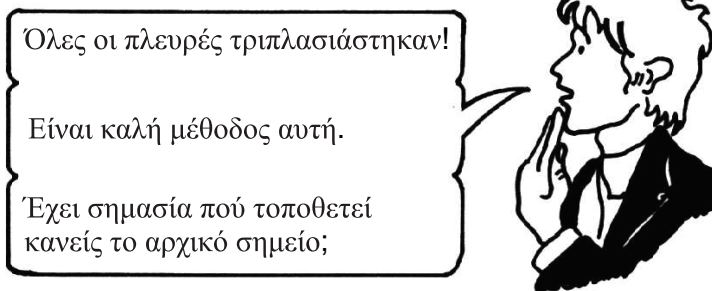


...να κάνεις το ίδιο για την επόμενη κορυφή.



...και τις υπόλοιπες.

Όταν θα έχεις εργαστεί με όλες τις κορυφές, ένωσέ τες. Να μετρήσεις τις πλευρές των δύο σχημάτων. Τι παρατηρείς;



Smile 0838

- A. (1) Να χρησιμοποιήσεις αυτή τη μέθοδο για να τριπλασιάσεις το γράμμα T. (2) Τριπλασιάστηκαν όλες οι πλευρές του T;
- B. Στην πραγματικότητα, υπάρχουν μερικές ερωτήσεις που πρέπει να απαντηθούν σχετικά με αυτή τη μέθοδο:
- (1) Έχει σημασία πού θα τοποθετηθεί το σημείο;
- ...να δοκιμάσεις διάφορες θέσεις έξω από ένα απλό σχήμα.
 - ...να δοκιμάσεις σημεία μέσα στο σχήμα.
 - ...να δοκιμάσεις σημεία πάνω στο σχήμα.
 - ...να δοκιμάσεις σημεία στις κορυφές του σχήματος.
- (2) Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη μέθοδο για οποιοδήποτε σχήμα;
- (3) Η μέθοδος αυτή ισχύει για το διπλασιασμό ($2x$), όπως και για τον τριπλασιασμό σχημάτων ($3x$);
- ...να δοκιμάσεις $2x$,
 - ...να δοκιμάσεις $4x$,
 - ...να δοκιμάσεις $10x$.
- (4) Θα απέδιδε η μέθοδος για $1 \frac{1}{2}x$;
- (5) Η τελευταία ερώτηση είναι συνήθως η πιο δύσκολη! Μπορούμε με τη μέθοδο του συντελεστή κλίμακας να σμικρύνουμε το μέγεθος ενός σχήματος;
- ...δοκίμασε $1/2x$
 - ...δοκίμασε $1/4x$
- Γ. Πώς μεταβάλλεται το εμβαδόν κάθε φορά;

Smile **0840**

Η πιο συμφέρουσα αγορά

Μια ομαδική δραστηριότητα.
Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε υπολογιστή.



Smile 0840



Ο καθένας να διαλέξει ένα προϊόν, το οποίο μπορεί να βρει σε διαφορετικές μάρκες και διαφορετικά μεγέθη.

Π.χ. καφέ
σκόνη πλυσίματος
υγρό για τα πιάτα

Αν είναι δυνατόν, να συλλέξετε πληροφορίες από διαφορετικά καταστήματα.

Κατάστημα	Μάρκα	Βάρος	Τιμή



Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα διασποράς, συσχετίζοντας το βάρος με την τιμή.
Να χρησιμοποιήσετε μολύβι διαφορετικού χρώματος για κάθε μάρκα.

Υπάρχει μία ευθεία που να αναπαριστά με τον καλύτερο τρόπο τα δεδομένα;
Να τη σχεδιάσετε.

Ποια είναι η καλύτερη αγορά;

Ποια είναι η χειρότερη;

Υπάρχει κάποια μάρκα που είναι πιο συμφέρουσα από τις άλλες του ίδιου προϊόντος; Λιγότερο συμφέρουσα;

Υπάρχει κάποιος λόγος να **μην** προτιμήσει κανείς τη φθηνότερη μάρκα ενός προϊόντος; πχ. το άρωμα, το δύσχρηστο μέγεθος;

Smile 0840



Τώρα, να σχηματίσετε και πάλι το διάγραμμα διασποράς, χρησιμοποιώντας μολύβι διαφορετικού χρώματος για κάθε κατάσταση.

Είναι κάποιο κατάστημα φθηνότερο από τα άλλα;

Υπάρχει κάποιος λόγος για τον οποίο **δεν** πρέπει να προτιμήσετε το φθηνότερο κατάστημα;

Πολλά τοπικά δημοτικά συμβούλια πραγματοποιούν εβδομαδιαίες έρευνες για τις τιμές, συγκρίνοντας τις «φθηνότερες αγορές» στα τοπικά καταστήματα. Η έρευνά σας θα ήταν πολύ χρήσιμη για το δικό σας δημοτικό συμβούλιο. Μπορείτε να τους στείλετε ένα αντίγραφο.

Σημείωση:

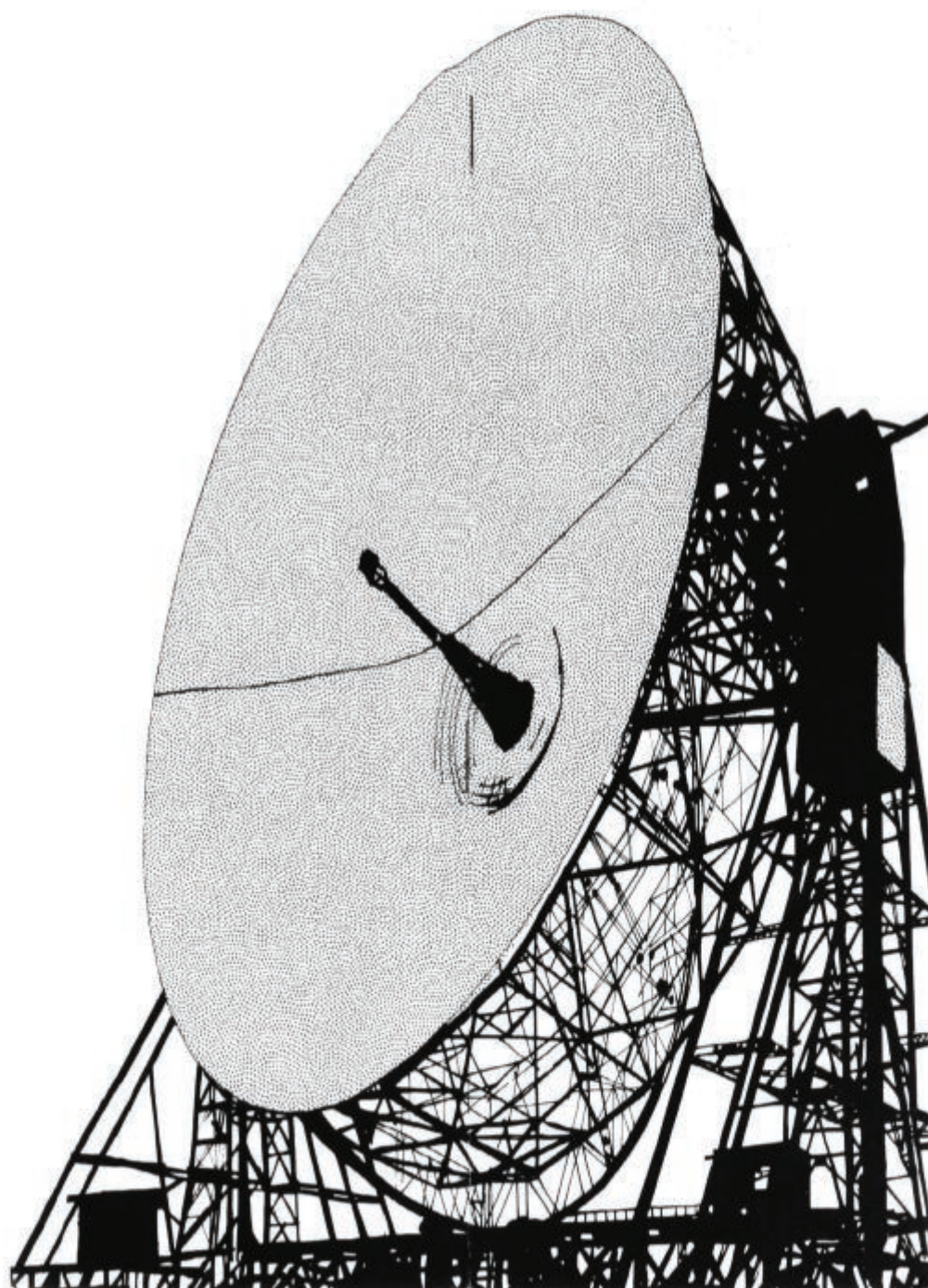
Η Ένωση Καταναλωτών είναι ένας εθνικός οργανισμός που εκδίδει το περιοδικό «Ο καταναλωτής». Πραγματοποιούν συστηματικές έρευνες, όχι μόνο σε σχέση με τις τιμές αλλά και για την ποιότητα των προϊόντων. Αν νομίζετε ότι τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της έρευνάς σας θα ήταν χρήσιμα, μπορείτε να τους τα στείλετε στη διεύθυνση:

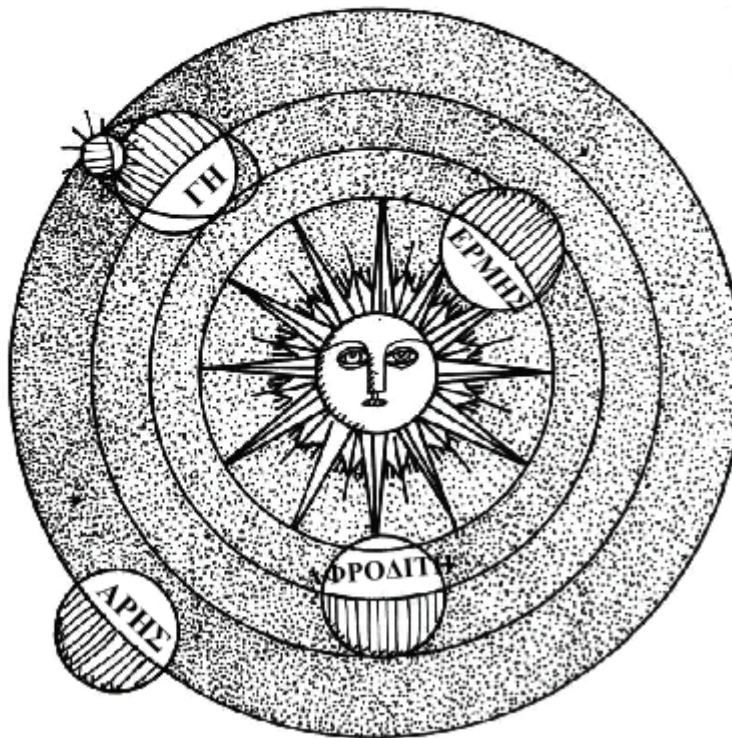
Ένωση Καταναλωτών

Σίνα 25

681 00, Αθήνα

ΠΟΛΥ ΜΕΓΑΛΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ





Κατά προσέγγιση, οι αποστάσεις από τον Ήλιο στους κοντινότερους πλανήτες του είναι:

ΕΡΜΗΣ	60 000 000 χμ
ΑΦΡΟΔΙΤΗ	100 000 000 χμ
ΓΗ	150 000 000 χμ
ΑΡΗΣ	200 000 000 χμ

Οι επιστήμονες που ασχολούνται με την έρευνα του διαστήματος εργάζονται με πολύ μεγάλους αριθμούς στους υπολογισμούς τους.

Για παράδειγμα,.....ο Πλούτωνας απέχει περίπου 6 000 000 000 χμ από τον Ήλιο.... ο αστέρας Cygni απέχει περίπου 300 000 000 000 000 χμ από τη Γη.....

Οι επιστήμονες έχουν έναν πιο σύντομο τρόπο, για να γράφουν αυτούς τους αριθμούς. Αυτός ο τρόπος είναι γνωστός ως τυπική μορφή.

$6\ 000\ 000\ 000 = 6 \times 1\ 000\ 000\ 000$
γράφεται ως 6×10^9

$300\ 000\ 000\ 000\ 000 = 3 \times 1\ 000\ 000\ 000\ 000$,
το οποίο είναι 3×10^{14}

Για να μπορέσεις να χρησιμοποιήσεις αυτή τη μέθοδο, πρέπει να μπορείς να αναγνωρίζεις τις δυνάμεις του 10.

Να ελέγξεις τα παρακάτω:

1. $1\ 000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^{\blacksquare}$
2. $10\ 000\ 000 =$
3. $10^6 =$



4. Να μετατρέψεις τους παρακάτω αριθμούς σε τυπική μορφή

- α) $300\ 000 = 3 \times 100\ 000 = 3 \times 10^{\blacksquare}$
- β) $70\ 000 = \blacksquare \times 10\ 000 = \blacksquare \times \blacksquare$
- γ) $80\ 000\ 000 = 8 \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacksquare$
- δ) 2000
- ε) 90 000 0000 000

5. Πώς θα έγραφες τον αριθμό 100 000 σε τυπική μορφή;

6. Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες της πρώτης σελίδας του φυλλαδίου, για να γράψεις σε τυπική μορφή τις αποστάσεις του Ερμή, της Αφροδίτης και του Άρη από τον Ήλιο.

7. Να αναζητήσεις και να βρεις στο διαδίκτυο ή σε οποιαδήποτε άλλη πηγή και, στη συνέχεια, να γράψεις σε τυπική μορφή την απόσταση:

- α) μέχρι την άκρη του γαλαξία μας (Milky Way)
- β) μέχρι την άκρη του γνωστού ως σήμερα Σύμπαντος

ΜΕΓΑΛΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ	=	ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΕΤΑΞΥ 1 ΚΑΙ 10	X	ΔΥΝΑΜΗ ΤΟΥ 10
--------------------	---	-------------------------------	---	------------------

~~~~~  
Τυπική μορφή

Η Σελήνη απέχει 382 171 χμ από τη Γη. Πώς μπορείς να γράψεις έναν τέτοιο αριθμό σε τυπική μορφή;



Δεν είναι δύσκολο, αν ξέρεις να πολλαπλασιάζεις δεκαδικούς με δυνάμεις του 10.

8. Να πολλαπλασιάσεις οποιονδήποτε δεκαδικό με δυνάμεις του 10.

|           |                    |
|-----------|--------------------|
|           | $3,64 \times 10^1$ |
| Δοκίμασε: | $3,64 \times 10^2$ |
|           | $3,64 \times 10^3$ |
|           | $3,64 \times 10^4$ |
|           | $3,64 \times 10^5$ |

9. Ποια σχέση υπάρχει ανάμεσα στη δύναμη και την αλλαγή που γίνεται στον αριθμό;  
10. Δοκίμασε τώρα το αντίστροφο πρόβλημα:

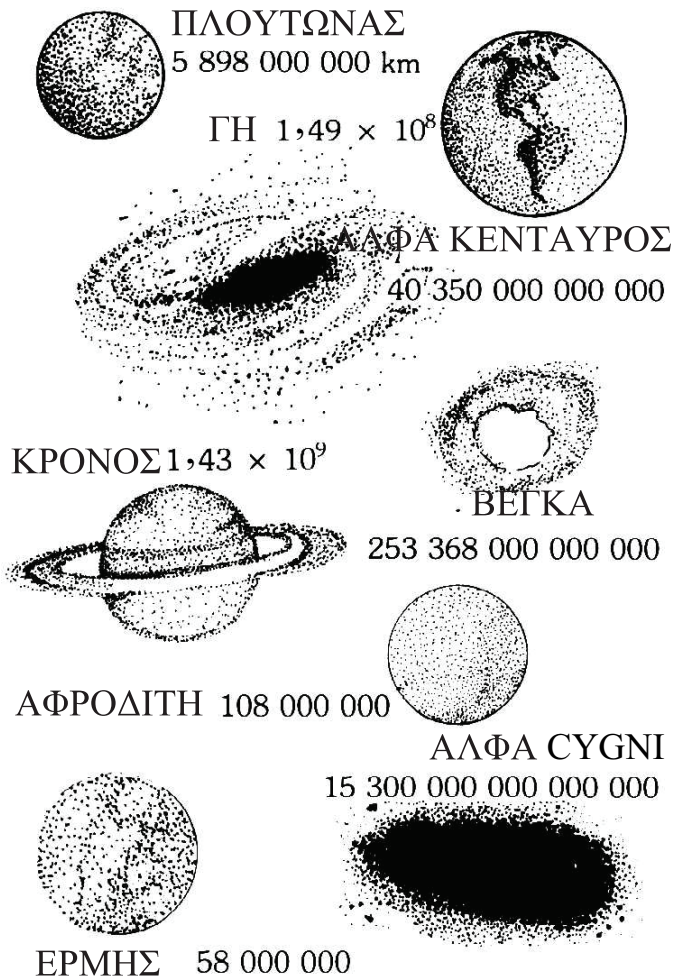
- α)  $256,3 = 2,563 \times 100 = 2,563 \times 10^{\blacksquare}$
- β)  $137,6 = 1,376 \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacksquare$
- γ)  $9\ 200,0 = 9,2 \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacksquare$
- δ)  $72\ 310,0 = \blacksquare \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacksquare$
- ε)  $22,0 = \blacksquare \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacksquare$

Επομένως, η Σελήνη απέχει 382 171 χμ.  
Δηλαδή  $3,82171 \times \dots$

11. Να γράψεις σε τυπική μορφή την απόσταση:

- α) της Σελήνης από τη Γη  
β) από τη Γη μέχρι την άκρη του Ηλιακού Συστήματος  
(Αναζήτησε αυτήν την απόσταση στο διαδίκτυο ή σε οποιαδήποτε άλλη πηγή.)  
Η τυπική μορφή επιτρέπει την εύκολη σύγκριση πολύ μεγάλων αριθμών.

12. Να γράψεις τις ακόλουθες αποστάσεις από τον Ήλιο σε τυπική μορφή:



13. Να ταξινομήσεις αυτές τις αποστάσεις κατά σειρά μεγέθους.

14. Ποιος πλανήτης είναι μακρύτερα από τον Ήλιο, ο Κρόνος ή η Γη;

Πόσες φορές μακρύτερα βρίσκεται;

15. Να συγκρίνεις κατά τον ίδιο τρόπο τις αποστάσεις των πλανητών Άλφα Κένταυρου και Γης από τον Ήλιο.

16. Ποιο είναι μεγαλύτερο;

- α)  $9,3 \times 10^8$  ή  $3,8 \times 10^9$   
β)  $1,9 \times 10^6$  ή  $9,1 \times 10^5$

17. Να βρεις τα παρακάτω μεγέθη.  
(και περισσότερα, αν το θεωρείς ενδιαφέρον).  
Να καταγράψεις τις απαντήσεις σου σε τυπική μορφή, όπου το κρίνεις κατάλληλο.

- Ταχύτητα του φωτός
- Πόσο μήκος είναι ένα έτος φωτός;
- Ο πληθυσμός της Ευρώπης
- Περίπου  $3,386 \times 10^6$  άνθρωποι αγοράζουν την εφημερίδα ΤΑ ΝΕΑ το μήνα
- Αριθμός χτύπων της καρδιάς κατά τη διάρκεια της ζωής ενός ανθρώπου

Η κάρτα **0884**, η οποία αναφέρεται στην τυπική μορφή αριθμών, δείχνει πώς οι επιστήμονες γράφουν πολύ μικρούς αριθμούς με σύντομο τρόπο.

Πριν, όμως, ασχοληθείς με αυτήν την κάρτα, θα χρειαστεί να δεις την κάρτα **0614**.

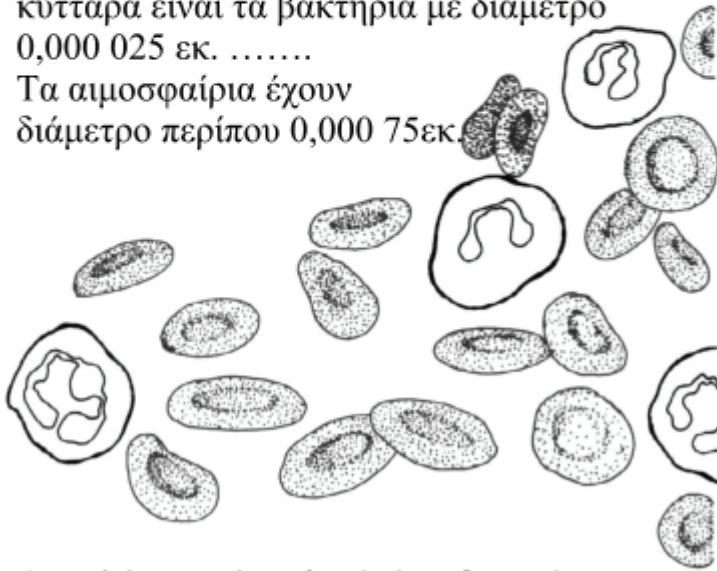
## Πολύ μικροί αριθμοί

Smile 0844

Οι επιστήμονες που ασχολούνται με τη μικροβιολογία κάνουν υπολογισμούς και εργάζονται με αριθμούς που είναι πραγματικά πολύ μικροί.

Για παράδειγμα,.....τα πιο μικρά ζωντανά κύτταρα είναι τα βακτήρια με διάμετρο 0,000 025 εκ. ....

Τα αιμοσφαίρια έχουν διάμετρο περίπου 0,000 75εκ.



Οι πολύ μικροί αριθμοί είναι δυνατό να γραφούν σε τυπική μορφή με τρόπο παρόμοιο με αυτόν των μεγάλων αριθμών. Δηλαδή:

|                   |   |                           |   |                  |
|-------------------|---|---------------------------|---|------------------|
| ΜΙΚΡΟΣ<br>ΑΡΙΘΜΟΣ | = | ΑΡΙΘΜΟΣ<br>ΑΠΟ 1<br>ΩΣ 10 | X | ΔΥΝΑΜΗ<br>ΤΟΥ 10 |
|-------------------|---|---------------------------|---|------------------|

Για παράδειγμα,  
 $0,000\ 000\ 6 = 6 \times 0,000\ 000\ 1$   
 Επομένως,  
 $0,000\ 000\ 6 = 6 \times 10^6$

1. Ποια είναι η δύναμη του 10 για τον αριθμό 0,000 000 1;

Αν δυσκολευτείς να απαντήσεις στην ερώτηση (1), να συμβουλευτείς την κάρτα **0614**.

Αν χρειάζεται να θυμηθείς τι ισχύει για την τυπική μορφή αριθμών, να δεις την κάρτα **0843**.

Smile 0844

2. Να γράψεις τους παρακάτω μικρούς αριθμούς σε τυπική μορφή:

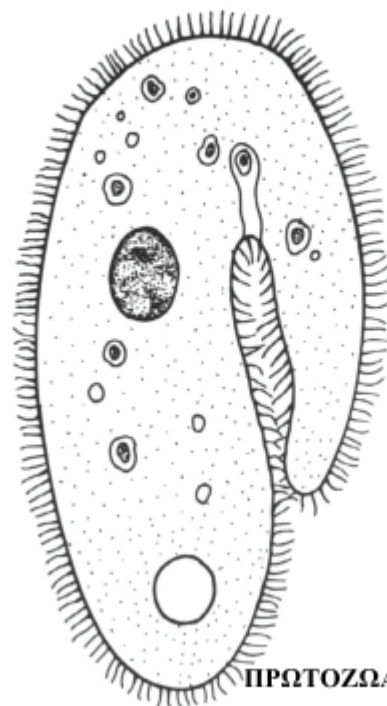
- α)  $0,6 = 6 \times 0,1 = 6 \times 10^{\blacksquare}$   
 β)  $0,000\ 6 = 6 \times 0,000\ 1 = \blacksquare \times \blacksquare$   
 γ)  $0,000\ 62 = 6,2 \times 0,000\ 1 = \blacksquare \times \blacksquare$   
 δ)  $0,001\ 29 = 1,29 \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacksquare$   
 ε)  $0,007\ 5$

3. Να κάνεις το ίδιο με μερικούς ακόμη πολύ μικρούς αριθμούς. Τι παρατηρείς για τη δύναμη του 10 και την αλλαγή του αριθμού;

4. Να γράψεις το μέγεθος των βακτηρίων και των αιμοσφαιρίων (που αναφέρονται παραπάνω) σε τυπική μορφή.

5. Να ταξινομήσεις τα παρακάτω κατά σειρά μεγέθους:

- Πρωτόζωα (παραμύκιο) 0,2 χιλ.  
 Βακτήρια (πνευμονίας) 0,000 001 χιλ.  
 Ιός (γρίπης)  $5 \times 10$  χιλ.  
 Ιός (παρωτίτιδας) 0,000 225 χιλ.  
 Μόριο (πρωτεΐνης από το ασπράδι του αυγού) 0,000 01 χιλ.  
 Άτομο (υδρογόνου) 0,000 000 2 χιλ.  
 Τσίμπημα καρφίτσας 10 χιλ.



ΠΡΩΤΟΖΩΑ x 400

Smile **0844**

6. Ποιο είναι μεγαλύτερο;

α)  $9,3 \times 10^8$  ή  $3,8 \times 10^9$

β)  $4,6 \times 10^{-3}$  ή  $3,6 \times 10^{-4}$

7. Να βρεις τα παρακάτω μεγέθη (και περισσότερα, αν το θεωρείς ενδιαφέρον). Θα χρειαστεί να ανατρέξεις σε διάφορες πηγές.

Να καταγράψεις τις απαντήσεις σε τυπική μορφή, όπου το κρίνεις κατάλληλο.

- \*  $9,8 \times 10^{-7}$  μίλια από τον κερατοειδή χιτώνα σου ως τον αμφιβληστροειδή χιτώνα
- \* Μάζα ενός νετρονίου
- \* Μήκος κύματος του φωτός
- \* Διάμετρος ενός ηλεκτρονίου
- \* Όριο ανθρώπινης όρασης
- \* Μονάδες μέτρησης πολύ μικρών αποστάσεων:

Αγκστρομ

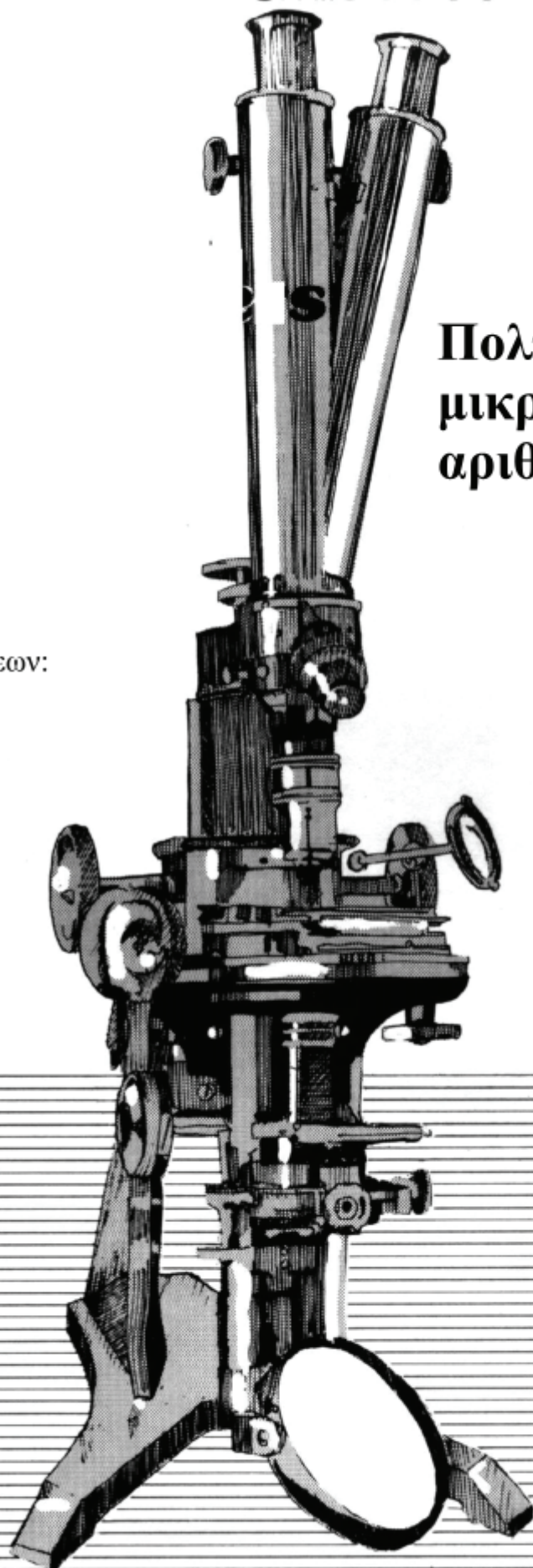
Μικρόμετρο

Νανόμετρο

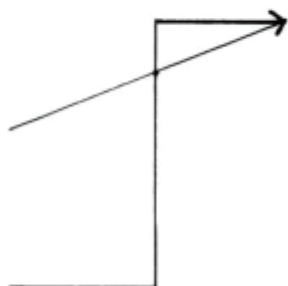
Πικόμετρο

- \* Μάζα ενός ατόμου άνθρακα

Πολύ  
μικροί  
αριθμοί



10. Να μεταβάλλεις το βέλος +2 με αρνητικό συντελεστή κλίμακας -5.



Να σημειώσεις το αποτέλεσμα:

$$-5x+2= \blacksquare \blacksquare$$

11. Για να μεταβάλλεις το βέλος -2 με αρνητικό συντελεστή -5:



Μπορείς να προβλέψεις το αποτέλεσμα;

$$-5x-2= \blacksquare \blacksquare$$

Να το σχεδιάσεις. Να ελέγξεις την απάντησή σου.

12. Να δοκιμάσεις αρκετούς θετικούς και αρνητικούς συντελεστές κλίμακας. Πώς επηρεάζουν  
α) θετικά βέλη β) αρνητικά βέλη;

## Αρνητικός συντελεστής κλίμακας

1. Να χρησιμοποιήσεις τη μέθοδο που προτείνεται στην κάρτα **0838**, για να συμπληρώσεις τη μεγέθυνση στο φύλλο εργασίας **0845α** με συντελεστή 4.

2. Στο ίδιο φύλλο εργασίας να μεταβάλλεις το σχήμα, χρησιμοποιώντας τους παρακάτω συντελεστές:-

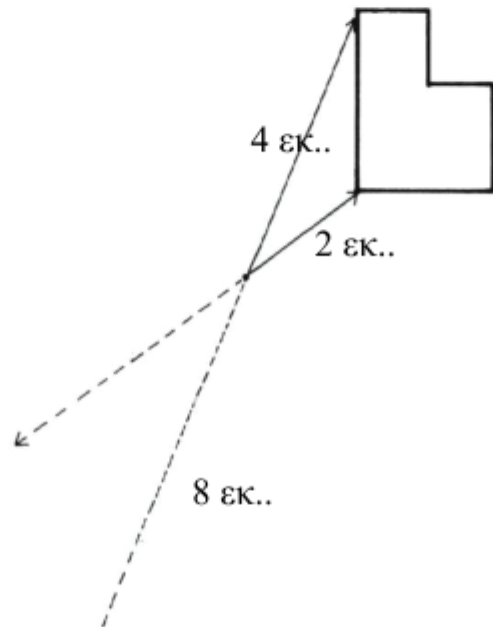
2  
1½  
½  
¼  
0

3. Τι συμβαίνει στο σχήμα, καθώς μειώνεται ο συντελεστής κλίμακας;

4. Να σκεφτείς την αριθμογραμμή, καθώς προχωράει κάτω του μηδενός: Πού, κατά τη γνώμη σου, θα βρίσκεται το σχήμα πάνω στο φύλλο εργασίας, αν το μεταβάλλουμε με συντελεστή κλίμακας -2;

## Συντελεστής κλίμακας -2

Ένας αρνητικός συντελεστής κλίμακας, όπως ο -2, σου υποδεικνύει να διπλασιάσεις την απόσταση από το σημείο, αλλά προς την αντίθετη κατεύθυνση.



5. Να σχεδιάσεις το παραπάνω σχήμα στο φύλλο εργασίας με συντελεστή κλίμακας -2.

Η απάντηση που έδωσες στην ερώτηση 4 συμφωνεί με το σχήμα που προκύπτει;

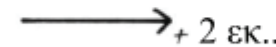
6. Τι αποτέλεσμα έχει ο συντελεστής κλίμακας -1;

7. Νομίζεις ότι η θέση του σημείου επηρεάζει τον αρνητικό συντελεστή κλίμακας;

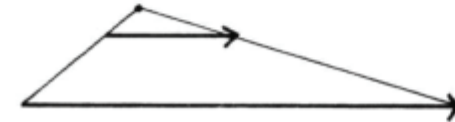
## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΚΑΙ ΒΕΛΗ



8. Να σχεδιάσεις ένα βέλος μήκους +2 εκ..



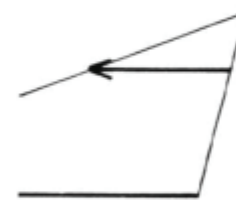
Να μεταβάλλεις το βέλος +2 με συντελεστή +3.



Να μετρήσεις το νέο βέλος και να σημειώσεις το αποτέλεσμα.

$$+3 \times 2 = \blacksquare \blacksquare$$

9. Για να μεταβάλλεις ένα βέλος -2 με συντελεστή κλίμακας +3:



Μπορείς να προβλέψεις την απάντηση;

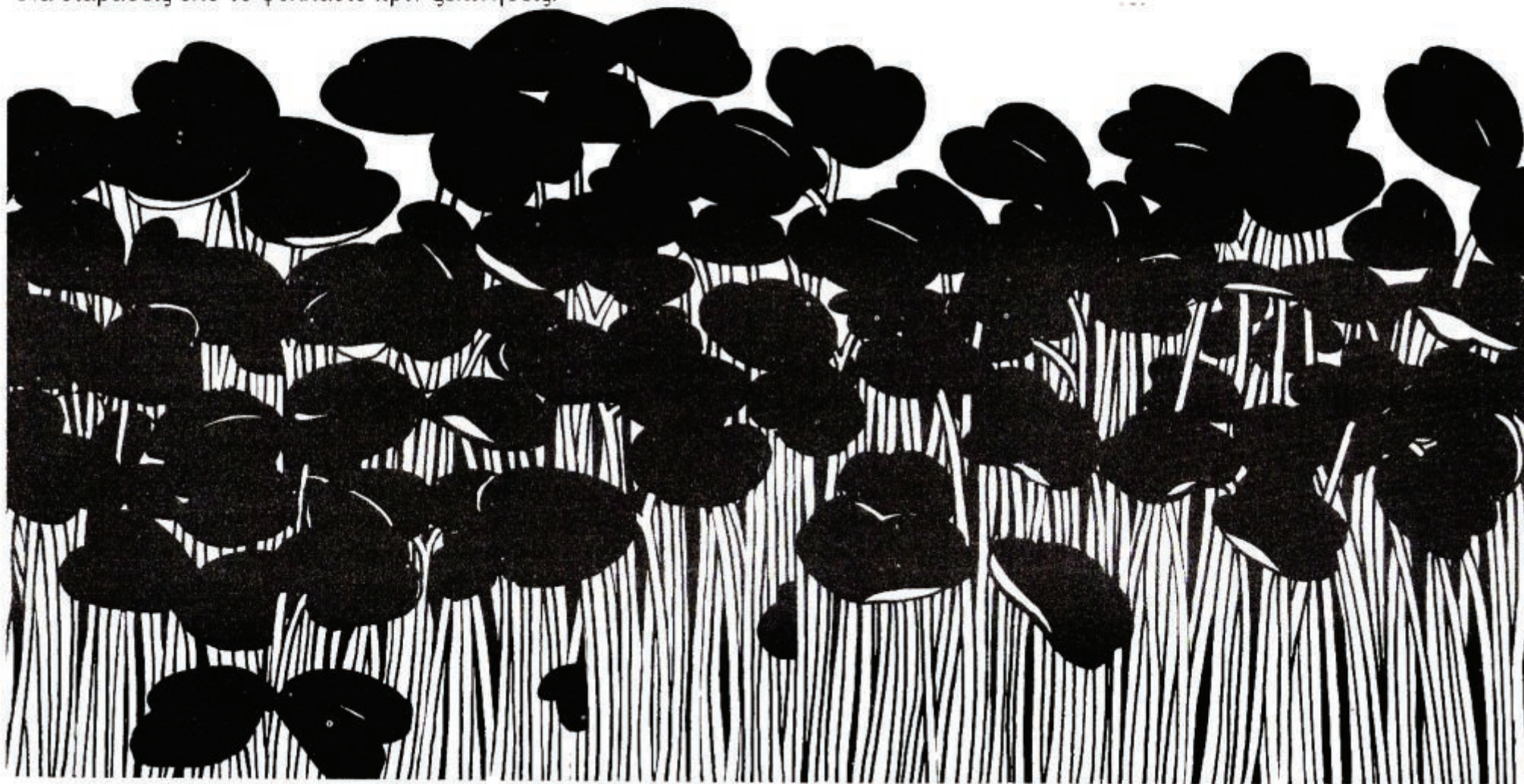
$$+3 \times -2 = \blacksquare \blacksquare$$

Να το σχεδιάσεις και να ελέγξεις το αποτέλεσμα.

Θα χρειαστείς σπόρους από σινάπι, ένα δοχείο, ύφασμα ή χώμα.

## Πικάντικη μουστάρδα

Το πείραμα θα χρειαστεί περίπου δύο βδομάδες για να ολοκληρωθεί.  
Να διαβάσεις όλο το φυλλάδιο πριν ξεκινήσεις.





## Να φυτέψεις μικρή ποσότητα σπόρων από σινάπι.

Smile 0847

### Χρησιμοποιώντας χώμα

Χρειάζεσαι ένα μικρό δοχείο με τρύπες στη βάση του - ένα κουτί από μαργαρίνη είναι ιδανικό.



Να βάλεις μέσα λίγο χώμα.



Να σκορπίσεις λίγους σπόρους στην επιφάνειά του.



Να καλύψεις ελαφρά τους σπόρους με χώμα. Να τοποθετήσεις το κουτί μέσα σε ένα πιάτο με νερό.



### Χωρίς χώμα

Χρειάζεσαι ένα μικρό δοχείο- ένα πιάτο ή ένα κουτί από μαργαρίνη θα ήταν ιδανικό.



Να κόψεις ένα κομμάτι βαμβάκερο ύφασμα και να το τοποθετήσεις μέσα στο πιάτο.



Να βρέξεις το ύφασμα και να σκορπίσεις μερικούς σπόρους στην υγρή επιφάνειά του.



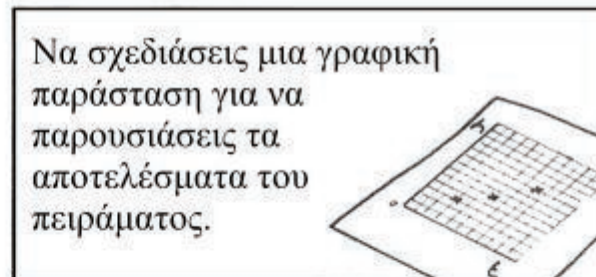
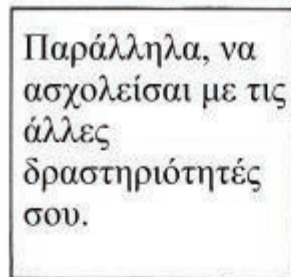
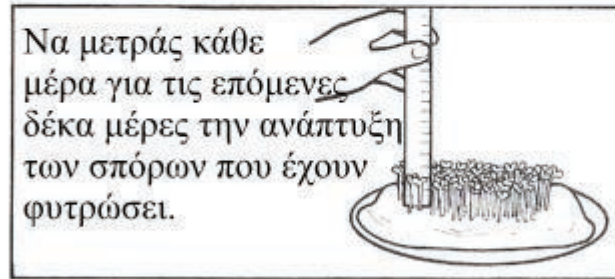
Να το ελέγχεις κάθε μέρα για να διατηρείς το ύφασμα υγρό.



## Μην αφήσεις τους σπόρους να ξεραθούν.



Smile 0847



Ταιριάζει μια ευθεία γραμμή στη γραφική σου παράσταση;

Μπορείς να βρεις μια εξίσωση που να ταιριάζει με τη γραφική σου παράσταση;

(Ένα σχεδιάγραμμα απεικόνισης μπορεί να βοηθήσει.)



1. Μπορείς να γράψεις μια εξίσωση που να περιγράφει την ανάπτυξη των σπόρων από σινάπι;



2. Το σινάπι είναι κατάλληλο για σαλάτα, όταν έχει ύψος 4εκ. Πόσες μέρες νωρίτερα πρέπει να φυτέψεις τους σπόρους, για να έχεις σινάπι στο γεύμα σου το Σαββατοκύριακο;

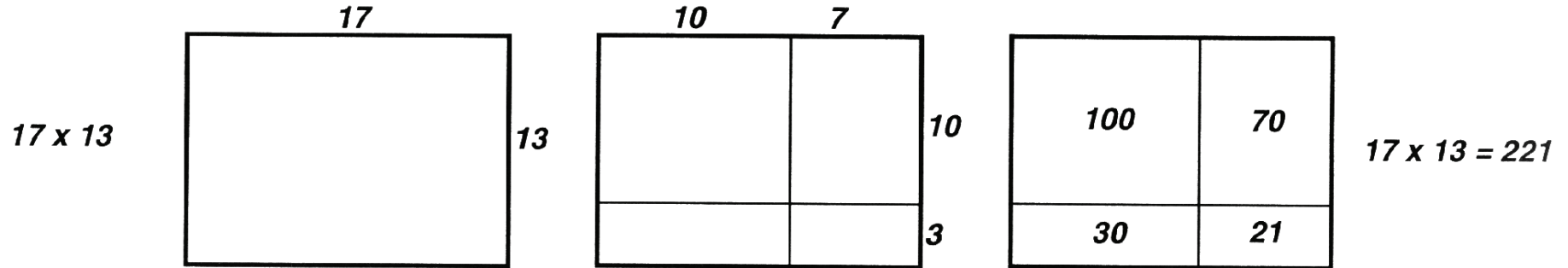


3. Τι οδηγίες πρέπει να έχει ένα φακελάκι σπόρων από σινάπι με αναφορά στην ερώτηση (2); Το δικό σου είχε;

## Προβλήματα πολλαπλασιασμού

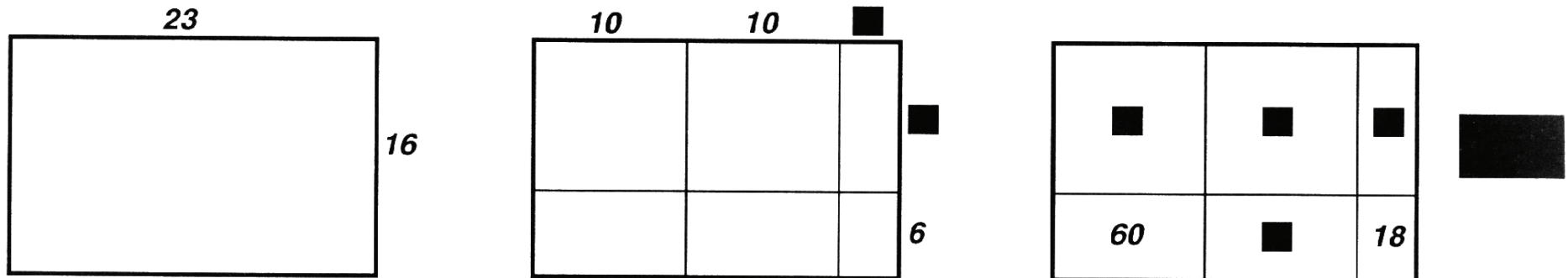
Smile 0850

**A** Η Άννα θέλει να πολλαπλασιάσει το 17 με το 13.



Να εξηγήσεις τη μέθοδο της Άννας.

**B** Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τη μέθοδο με την οποία εργάστηκε η Άννα για να υπολογίσει το  $23 \times 16$ .



**Γ** 1. Να χρησιμοποιήσεις τη μέθοδο της Άννας, για να βρεις τα παρακάτω:

- α)  $18 \times 13$       β)  $21 \times 19$       γ)  $23 \times 34$       δ)  $47 \times 17$

2. Είναι λογικό να χρησιμοποιήσεις τη μέθοδο της Άννας για να πολλαπλασιάσεις μεγαλύτερους αριθμούς, όπως π.χ.  $53 \times 47$ ;

Πώς θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις τη μέθοδο της Άννας  
 για να υπολογίσεις:  $103 \times 17$      $121 \times 24$      $84 \times 93$